

ゲーム理論に基づく個人合理性を考慮したリアルタイムプライシングによる電力網の系統周波数制御

大久保 徳雄 ○佐藤隆太郎 (慶應義塾大学) 滑川 徹 (慶應義塾大学/JST CREST)

Game Theoretic Real-Time Pricing Considering Individual Rationality and its Application to Load Frequency Control of Power Networks

Norio Okubo, *Ryutaro Sato (Keio University) and Toru Namerikawa (Keio University/JST CREST)

Abstract— This paper deals with game theoretic real-time pricing method based on dual decomposition and its application to load frequency control of power networks. Pricing method in this study aims to solve the constrained optimization problem consist of each player's utility and social welfare under selfish players. Selfish player's decision is a Nash equilibrium solution considering their own cost function. We show this method can lead their own decision to social welfare maximization. And we propose the pricing mechanism that player's utility is not less than conventional market. Finally we show the effectiveness for Load frequency control by some simulation results.

Key Words: Power Network, Game Theory, Real-Time Pricing, Dual Decomposition, Mechanism Design

1 はじめに

エネルギー問題, 地球温暖化, 脱原発といった問題が注目されており, 再生可能エネルギーの導入が盛んに行われている. しかし, 電力網への再生可能エネルギーの大量導入は, 発電量の変動が大きいことから, 需給の均衡を保つことが難しい. 需給のアンバランスは, 周波数変動や電圧変動を生じる原因となるため, 需要と供給を効率的に調整し, 最適な運用を行う必要がある¹⁾.

本稿では, 供給量の負担軽減を目指した負荷平準化²⁾, 再生可能エネルギーの大量導入による不安定性を解消するための系統周波数制御³⁾ という二つの目的をプライシングにより達成することを目指す.

プライシング問題は一般的に最適化理論を用いて行われており, ゲーム理論を考慮した手法^{4,5)} が存在する. ゲーム理論を考慮することで, 利己的なプレイヤーである需要家と供給家の戦略を考慮し, 分散的に社会全体にとって利益となる決定へと誘導できるというメリットが存在する. また, プライシング手法によっては, 時としてプレイヤーが損を被り, 電力市場に参加しない判断が生じる可能性がある. そのため文献^{4,5)} のような, メカニズムデザイン理論を取り入れ, プレイヤーの利益を保証した手法が注目されている.

従来のゲーム理論を考慮した手法においては, 制約条件を考慮した分散化は行われていなかったが, 提案手法では, 双対分解⁶⁾ を考慮することで, 制約を考慮した最適化問題をゲーム問題として分散化し, 制約条件を考慮しつつ, 社会全体の利益を達成可能であることを示す. メカニズムデザイン理論において, いずれかのプレイヤーが大きく不利益を被ることが無いよう, ある一定以上の利益を保証することを個人合理性という. 本手法は, その概念を取り入れ, 負荷平準化を目指した大幅な価格更新を行っても, 旧来市場の固定価格で得られるはずの利益と比較して, 一定以上の利益を保証できるようなプライシング手法が設計可能であることも示す.

2 問題設定

本節では, 一般的なマルチプレイヤー問題での定式化を扱う. その概念図を, Fig.1 に示す. システムには, プレイヤーが n , それらを管理するオペレータが m だけ参加しているとし, i 番目のプレイヤーを $P_i (i = 1, \dots, n)$, j 番目のオペレータを $O_j (j = 1, \dots, m)$ とする. i 番目のプレイヤーは, 自身の利益を表す関数 $J_i(x_i)$ が最大となるように, 自身の状態量 x_i を決定する. パラメータ z は各プレイヤーの振る舞いにより変動する公共利益を表しており, $z = H(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n H_i(x_i)$ にて変動が生じ, その評価関数を $J(z)$ とする. 本章における主課題は, オペレータがプレイヤーに対してどのようなプライシングを与えれば, プレイヤーの利己的な振る舞いを, 公共利益及び制約の達成に向けて誘導できるかを考えることである. Fig.1 に示される問題設定は, (1) 式で定式化される. 以降, 本稿では (1) 式を原問題と表記する.

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{x}} \quad & \sum_{i=1}^n J_i(x_i) + J(z) \quad (1) \\ \text{s.t.} \quad & z = H(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n H_i(x_i) \\ & g_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j = 1, \dots, m \end{aligned}$$

原問題を凸最適化問題で記述するため仮定 1 を設ける.

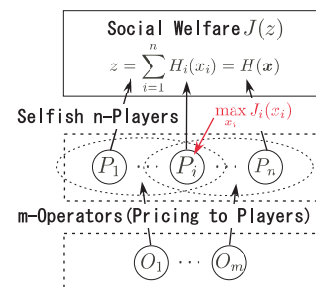


Fig. 1: Selfish players and operators

仮定 1 $J_i(\cdot) \in C^2$, $J(\cdot) \in C^2$ は狭義の凹関数, $g_j(\cdot) \in C^2$ は凹関数, $H_i(\cdot)$ は線形関数とする.

また, 原問題は以下の双対問題で表すことができる.

$$\min_{\lambda} \max_{\mathbf{x}} \sum_{i=1}^n J_i(x_i) + [J \circ H](\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(\mathbf{x}) \quad (2)$$

$[J \circ H]$ は $J(z)$ と $H(\mathbf{x})$ の合成関数であり, ベクトル $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_m]$ とする. (2) 式において, ラグランジュ関数は, $L(\mathbf{x}, \lambda) = \sum_{i=1}^n J_i(x_i) + [J \circ H](\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(\mathbf{x})$ である. 双対問題において, 以下の鞍点解と原問題の最適解は一致する.

$$L(\mathbf{x}, \lambda^*) \leq L(\mathbf{x}^*, \lambda^*) \leq L(\mathbf{x}^*, \lambda) \quad (3)$$

(2) 式を, 前述の利己的プレイヤーという問題設定を考慮して, 分割して考える. 分割された問題において i 番目のプレイヤーが得られる利益は以下ようになる.

$$C_i(x_i, x_{-i}, \lambda) = J_i(x_i) + \pi_i(x_i, x_{-i}, \lambda) \quad (4)$$

(4) 式において, π_i はオペレータにより, 各プレイヤーへ与えられる付加コストである. $-i$ は相手プレイヤーを表す集合であり, $-i = \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, n\}$ と定義する. 各プレイヤーは付加コストが与えられたコスト関数 $C_i(x_i, x_{-i}, \lambda)$ の最大化を目指して行動する.

ラグランジュ乗数の最適化は, オペレータにより行われる. 各オペレータの決定は, コスト関数 $O_j(\mathbf{x}, \lambda_j)$ の最小化となる.

$$O_j(\mathbf{x}, \lambda_j) = \lambda_j g_j(\mathbf{x}) \quad (5)$$

(4) 式と (5) 式より構成される分解後の問題は, $n + m$ プレイヤーにより構成される非協力ゲーム問題となり, その解は, 以下に示すナッシュ均衡になる.

$$C_i(x_i^*, x_{-i}^*, \lambda^*) \geq C_i(x_i, x_{-i}^*, \lambda^*) \quad (6)$$

$$O_j(x_i^*, x_{-i}^*, \lambda_j^*) \leq O_j(x_i^*, x_{-i}^*, \lambda_j) \quad (7)$$

以上より, 我々の目的は双対問題の鞍点解とナッシュ均衡解が一致するような付加コスト π_i の条件を見つけることであると分かる. この目的を達成する本研究の主結果として, 以下の定理 1 がある.

定理 1 仮定 1 が成り立ち, プレイヤー i に対する付加コスト関数 $\pi_i(x_i, x_{-i}, \lambda)$ が与えられたとする. (6) 式で定義される $C_i(x_i, x_{-i}, \lambda)$ 及び, (7) 式で定義される $O_j(\mathbf{x}, \lambda_j)$ のナッシュ均衡解が双対問題 (2) 式の鞍点解となる必要十分条件は, 以下の (8) 式を満たす連続な任意関数 $F_i(x_{-i}, \lambda)$ が存在することである.

$$\begin{aligned} \pi_i(x_i, x_{-i}, \lambda) = & [J \circ H](x_i, x_{-i}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(x_i, x_{-i}) \\ & + F_i(x_{-i}, \lambda) \end{aligned} \quad (8)$$

Proof 1 証明略 ⁷⁾ □

3 個人合理性を考慮したプライシング

従来の固定価格と異なるプライシングを導入した市場は, 従来の市場と比較して, 参加するメリットがあると判断されることが望ましい. そこでメカニズムデザイン理論⁸⁾を導入する. メカニズムデザイン分野において, 市場に参加することがプレイヤーにとって得であることを, 個人合理性と呼ぶ⁸⁾. 本節では, 原問題を満足しつつ, 従来の固定価格での市場と比較したうえで個人合理性を満たすプライシング手法の導出を試みる.

3.1 消費者における個人合理性

各変数に意味を持たせるために以下の仮定を設ける.

仮定 2 状態量 \mathbf{x} とラグランジュ乗数 λ は常に正とする.

消費者は, ある品を x_i だけ消費することで得られる満足度を表す効用を最大化することを目指す. 固定価格 λ^c における市場を考えた場合, プレイヤー i が消費者であった時, 最も効用を得られる需要量 x'_{d_i} は以下のように計算される.

$$x'_{d_i} \in \arg \max_{x_i} J_i(x_i) - \lambda_c x_i \quad (9)$$

消費者に関して, $J_i(x_i)$ は狭義の凹関数, 単調増加という性質を持つ. このときの効用をナッシュ均衡解を下回らないことを個人合理性とし, 次のように定義する.

定義 1 個人合理性 (消費者)

プレイヤー i が消費者であるとき, 定理 1 に従い付加コスト $\pi_i(x_i, x_{-i}, \lambda)$ が与えられたときの $C_i(x_i, x_{-i}, \lambda)$ のナッシュ均衡解を, x_i^* , 基準値を x'_{d_i} とする. このとき, x_i^* が以下の不等式を満たすことを個人合理性という.

$$C_i(x_i^*, x_{-i}^*) \geq J_i(x'_{d_i}) - \lambda_c x'_{d_i} \quad (10)$$

この条件を満たすためには, 任意関数 $F_i(x_{-i})$ の設定を工夫して組む必要があるが, 消費者に対する適切な設定方法を与える方針となる以下の定理 2 が得られる.

定理 2 プレイヤー i が消費者であるとき, 定理 1(8) 式の任意関数 $F_i(x_{-i})$ が (11) 式で与えられたとき, 消費者の個人合理性をナッシュ均衡において達成する.

$$F_i(x_{-i}) \geq -[J \circ H](x'_{d_i}, x_{-i}) - \lambda g(x'_{d_i}, x_{-i}) - \lambda_c x'_{d_i} \quad (11)$$

Proof 2 消費者における個人合理性を満たす $F_i(x_{-i})$ の条件を求めればよい.

$$\begin{aligned} J_i(x_i^*) + [J \circ H](x_i^*, x_{-i}^*) + \lambda^* g(x_i^*, x_{-i}^*) + F_i(x_{-i}^*) \\ \geq J_i(x'_{d_i}) - \lambda_c x'_{d_i} \end{aligned} \quad (12)$$

x_i^* をナッシュ均衡解とすると, その定義から以下の不等式を満たす.

$$\begin{aligned} J_i(x_i^*) + [J \circ H](x_i^*, x_{-i}^*) + \lambda^* g(x_i^*, x_{-i}^*) + F_i(x_{-i}^*) \\ \geq J_i(x'_{d_i}) + [J \circ H](x'_{d_i}, x_{-i}^*) + \lambda^* g(x'_{d_i}, x_{-i}^*) + F_i(x_{-i}^*) \end{aligned} \quad (13)$$

よって、以下の不等式が成り立つことが示されれば、(12)式を満たすことは明らかである。

$$J_i(x'_{d_i}) + [J \circ H](x'_{d_i}, x^*_{-i}) + \lambda^* g(x'_{d_i}, x^*_{-i}) + F_i(x^*_{-i}) \geq J_i(x'_{d_i}) - \lambda_c x'_{d_i} \quad (14)$$

このことから、 $F_i(x_{-i})$ が満たすべき条件は以下となる。

$$F_i(x_{-i}) \geq -[J \circ H](x'_{d_i}, x_{-i}) - \lambda g(x'_{d_i}, x_{-i}) - \lambda_c x'_{d_i} \quad (15)$$

以上より、(11)式が示された。□

3.2 生産者における個人合理性

生産者は、ある品を x_i だけ供給することで得られる利益を最大化することを目指す。固定価格 λ^c における市場を考えた場合、プレイヤー i が生産者であるとき、最も利益を得られる供給量 x'_{s_i} は次のように計算される。

$$x'_{s_i} \in \arg \max_{x_i} \lambda_c x_i - J_i(x_i) \quad (16)$$

生産者に関して、 $J_i(x_i)$ は x_i に対して狭義の凸関数、単調増加とする。このときの利益をナッシュ均衡解が下回らないことを個人合理性とし、次のように定義する。

定義 2 個人合理性 (生産者)

プレイヤー i が生産者であるとき、定理 1 に従い付加コスト $\pi_i(x_i, x_{-i}, \lambda)$ が与えられたときの $C_i(x_i, x_{-i}, \lambda)$ のナッシュ均衡解を、 x^*_i 、基準値を x'_{s_i} とする。このとき、 x^*_i が以下の不等式を満たすことを個人合理性という。

$$C_i(x^*_i, x^*_{-i}) \geq \lambda_c x'_{s_i} - J_i(x'_{s_i}) \quad (17)$$

この条件を満たすために任意関数 $F_i(x_{-i})$ の設定の指針が、消費者の場合と同様に以下の定理 3 が得られる。

定理 3 プレイヤー i が生産者である時、定理 1(8)式における任意関数 $F_i(x_{-i})$ が (18)式で与えられたとき、生産者の個人合理性をナッシュ均衡において達成する。

$$F_i(x_{-i}) \geq -[J \circ H](x'_{s_i}, x_{-i}) - \lambda g(x'_{s_i}, x_{-i}) + \lambda_c x'_{s_i} \quad (18)$$

Proof 3 生産者における個人合理性を満たす $F_i(x_{-i})$ の条件を求めればよい。

$$-J_i(x^*_i) + [J \circ H](x^*_i, x^*_{-i}) + \lambda^* g(x^*_i, x^*_{-i}) + F_i(x^*_{-i}) \geq -J_i(x^*_i) + \lambda_c x^*_i \quad (19)$$

以下、定理 2 の証明と同様である。□

4 電力系統と系統周波数制御

本章では、提案したプライシング手法の電力網の系統周波数制御への応用について考える。今回考慮する電力網モデルを Fig.2 に示す。各エリアの電力容量は 200[MW] とし、単位法における基準値とする。グリッド同士は、連結しており、電力潮流 P_{tie} による干渉があるとする。各グリッドは、供給家、需要家、ISO(Independed

System Operator) から構成されているとする。ここでいう需要家と供給家は、エリア内に複数存在するが仮想的に一つのプレイヤーとみなして考えている。需要家は、電力価格 ($\lambda_i + \pi_{d_i}$) を考慮して、電力消費量 x_{d_i} を決定する。供給家は、電力価格 ($\lambda_i + \pi_{s_i}$) を考慮して、電力供給量 x_{s_i} を決定する。供給家の装置としてはガスタービン発電機を想定しているが、従来の系統周波数制御を行う機能を有しており、供給家の一部の発電機はそのために運用されているものとする。今回は TBC 方式を採用し、ブロック線図にて Fig.3 上部に示している。独立系統運用機関 (ISO) は、エリア内の需要家及び供給家にプライシングを行う非営利の第 3 機関とする。

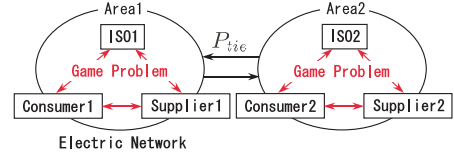


Fig. 2: Microgrid with two areas

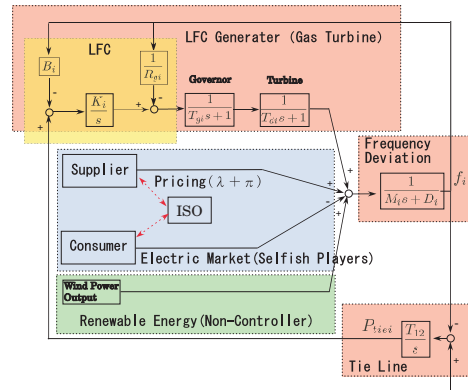


Fig. 3: Model of each area

4.1 電力網のモデル化

Fig. 3 に各エリアの詳細を示し、電力網モデルは (20) ~ (24) 式のように定式化した。

$$\dot{P}_{tie_i} = \sum_{j \in N_i} T_{ij}(f_j - f_i) \quad (20)$$

$$\dot{f}_i = -\frac{D_i}{M_i} f_i + \frac{1}{M_i} P_{g_i} + \frac{1}{M_i} x_{s_i} - \frac{1}{M_i} x_{d_i} + \frac{1}{M_i} P_{tie_i} + \frac{1}{M_i} w_i \quad (21)$$

$$\dot{P}_{g_i} = -\frac{1}{T_{d_i}} P_{g_i} + \frac{1}{T_{d_i}} x_{g_{v_i}} \quad (22)$$

$$\dot{x}_{g_{v_i}} = -\frac{1}{R_{g_i} T_{g_i}} f_i - \frac{1}{T_{g_i}} x_{g_{v_i}} + \frac{1}{T_{g_i}} U_{AR_i} \quad (23)$$

$$\dot{U}_{AR_i} = K_i P_{tie_i} - B_i K_i f_i \quad (24)$$

エリア間潮流変動 P_{tie} に関しては、(20) 式で定式化した。需給の偏差によって生じる周波数変動 f_i に関しては、(21) 式で定式化した。21) 式における変数の定義であるが、 P_{g_i} は供給家が LFC 発電機として運転しているガスタービン発電機の出力を表しており、供給家のトータルの発電量は、 $S_i^{total} = P_{g_i} + x_{s_i}$ となる。 w_i は風力

発電出力を表しており、コントローラーが搭載されていないため、出力調整は行われたいとする。ガスタービン発電機は、ガバナとタービンからなり、それぞれの動特性を、(22)式、(23)式でそれぞれ一次系で模擬した。(24)式はエリア i の LFC 出力指令値を表している。

ベクトル $z_i = [\theta_i \ f_i \ P_{g_i} \ x_{gvi} \ U_{AR_i}]^T$ を定義し、サンプル時間 T で離散化し、(25)式とする。ただし \mathcal{N}_i はエリア i と隣接しているエリアの集合を表す。これで、公共利益を表す変数 z が定式化できた。電力網モデルに関して設定したパラメータを Table 1 に示す。

$$z_i(t+1) = E_i z_i(t) + C_i x_{s_i}(t) - C_i x_{d_i}(t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} E_{ij} z_j(t) + C_i w_i(t) \quad (25)$$

Table 1: Model parameters

Rate power of area 1 PW_1 [MW]	200
Rate power of area 2 PW_2 [MW]	200
Synchronizing coefficient T_{12} [puMW]	0.5
Inertia constant of area 1 M_1 [puMW·sec/Hz]	0.35
Inertia constant of area 2 M_2 [puMW·sec/Hz]	0.25
Dumping constant of area 1 D_1 [puMW·Hz]	0.2
Dumping constant of area 2 D_2 [puMW·Hz]	0.2
Gas turbine constant of area 1 T_{d1} [sec]	1.0
Gas turbine constant of area 2 T_{d2} [sec]	0.8
Governor time constant of area 1 T_{g1} [sec]	0.2
Governor time constant of area 2 T_{g2} [sec]	0.15
Regulation constant of area 1 R_1 [Hz/puMW]	2.4
Regulation constant of area 2 R_2 [Hz/puMW]	2.4

4.2 各プレイヤーのモデル化

需要家、供給家、ISO のモデル化を行う。電力網全体の利益を表す、社会厚生関数を以下のように定義する。

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{x}_d, \mathbf{x}_s} \quad & \sum_{i=1}^2 v_i(x_{d_i}(t)) - \sum_{i=1}^2 c_i(x_{s_i}(t)) \\ & - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 z_i^T(t+1) Q_i z_i(t+1) \quad (26) \\ \text{s.t.} \quad & z_i(t+1) = E_i z_i(t) + C_i x_{s_i}(t) - C_i x_{d_i}(t) \\ & + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} E_{ij} z_j(t) + C_i w_i(t) \\ & \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_d + \mathbf{w} = 0 \end{aligned}$$

$x_{d_i}(t)$, $x_{s_i}(t)$ の決定は各プレイヤーにより、それぞれ自身の効用関数 $v_i(x_{d_i}(t))$, コスト関数 $c_i(x_{s_i}(t))$ のみを考慮し、利己的になされるものとする。(26)式のうち、原問題の $[J \circ H]$ に相当する部分は、 $-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n z_i^T(t+1) Q_i z_i(t+1)$ であるが、定理 1、定理 2 に従って、付加コストを計算すると、需要家の新たな利益関数 $\mathcal{C}_{d_i}(x_{d_i}(t), x_{-d_i}(t))$ は以下ようになる。 x_{-d_i} の定義は、エリア i の需要家にとっての相手プレイヤーを表しており、例えば $x_{d_1} = \{x_{d_2}, x_{s_1}, x_{s_2}\}$ である。 x'_{d_i} は 9)

式で計算される需要家 i の基準値である。

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{d_i}(x_{d_i}(t), x_{-d_i}(t)) \\ = v_i(x_{d_i}(t)) + [J \circ H](x_{d_i}(t), x_{-d_i}(t)) \\ + \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{g}(x_{d_i}(t), x_{-d_i}(t)) - [J \circ H](x'_{d_i}, x_{-d_i}(t)) \\ - \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{g}(x'_{d_i}, x_{-d_i}(t)) - \lambda_c x'_{d_i} \quad (27) \end{aligned}$$

$[J \circ H](x_{d_i}, x_{-d_i})$ と $\mathbf{g}(x_{d_i}, x_{-d_i})$ を展開、整理すると、以下ようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{d_i}(x_{d_i}(t), x_{-d_i}(t)) \\ = v_i(x_{d_i}(t)) - \lambda_i(t) x_{d_i}(t) + (\lambda_i(t) - \lambda_c) x'_{d_i} \\ + \left(E_i z_i(t) + C_i x_{s_i}(t) - \frac{1}{2} C_i x_{d_i}(t) \right) \\ + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} E_{ij} z_j(t) + C_i w_i(t) \Big)^T Q_i C_i x_{d_i}(t) \\ - \left(E_i z_i(t) + C_i x_{s_i}(t) - \frac{1}{2} C_i x'_{d_i} \right) \\ + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} E_{ij} z_j(t) + C_i w_i(t) \Big)^T Q_i C_i x'_{d_i} \quad (28) \end{aligned}$$

供給家についても定理 1、定理 3 に従って、付加コストを計算すると、新たな利益関数 $\mathcal{C}_{s_i}(x_{s_i}(t), x_{-s_i}(t))$ は以下ようになる。 x'_{s_i} は 16) 式で計算される供給家 i の基準値である。

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{s_i}(x_{s_i}(t), x_{-s_i}(t)) \\ = -c_i(x_{s_i}(t)) + [J \circ H](x_{s_i}(t), x_{-s_i}(t)) \\ + \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{g}(x_{s_i}(t), x_{-s_i}(t)) - [J \circ H](x'_{s_i}, x_{-s_i}(t)) \\ - \boldsymbol{\lambda}^T(t) \mathbf{g}(x'_{s_i}, x_{-s_i}(t)) + \lambda_c x'_{s_i} \quad (29) \end{aligned}$$

同様に、 $[J \circ H](x_{d_i}, x_{-d_i})$ と $\mathbf{g}(x_{d_i}, x_{-d_i})$ を展開、整理すると、以下ようになる。

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{s_i}(x_{s_i}(t), x_{-s_i}(t)) \\ = -c_i(x_{s_i}(t)) + \lambda_i(t) x_{s_i}(t) + (\lambda_i(t) - \lambda_c) x'_{s_i} \\ - \left(E_i z_i(t) - \frac{1}{2} C_i x_{s_i}(t) + C_i x_{d_i}(t) \right) \\ + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} E_{ij} z_j(t) + C_i w_i(t) \Big)^T Q_i C_i x_{s_i}(t) \\ + \left(E_i z_i(t) - \frac{1}{2} C_i x'_{s_i}(t) + C_i x_{d_i}(t) \right) \\ + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} E_{ij} z_j(t) + C_i w_i(t) \Big)^T Q_i C_i x'_{s_i} \quad (30) \end{aligned}$$

エリア i の ISO のコスト関数は以下ようになる。

$$\mathcal{O}_i(\lambda_i(t), x_i(t)) = \lambda_i(t)(x_{s_i}(t) - x_{d_i}(t) + w_i(t)) \quad (31)$$

ここで、公共利益 z 、需要量 x_d 、供給量 x_s の変動に合わせて、各プレイヤーがいかにして、ナッシュ均衡解に至るかという動的モデルを考えたい。本稿においてはアロー＝ハーヴェイツの Gradient Method⁹⁾ の定差方程式を用いて、需要家と供給家の行動をモデル化する。

$$\begin{aligned}
x_i(t+1) &= \max \left\{ 0, x_i(t) + \gamma_i \frac{\partial \mathcal{C}_i(\mathbf{x}(t), \boldsymbol{\lambda}(t))}{\partial x_i(t)} \right\} \\
&= \max \left\{ 0, x_i(t) + \gamma_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(J_i(x_i(t)) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + [J \circ H](\mathbf{x}(t)) + \boldsymbol{\lambda}^T(t)g(\mathbf{x}(t)) \right) \right\} \\
\lambda_j(t+1) &= \max \left\{ 0, \lambda_j(t) - \gamma_j \frac{\partial \mathcal{C}_j(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda})}{\partial \lambda_j} \right\} \\
&= \max \{ 0, \lambda_j(t) - \gamma_j g_j(\mathbf{x}(t)) \} \quad (32)
\end{aligned}$$

(32) 式に従って、各プレイヤー及びオペレータが状態量を更新する結果、状態量 \mathbf{x} 及びラグランジュ乗数 $\boldsymbol{\lambda}$ は鞍点解 $(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$ 近傍へと収束する。ただし、近傍は定数 $\epsilon > 0$ が与えられたとき、(33) 式で定義される。

$$\|\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^*\|^2 + \|\boldsymbol{\lambda}(t) - \boldsymbol{\lambda}^*\|^2 \leq \epsilon \quad (33)$$

定差方程式 (32) 式をプライシングを考慮した利益関数 $\mathcal{C}_{d_i}(x_{d_i}(t), x_{-d_i}(t))$, $\mathcal{C}_{s_i}(x_{s_i}(t), x_{-s_i}(t))$ に適用すると、エリア i の需要量、供給量の更新則がそれぞれ以下のように与えられる。

$$\begin{aligned}
x_{d_i}(t+1) &= x_{d_i}(t) + \gamma_{d_i} \left(v'_i(x_{d_i}(t)) - \lambda(t) \right. \\
&\quad + C_i^T Q_i E_i z_i(t) + C_i^T Q_i C_i x_{s_i}(t) \\
&\quad \left. - C_i^T Q_i C_i x_{d_i}(t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} C_i^T Q_i E_{ij} z_j(t) \right) \quad (34)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{s_i}(t+1) &= x_{s_i}(t) + \gamma_{s_i} \left(\lambda(t) - c'_i(x_{d_i}(t)) \right. \\
&\quad - C_i^T Q_i E_i z_i(t) - C_i^T Q_i C_i x_{s_i}(t) \\
&\quad \left. + C_i^T Q_i C_i x_{d_i}(t) - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} C_i^T Q_i E_{ij} z_j(t) \right) \quad (35)
\end{aligned}$$

(34), (35) 式は、定理 1 に従って付加コストが計算されれば、任意関数の構造に関わらずこれら 2 式が定差方程式により導出される。このことは、任意関数はプレイヤーの戦略に影響を与えないことを表す。エリア i の ISO によりなされる価格の更新則は以下で与えられる。

$$\lambda(t+1) = \lambda(t) + \gamma_{o_i} (x_{d_i}(t) - x_{s_i}(t) - w_i(t)) \quad (36)$$

5 シミュレーション検証

シミュレーション時間は一時間を想定し、3600[sec] とした。シミュレーション時間内における風力発電機の出力変動は以下の Fig.4, Fig.5 とした。各エリアにおいてエリア 1 ならば 1000[sec] から、2000[sec] の間、エリア 2 ならば 1500[sec] から 2500[sec] の間に大きな出力変動が生じ、過剰供給となるが、プライシングを適切に行うことで、系統に与える影響を最小限に抑えたい。

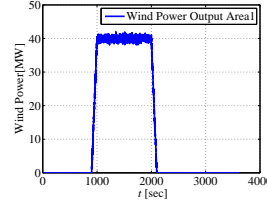


Fig. 4: Wind power output in area 1

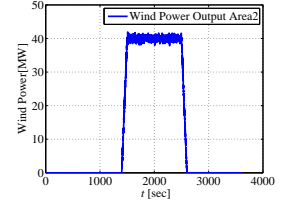


Fig. 5: Wind power output in area 2

また、エリア i の需要家の効用関数と、供給家のコスト関数をそれぞれ以下のように設定する。

$$v_i(x_{d_i}(t)) = a_i \log(x_{d_i}(t)), \quad c_i(x_{s_i}(t)) = \frac{1}{2} b_i x_{s_i}^2(t) \quad (37)$$

ここで、 $a_1 = 1.922 \times 10^6$, $a_2 = 1.999 \times 10^6$, $b_1 = b_2 = 1.922 \times 10^4$ とした。また、3 節で提案したプライシング手法を適用するにあたって、利益の基準値となる需要量、供給量を計算するため、価格を 1.730×10^4 [yen/MW] とし、 x'_{d_1} , x'_{s_1} を計算すると、 $x'_{d_1} = 110$ [MW], $x'_{d_2} = 115$ [MW], $x'_{s_1} = x'_{s_2} = 90$ [MW] となる。つまり、プライシングがなければ両エリアにおいて需要量の方が高い値となる。定差方程式のステップサイズは $\gamma_{s_i} = \gamma_{o_i} = 5.0 \times 10^{-3}$, $\gamma_{d_i} = 5.0 \times 10^{-3}$ とした。次に、社会厚生関数 $J(z)$ に関してであるが、 $Q = 2.0 \times 10^8 \times I_5$ に設計したとした。

シミュレーションは個人合理性を考慮したパターン 1 と、考慮していないパターン 2 の 2 通り行う。パターン 1 は、コスト関数 $C_i(x_i, x_{-i})$ が (28), (30) 式のように与えられた場合を考える。パターン 2 は、コスト関数 $C_i(x_i, x_{-i})$ がそれぞれ以下のように定式化された場合で行う。

$$\begin{aligned}
&\mathcal{C}_{d_i}(x_{d_i}(t), -d_i(t)) \\
&= v_i(x_{d_i}(t)) - \lambda_i(t) x_{d_i}(t) + \left(E_i z_i(t) - \frac{1}{2} C_i x_{d_i}(t) \right. \\
&\quad \left. + C_i x_{s_i}(t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} E_{ij} z_j(t) + C_i w_i(t) \right)^T Q_i C_i x_{d_i}(t) \quad (38)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\mathcal{C}_{s_i}(x_{s_i}(t), -s_i(t)) \\
&= \lambda_i(t) x_{s_i}(t) - c_i(x_{s_i}(t)) - \left(E_i z_i(t) + \frac{1}{2} C_i x_{s_i}(t) \right. \\
&\quad \left. - C_i x_{d_i}(t) + \sum_{j \in \mathcal{N}_i} E_{ij} z_j(t) + C_i w_i(t) \right)^T Q_i C_i x_{s_i}(t) \quad (39)
\end{aligned}$$

シミュレーションの結果は Fig.6-Fig.11 のようになった。Fig.6 はエリア 1 における系統周波数偏差をプロットしたものであり、プライシングを行うことによって、周波数偏差が抑えられていることが分かる。Fig.7 はエリア 1 における需要と供給の偏差をプロットしたものであり、プライシングを行うことによって、偏差が徐々に収束していることが分かる。Fig.8, 9 はエリア 1 におけ

る需要家の効用をプロットしたものであり、提案した任意関数の設定により、需要家の効用が常に基準値以上に維持できていることが分かる。Fig.10, 11 はそれぞれエリア 1 における電力価格の変動と、付加コストの変動の様子を表している。Fig.10 を見ると、需要が多すぎる時間帯においては、価格が上昇し、需要を抑える効果が生じていることが分かる。また、Fig.11 を見ると、価格が高くなり、需要家が損をしてしまう時間帯において、値が大きくなり、需要家に対する支払いとして機能していることが分かる。

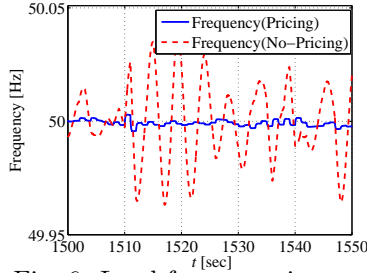


Fig. 6: Load frequency in area 1

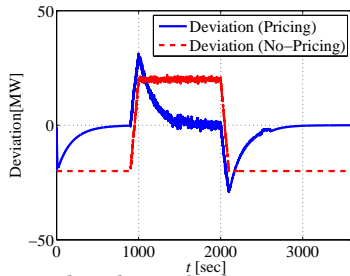


Fig. 7: Demand and supply deviation in area 1 except LFC output

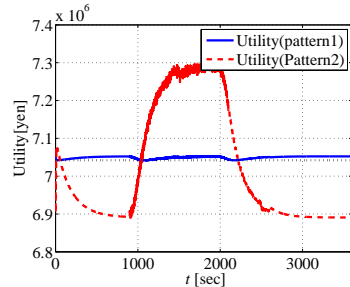


Fig. 8: Consumer utility in area 1

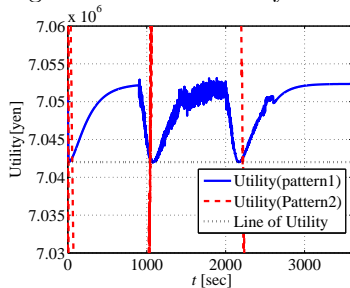


Fig. 9: Consumer utility in area 1 (zoomed)

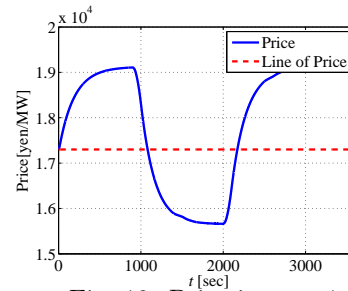


Fig. 10: Price in area 1

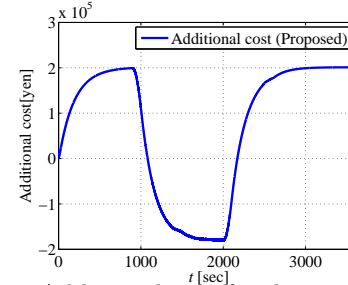


Fig. 11: Additional cost for demand in area 1

6 おわりに

本稿では、等式制約付き最適化問題において、利己的プレイヤーの行動を公共利益へ誘導するプライシング手法を提案した。また、参加することで利益を保証できる設計が可能であることも併せて示した。最後に、シミュレーションによって、提案手法の有効性を確認した。

今後の課題として、今回はナッシュ均衡という合理的な選択を各プレイヤーが行った場合において、個人合理性を得られるという定式化を行ったが、任意なプレイヤー選択、価格に対して、プレイヤーが損をすることのないように任意関数を動的に計算する手法の提案などがあげられる。

参考文献

- 1) 滑川 徹, "スマートグリッドのための分散予測制御" 計測と制御, **51-1**, 62/68, (2012)
- 2) Y. Miyano, and T. Namerikawa: Load Leveling Control by Real-Time Dynamical Pricing Based on Steepest Descent Method, SICE Annual Conference, 131/136, (2012)
- 3) A. W. Berger, F. C. Schewpe: Real time pricing to assist in load frequency control, IEEE Transaction on Power Systems **4-3**, 920/926, (1989)
- 4) 平田 研二, 内田 健康: 分散化と統合化の制御理論, 計測と制御, **51-1**, 55/61, (2012)
- 5) T. Tanaka, A. Cheng, C. Langbort: A Dynamic Pivot Mechanism with Application to Real Time Pricing in Power Systems, American Control Conference, 3705/3711, (2012)
- 6) A. Rantzer: Dynamic Dual Decomposition for Distributed Control, American Control Conference, 884/888, (2009)
- 7) 大久保 徳雄, 滑川 徹: "双対分解とゲーム理論に基づくリアルタイムプライシングによる電力網の系統周波数制御" 第 41 回制御理論シンポジウム, 141/144, 2012
- 8) 坂井, 藤中, 若山: メカニズムデザイン, ミネルヴァ書房, (2008)
- 9) K.J. Arrow, L. Hurwicz, and H. Uzawa: Studies in linear and nonlinear programming, Stanford University Press, (1958)