

# 重複情報を用いた電力ネットワークの分散階層制御

末廣友晴 滑川徹 (慶應義塾大学)

## Decentralized Hierarchical Control of Power Networks with Overlapping Information

\*T. Suehiro and T. Namerikawa (Keio Univ. )

**Abstract**— This paper deals with a hierarchical decentralized control of power networks by using overlapping information. The control objective is to minimize the cost function of load frequency control problem. The control law is constructed through three steps. In the 1st step, we make a hierarchical system with overlapping information. In the 2nd step, a relationship between the original system and the hierarchical system is confirmed. In the 3rd step, the hierarchical decentralized control for the hierarchical system is constructed and the hierarchical decentralized control law is contracted to the original system. Then, we show the effectiveness of the load frequency control by using the proposed control method.

**Key Words:** Decentralized Hierarchical Control, Overlapping Information, Power Network

### 1 はじめに

1950 年代, 不確実性の下の異なる情報を用いる意思決定問題が研究されてきた. 代表的なものとしてゲーム問題やチーム問題がある. これらは 1970 年代に入り, 分散制御との関わりが強くなり, 複数のサブシステムが異なる情報を受け取る情報構造を持つシステムについての研究が数多く行われた<sup>1, 2)</sup>.

近年では, 新しい電力網であるスマートグリッドが考えられ, 異なる発電機や可制御負荷を協調させ最適に運用する技術が求められている. スマートグリッドに関する研究は多く行われているが, 分散制御手法もスマートグリッドに関わる技術として期待されている. エネルギー資源や地球温暖化などの問題への対策として, 蓄電池や風力発電などの分散電源の導入が始まっている. しかしながら, これらの大量導入によって一部の分散電源は電力網に周波数変動や電圧変動などの悪影響を与える. また, 制御する電源の数が増えることにより 1 つの制御器で制御する集中制御で行うことが困難になる. したがって, 分散的に, 安全に電力網を運用する方法が必要と考えられている.

電力網の制御に関しては古くから研究されている<sup>3)</sup>. 分散制御手法においてもサブシステム間に影響を与える状態を重複させた制御手法が電力網に有効であることが示されており<sup>2)</sup>, 状態を重複させることが安定的な運用になることを示唆している. 最近では, 風力発電や太陽光発電, 蓄電池などの分散電源を導入した電力網の周波数制御についても研究が行われており<sup>4, 5)</sup>, これらの電力網や電力システムに適用する分散制御手法に関する研究も盛んに行われている<sup>6, 7)</sup>. 一方で, 分散制御手法を適用するような大規模複雑なシステムを人間の体内のように見立て, 幾つかのサブシステムの群から構成される階層システムとして扱った研究も行われており<sup>8)</sup>, サブシステムの数が多いために有用であり, 分散制御手法との融合が考えられる.

本稿では電力ネットワークに対し, 重複情報を用いた分散階層制御法を提案する. 分散階層制御則は 3 つの段階を経て設計される. まず, 状態や入力を含むサブシステムが重複する階層システムを構築する. 次に, 階層システムと元のシステムとの関係性を確認する. そし

て, 階層システムに対する分散制御則を設計し, 元のシステムに対応するように制御則を縮小する. 終わりに, 分散型電源を導入し電力ネットワークに提案手法を適用し, 有効性を示す.

### 2 問題設定

Fig. 1 で表されるような電力ネットワークを考える. Area  $i$  は電力ネットワーク全体を分割した時の  $i$  番目の地域であり,  $\Delta P_{ij}$  は Area  $j$  から Area  $i$  に流れる電力潮流である. また, Area  $i$  では計測される情報を元に制御可能な電源に司令を出して制御を行なっている.

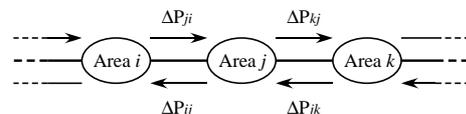


Fig. 1: Electric Power Network

電力ネットワークを  $n$  個の地域に分割すると,  $i$  番目のサブシステム (Area  $i$  のシステム)  $S_i$  は,

$$x_i(k+1) = \sum_{j=1}^n A_{ij}x_j(k) + B_i u_i(k) + w_i(k) \quad (1)$$

$$z_i(k) = C_i x_i(k) + D_i u_i(k) \quad (2)$$

と表せる.  $k \in \mathbb{Z}_+$  は  $\mathbb{Z}_+$  を非負の整数の集合として時刻を表しており, 初期時刻は 0 とする.  $x_i(k) \in \mathbb{R}^{n_1}$ ,  $u_i(k) \in \mathbb{R}^{m_1}$ ,  $w_i(k) \in \mathbb{R}^{n_1}$ ,  $z_i(k) \in \mathbb{R}^{p_1}$  はそれぞれ時刻  $k$  におけるサブシステム  $S_i$  の状態, 制御入力, 外乱, 評価出力である.  $A_{ii} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1}$ ,  $B_i \in \mathbb{R}^{n_1 \times m_1}$ ,  $C_i \in \mathbb{R}^{p_1 \times n_1}$ ,  $D_i \in \mathbb{R}^{p_1 \times m_1}$  は定数行列とする. ただし,  $C_i$  と  $D_i$  は

$$C_i^T D_i = 0, \quad D_i^T D_i > 0 \quad (3)$$

を満たす.  $v_i(k) = \sum_{j=1, j \neq i}^n A_{ij}x_j(k) + w_i(k)$  とおくと, 全体の電力ネットワークのシステム  $S$  は次のように表すことができる.

$$x(k+1) = A_D x(k) + B u(k) + v(k) \quad (4)$$

$$z(k) = C x(k) + D u(k) \quad (5)$$

ただし,  $x(k) = [x_1^T(k) \cdots x_i^T(k) \cdots x_n(k)]^T$ ,  $u(k) = [u_1^T(k) \cdots u_i^T(k) \cdots u_n(k)]^T$ ,  $v(k) = [v_1^T(k) \cdots v_i^T(k) \cdots v_n(k)]^T$  であり, 行列はそれぞれ次のように表せる.

$$A_D = \sum_{i=1}^n G_i \otimes A_{ii}, \quad B = \sum_{i=1}^n G_i \otimes B_i \quad (6)$$

$$C = \sum_{i=1}^n G_i \otimes C_i, \quad D = \sum_{i=1}^n G_i \otimes D_i \quad (7)$$

$$G_i \in \mathbb{R}^{n \times n} = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & \ddots & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 1 & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & \ddots \\ & & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

次の評価関数を小さくするように制御器を設計することを考える。

$$J = E \sum_{k=0}^{\infty} \|z(k)\|^2 \quad (9)$$

### 3 分散階層制御器の設計

#### 3.1 階層システムの構築

このシステムに対し、まず、階層的なシステムを構成する。電力ネットワーク全体を Fig. 2 のような複数のサブシステムによって階層的に構成する。ここで、ある階層ではサブシステムが重複するように構成するものとする。

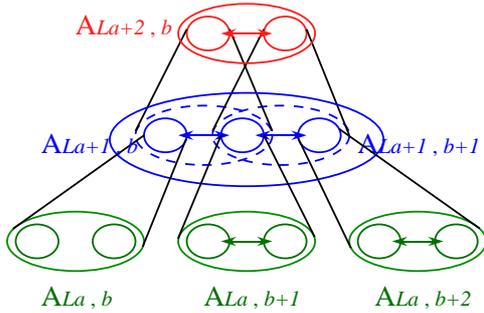


Fig. 2: Hierarchical System

階層的に構成されたシステムを数学的に表す。各階層での接続構造を表す行列  $G_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \times n_a}$  を用いて次のように行列の集合を定義する。

$$\begin{aligned} A_{L1} &= \{A_{L1,b} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1} \mid A_{L1,b} = A_{bb}\} \\ A_{La} &= \{A_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \times n_a} \mid A_{La} = \\ &\quad \sum_{b=1}^{N_{La,b}} G_{La,b} \otimes A_{La-1,b}, A_{La-1,b} \in A_{La-1}\} \\ B_{L1} &= \{B_{L1,b} \in \mathbb{R}^{n_1 \times m_1} \mid B_{L1,b} = B_b\} \\ B_{La} &= \{B_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \times m_1} \mid B_{La} = \\ &\quad \sum_{b=1}^{N_{La,b}} G_{La,b} \otimes B_{La-1,b}, B_{La-1,b} \in B_{La-1}\} \\ C_{L1} &= \{C_{L1,b} \in \mathbb{R}^{p_1 \times n_1} \mid C_{L1,b} = C_b\} \\ C_{La} &= \{C_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \times p_1} \mid C_{La} = \\ &\quad \sum_{b=1}^{N_{La,b}} G_{La,b} \otimes C_{La-1,b}, C_{La-1,b} \in C_{La-1}\} \\ D_{L1} &= \{D_{L1,b} \in \mathbb{R}^{p_1 \times m_1} \mid D_{L1,b} = D_b\} \\ D_{La} &= \{D_{La,b} \in \mathbb{R}^{n_a \times p_1} \mid D_{La} = \\ &\quad \sum_{b=1}^{N_{La,b}} G_{La,b} \otimes D_{La-1,b}, D_{La-1,b} \in D_{La-1}\} \end{aligned}$$

ここで、 $N_{La,b}$  は階層  $a$  の  $b$  番目のサブシステムにある階層  $a-1$  のサブシステムの数である。階層が  $\tilde{n}$  までであるとき、 $\tilde{n}$  階層までの階層化された全体のシステム  $\tilde{S}$  は次のように表すことができる。

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}\tilde{u}(k) + \tilde{v}(k), \quad \tilde{A} \in \mathcal{A}_{L\tilde{n}}, \tilde{B} \in \mathcal{B}_{L\tilde{n}} \quad (10)$$

$$\tilde{z}(k) = \tilde{C}\tilde{x}(k) + \tilde{D}\tilde{u}(k), \quad \tilde{C} \in \mathcal{C}_{L\tilde{n}}, \tilde{D} \in \mathcal{D}_{L\tilde{n}} \quad (11)$$

$\tilde{x}(k) \in \mathbb{R}^{n \times \tilde{n}}$ ,  $\tilde{u}(k) \in \mathbb{R}^{n \times \tilde{n} \times 2m_1}$ ,  $\tilde{v}(k) \in \mathbb{R}^{n \times \tilde{n}}$ ,  $\tilde{z}(k) \in \mathbb{R}^{n \times \tilde{n} \times 2p_1}$  はそれぞれ時刻  $k$  における階層化されたシステム  $\tilde{S}$  の状態、制御入力、外乱、評価出力である。 $\tilde{A}$ ,  $\tilde{B}$ ,  $\tilde{C}$ ,  $\tilde{D}$  については、構成したシステムによって定まる行列  $F(i, \tilde{n}) \in \mathbb{R}^{n \times \tilde{n} \times n_2 \times n_a \times n_2}$  を用いて次のように表せる。

$$\tilde{A} = \sum_{i=1}^n F(i, \tilde{n}) \otimes A_{ii}, \quad \tilde{B} = \sum_{i=1}^n F(i, \tilde{n}) \otimes B_i \quad (12)$$

$$\tilde{C} = \sum_{i=1}^n F(i, \tilde{n}) \otimes C_i, \quad \tilde{D} = \sum_{i=1}^n F(i, \tilde{n}) \otimes D_i \quad (13)$$

#### 3.2 システムの拡大

次に、構成した階層システム  $\tilde{S}$  が元のシステム  $S$  とある対応関係にあることを確認する。対応関係をシステムの拡大として定義し、その条件を導く。次のような行列を定義する。

$$G_{V_i} \in \mathbb{R}^{n \times n} : G_{V_i} G_j = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (14)$$

$$G_{U_i} \in \mathbb{R}^{n \times n} : G_i G_{U_j} = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (15)$$

$$G_{W_i} \in \mathbb{R}^{n \times n} : G_i G_{W_j} = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (16)$$

$$V = \sum_{i=1}^n G_{V_i} \otimes I_{n_1} : \mathbb{R}^{n \times m_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n_1} \quad (17)$$

$$U_a = \sum_{i=1}^n G_{U_i} \otimes I_{m_1} : \mathbb{R}^{n \times m_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times 2m_1} \quad (18)$$

$$U_b = \sum_{i=1}^n G_{U_i} \otimes I_{m_1} : \mathbb{R}^{n \times 2m_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m_1} \quad (19)$$

$$W = \sum_{i=1}^n G_{W_i} \otimes I_{p_1} : \mathbb{R}^{n \times 2p_1} \rightarrow \mathbb{R}^{n \times p_1} \quad (20)$$

ただし、 $I_n$  は  $n$  次の単位行列であり、 $U_b U_a = I_{n \times m_1}$  を満たす。 $x_0, \tilde{x}_0, z_0, \tilde{z}_0$  を  $x(k), \tilde{x}(k), z(k), \tilde{z}(k)$  の初期値とする。次のようにシステムの拡大を定義する。

#### 定義 1. システムの拡大

以下の条件を満たすとき、 $\tilde{S}$  は  $S$  の拡大である。

$$\tilde{x}_0 = V x_0 \quad (21)$$

$$\tilde{u}(k) = U_a u(k) \quad (22)$$

$$\tilde{v}(k) = V v(k) \quad (23)$$

$$z_0 = W \tilde{z}_0 \quad (24)$$

となる  $V, U_a, W$  が存在して次の式を満たす。

$$\tilde{x}(k; \tilde{x}_0, \tilde{u}) = V x(k; x_0, u) \quad \forall k \geq 0 \quad (25)$$

$$z(k; z_0, x, u) = W \tilde{z}(k; \tilde{z}_0, \tilde{x}, \tilde{u}) \quad \forall k \geq 0 \quad (26)$$

このとき、重複階層化後のシステム  $\tilde{S}$  が元のシステム  $S$  の拡大となる条件は以下のようになる。

### 定理 1. システムの拡大条件

$S$  を Eq. (4) で表されるシステム,  $\tilde{S}$  を Eq. (10) で表されるシステムとする.  $\tilde{S}$  が  $S$  の拡大となるのは, Eqs. (14)-(20) で定義される行列が存在し, 次を満たすときである.

$$G_{V_i} G_i = F(i, \tilde{n}) G_{V_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (27)$$

$$F(i, \tilde{n}) G_{V_j} = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (28)$$

$$G_i = G_{W_i} F(i, \tilde{n}) G_{V_i} \quad i = 1, \dots, n \quad (29)$$

$$G_{W_i} F(j, \tilde{n}) = 0 \quad \forall i, j, i \neq j \quad (30)$$

$$G_i G_{U_i} = G_{W_i} F(i, \tilde{n}) \quad i = 1, \dots, n \quad (31)$$

*Proof.* 詳細は省略する. 証明は次の順で証明する.

(i) Eqs. (27)-(28) が成立  $\Rightarrow$  Eq. (25) が成立.

(ii) Eqs. (28)-(31) が成立  $\Rightarrow$  Eq. (26) が成立.

(i) では, まず, Eqs. (27)-(28) が成り立つとき,  $V A_D = \tilde{A} V, V B = \tilde{B} U_a$  が成り立つことを示し, 次に, 定義 1 の条件 Eq. (25) が  $V A_D = \tilde{A} V, V B = \tilde{B} U_a$  が等価であることを示し, これらより (i) が成り立つことを示す. (ii) においても, (i) の場合と同様に, まず, Eqs. (28)-(31) が成り立つとき,  $C = W \tilde{C} V, D U_b = W \tilde{D}$  が成り立つことを示し, 次に, 定義 1 の条件 Eq. (26) が  $C = W \tilde{C} V, D U_b = W \tilde{D}$  が等価であることを示し, これらより (ii) が成り立つことを示す.  $\square$

### 3.3 分散階層制御器の設計・縮小

まず, 構成したシステムに対して, 分散階層制御器を設計する. 設計は対応するリカッチ方程式の解によって行われる. ここで, 階層制御器の構造の性質について表す. 以下の行列の集合を定義する.

$$\mathcal{G}_{H_i} = \{G_{H_{i,j}} \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i} \mid \forall j, k, \exists l, G_{H_{i,j}} G_{H_{i,k}} = G_{H_{i,l}} \quad i \geq 2\} \quad (32)$$

$$\mathcal{H}_{L_1} = \{H_{L_{1,b}} \in \mathbb{R}^{n_1 \times n_1} \mid H_{L_{1,b}} \neq \mathbf{0}\} \quad (33)$$

$$\mathcal{H}_{L_a} = \{H_{L_{a,b}} \in \mathbb{R}^{n_a \times n_a} \mid H_{L_{a,b}} = \sum_{b=1}^{N_{L_a,b}} G_{H_{a,b}} \otimes H_{L_{a-1,b}}, H_{L_{a-1,b}} \in \mathcal{H}_{L_{a-1}}\} \quad (34)$$

ただし, 集合  $\mathcal{H}_{L_1}$  は作用素代数をなすと仮定する. 作用素代数については参考文献<sup>8, 9)</sup>が詳しい. 本稿では作用素は行列を表している. このとき次の定理が成り立つ.

### 定理 2. 階層制御器の構造

$\tilde{S}$  を Eq. (10) で表されるシステムとする.  $A_{L_a,b}, A_{L_a,b}^T, B_{L_a,b}, B_{L_a,b}^T, C_{L_a,b}^T, C_{L_a,b}, D_{L_a,b}^T, D_{L_a,b} \in \mathcal{H}_{L_a}$  であり, 対応するリカッチ方程式の解が存在するとき, 計算されるゲイン  $K_{L_a,b}$  は  $K_{L_a,b} \in \mathcal{H}_{L_a}$  を満たす.

*Proof.* 詳細は省略する. まず,  $\mathcal{H}_{L_a}$  が作用素代数をなすことを帰納的に示す. そして, 作用素代数<sup>9)</sup>のクラスに属する行列からなる離散の代数リカッチ方程式の解およびゲインの性質より定理が導かれる.  $\square$

この性質より,  $\tilde{K}$  は階層的な構造になることが示されている. 今回は分散制御器を構成するため,  $\tilde{n} - 1$  階層のシステムについて制御器を構成する.  $\tilde{n} - 1$  階層の出力を  $\tilde{z}_{\tilde{n}-1,j}$  として表し,  $v(k)$  を白色外乱とみなして無視して次の評価関数を小さくする制御器を求める.

$$\tilde{J} = \sum_{j=0}^{N_{L_{\tilde{n}}}} E \sum_{k=0}^{\infty} \|\tilde{z}_{\tilde{n}-1,j}(k)\|^2 \quad (35)$$

求めたゲインを  $\tilde{K}_{\tilde{n}-1,j}$  (これは最上の階層において  $j$  番目のサブシステムに対応する) とすると, 階層システムに対する分散制御器は次のようになる.

$$\tilde{K} = \sum_{j=1}^{N_{L_{\tilde{n}}}} G_{L_{\tilde{n},j}} \otimes \tilde{K}_{\tilde{n}-1,j} \quad (36)$$

次に, 構成した階層システムに対して求めた制御器を元のシステムに対応させることを考える. システムの拡大と同様に制御器の関係を制御器の縮小として以下のように定義する.

### 定義 2. 制御器の縮小

$S$  の制御器を  $\mathcal{K}$ ,  $\tilde{S}$  の制御器を  $\tilde{\mathcal{K}}$  とする. 以下の条件を満たすとき,  $\mathcal{K}$  は  $\tilde{\mathcal{K}}$  の縮小である.

$$\tilde{x}_0 = V x_0 \quad (37)$$

$$u(k) = U_b \tilde{u}(k) \quad (38)$$

このとき, 制御器  $\mathcal{K}$  が制御器  $\tilde{\mathcal{K}}$  の縮小となる条件は以下のようになる.

### 定理 3. 制御器の縮小条件

$\mathcal{K}$  を  $u = -Kx$ ,  $\tilde{\mathcal{K}}$  を  $\tilde{u} = -\tilde{K}\tilde{x}$  とする. 制御器  $\mathcal{K}$  が制御器  $\tilde{\mathcal{K}}$  の縮小となるのは,  $\tilde{S}$  が  $S$  の拡大であり, 次を満たすときである.

$$K = U_b \tilde{K} V \quad (39)$$

*Proof.*  $\tilde{S}$  が  $S$  の拡大であるので, Eqs. (14)-(20) で定義される行列が存在する. このとき, Eq.(38) の左辺と右辺にそれぞれ代入し, 両辺を比較すると, Eq.(39) が成り立つときに Eq.(38) が満たされる. したがって制御器  $\mathcal{K}$  が制御器  $\tilde{\mathcal{K}}$  の縮小となる.  $\square$

## 4 電力ネットワークの制御

### 4.1 電力系統モデル

Fig.3 のように 3 地域から構成される電力網を考える. 各地域の発電・負荷の構成は同じものとする. 各地域は, ガスタービン群, 蓄電池群, ヒートポンプ群, 風力発電, 可制御負荷以外の負荷から構成されており, ガスタービン群, 蓄電池群, ヒートポンプ群は制御器から司令を受けて制御を行い電力需要に対して電力供給を行う. 電力系統の周波数制御として TBC 方式を用い, 他系統との潮流を考慮し系統周波数の周波数変動  $\Delta f$  を 0 に近づけるように出力を制御する. 各地域ごとの発電機がすべて完全同期運転していると仮定すると, 系統内の全ての発電機を統合した 1 台の等価的なモデルで表わすことができる. 等価的なモデルを用いると,  $\Delta f$  は Fig.4 のように系統内で発生した供給誤差 (機械入力変動  $\Delta P_{mi}$  の和と負荷変動  $\Delta P_L$  の差) より計算できる<sup>4)</sup>. また, Fig.3 の電力ネットワークを周波数解析モデルで表すと, Fig.5 のように表現できる.



Fig. 3: Power Networks of the System

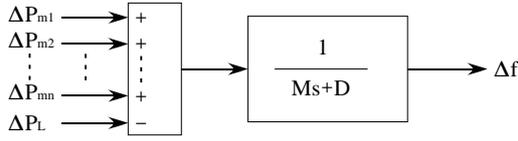


Fig. 4: Equivalent Generator Model

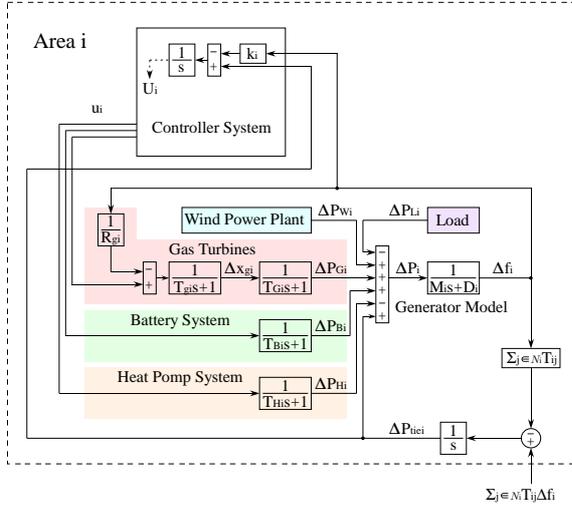


Fig. 5: Frequency Analysis Model of Area  $i$

本稿では可制御負荷として蓄電池群およびヒートポンプ群を考えている。ヒートポンプ群，電気蓄電池群は1次遅れ系で模擬し，容量に関しては考えないものとし，全ての可制御群がある一定の特性の動作をするものと仮定する。Fig.5の $\Delta P_{Gi}$ ,  $\Delta x_{gi}$ ,  $\Delta P_{wi}$ ,  $\Delta P_{Li}$ ,  $\Delta P_{Bi}$ ,  $\Delta P_{Hi}$ ,  $\Delta P_{tie_i}$ はそれぞれエリア $i$ のガスタービン発電機の出力，ガスタービンのガバナー入力，風力発電出力，可制御負荷以外の負荷，蓄電池システム群の充放電電力，ヒートポンプ群の消費電力，連系線潮流の変動とする。(40)式の $\Delta P_i$ はエリア $i$ の発電電力と消費電力の供給誤差を表す。

$$\Delta P_i = \Delta P_{Gi} + \Delta P_{wi} - \Delta P_{Li} + \Delta P_{tie_i} + \Delta P_{Bi} - \Delta P_{Hi} \quad (40)$$

エリア $i$ の潮流変動は隣接するエリアを $j$ とすると， $\Delta P_{tie_i} = T_{ij}(\Delta f_j - \Delta f_i)$ と表わされ，地域要求量は $AR_i = \Delta P_{tie_i} - k_i \Delta f_i$ で表わされるものとし， $U_i = \int AR_i dt$ と定義した。ここで $k_i$ ,  $T_{ij}$ ,  $R_{gi}$ はそれぞれ系統定数，同期化係数，速度調定率とする。

## 4.2 電力網の状態空間表現

電力網システムを状態空間表現で表すと(41)式のようにになる。

$$\dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c u_c(t) + H_c w_c(t) \quad (41)$$

$$z(t) = C_c x_c(t) + D_c u_c(t) \quad (42)$$

ただし， $x_c(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), x_3^T(t)]^T \in R^{7 \cdot 3}$ ,  $u_c(t) = [u_1^T(t), u_2^T(t), u_3^T(t)]^T \in R^{7 \cdot 3}$ ,  $w_c(t) = [w_1^T(t), w_2^T(t), w_3^T(t)]^T \in R^{7 \cdot 3}$ ,  $z_c(t) = [z_1^T(t), z_2^T(t), z_3^T(t)]^T \in R^{14 \cdot 3}$ であり，各要素は次のようになる。

$$x_{ci}(t) = [\Delta f_i(t) \Delta P_{Gi}(t) \Delta x_{gi}(t) \Delta P_{Bi}(t) \Delta P_{Hi}(t) U_i(t) \Delta P_{tie_i}(t)]^T$$

$$w_{ci}(t) = [(\Delta P_{wi}(t) - \Delta P_{Li}(t)) \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$A_c = \begin{bmatrix} A_{c11} & A_{c12} & A_{c13} \\ A_{c21} & A_{c22} & A_{c23} \\ A_{c31} & A_{c32} & A_{c33} \end{bmatrix}$$

$$A_{cii} = \begin{bmatrix} -\frac{D_i}{M_i} & \frac{1}{M_i} & 0 & \frac{1}{M_i} & -\frac{1}{M_i} & 0 & \frac{1}{M_i} \\ 0 & -\frac{1}{T_{Gi}} & \frac{1}{T_{Gi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{T_{gi} R_{gi}} & 0 & -\frac{1}{T_{gi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{Bi}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{Hi}} & 0 & 0 \\ -k_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\sum_{j \in \mathcal{N}_i} T_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{cij} = \text{diag}(T_{ij}, 0, 0, 0, 0, 0, 0), \quad T_{ij} = 0 \text{ if } (i, j) \notin \mathcal{N}$$

$$B_c = \text{blockdiag}(B_{c1}, B_{c2}, B_{c3}), \quad B_{ci} = \text{diag}(0, 0, \frac{1}{T_{gi}}, \frac{1}{T_{Bi}}, \frac{1}{T_{Hi}}, 0, 0)$$

$$C_c = \text{blockdiag}(C_{c1}, C_{c2}, C_{c3}), \quad D_c = \text{blockdiag}(D_{c1}, D_{c2}, D_{c3})$$

前進差分法を用いてサンプル時間 $T$ で離散化すると，次のようになる。

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + Hw(k) \quad (43)$$

$$z(k+1) = Cx(k) + Du(k) \quad (44)$$

ただし， $A = TA_c + I, B = TB_c, H = TH_c, C = C_c, D = D_c$ である。ここで， $A_{ij}, B_i, C_i, D_i$ を離散時間システムに対応するブロック行列とする。 $v_i(k) = \sum_{j=1, j \neq i}^n A_{ij} x_j(k) + H_i w_i(k)$ とおくと，前章までで定義されたサブシステム $S_i$ とシステム $S$ を表すことができる。

## 4.3 制御系設計

### 4.3.1 階層システムの構築

このシステムに対し，Fig. 6のような階層システムを構築する。このシステムは3層で構成され，サブシステムが重複している。このシステムを数学的に表す。1層目の行列は次のようになる。

$$A_{L1,1} = A_{11}, \quad A_{L1,2} = A_{22}, \quad A_{L1,3} = A_{22}, \quad A_{L1,4} = A_{33},$$

$$A_{L1,5} = A_{33}, \quad A_{L1,6} = A_{11}, \quad B_{L1,1} = B_1, \quad B_{L1,2} = B_2,$$

$$B_{L1,3} = B_2, \quad B_{L1,4} = B_3, \quad B_{L1,5} = B_3, \quad B_{L1,6} = B_1,$$

$$C_{L1,1} = C_1, \quad C_{L1,2} = C_2, \quad C_{L1,3} = C_2, \quad C_{L1,4} = C_3,$$

$$C_{L1,5} = C_3, \quad C_{L1,6} = C_1, \quad D_{L1,1} = D_1, \quad D_{L1,2} = D_2,$$

$$D_{L1,3} = D_2, \quad D_{L1,4} = D_3, \quad D_{L1,5} = D_3, \quad D_{L1,6} = D_1.$$

2層目の行列は次のようになる。

$$A_{L2,1} = G_{L2,1} \otimes A_{11} + G_{L2,2} \otimes A_{22}, \quad A_{L2,2} = G_{L2,3} \otimes A_{22} + G_{L2,4} \otimes A_{33},$$

$$A_{L2,3} = G_{L2,5} \otimes A_{33} + G_{L2,6} \otimes A_{11}, \quad B_{L2,1} = G_{L2,1} \otimes B_1 + G_{L2,2} \otimes B_2,$$

$$B_{L2,2} = G_{L2,3} \otimes B_2 + G_{L2,4} \otimes B_3, \quad B_{L2,3} = G_{L2,5} \otimes B_3 + G_{L2,6} \otimes B_1,$$

$$C_{L2,1} = G_{L2,1} \otimes C_1 + G_{L2,2} \otimes C_2, \quad C_{L2,2} = G_{L2,3} \otimes C_2 + G_{L2,4} \otimes C_3,$$

$$C_{L2,3} = G_{L2,5} \otimes C_3 + G_{L2,6} \otimes C_1, \quad D_{L2,1} = G_{L2,1} \otimes D_1 + G_{L2,2} \otimes D_2,$$

$$D_{L2,2} = G_{L2,3} \otimes D_2 + G_{L2,4} \otimes D_3, \quad D_{L2,3} = G_{L2,5} \otimes D_3 + G_{L2,6} \otimes D_1.$$

最上層の行列は次のようになる。

$$\tilde{A} = G_{L3,1} \otimes A_{L2,1} + G_{L3,2} \otimes A_{L2,2} + G_{L3,3} \otimes A_{L2,3} \quad (45)$$

$$\tilde{B} = G_{L3,1} \otimes B_{L2,1} + G_{L3,2} \otimes B_{L2,2} + G_{L3,3} \otimes B_{L2,3} \quad (46)$$

$$\tilde{C} = G_{L3,1} \otimes C_{L2,1} + G_{L3,2} \otimes C_{L2,2} + G_{L3,3} \otimes C_{L2,3} \quad (47)$$

$$\tilde{D} = G_{L3,1} \otimes D_{L2,1} + G_{L3,2} \otimes D_{L2,2} + G_{L3,3} \otimes D_{L2,3} \quad (48)$$

ただし,

$$G_{L2,1} = G_{L2,3} = G_{L2,5} = \text{diag}(1, 0) \quad (49)$$

$$G_{L2,2} = G_{L2,4} = G_{L2,6} = \text{diag}(0, 1) \quad (50)$$

$$G_{L3,1} = \text{diag}(1, 0, 0) \quad (51)$$

$$G_{L3,2} = \text{diag}(0, 1, 0) \quad (52)$$

$$G_{L3,3} = \text{diag}(0, 0, 1) \quad (53)$$

である. このとき,  $F(i, \tilde{n})$  は以下ようになる.

$$F(1, 3) = \text{diag}(1, 0, 0, 0, 0, 1) \quad (54)$$

$$F(2, 3) = \text{diag}(0, 1, 1, 0, 0, 0) \quad (55)$$

$$F(3, 3) = \text{diag}(0, 0, 0, 1, 1, 0) \quad (56)$$

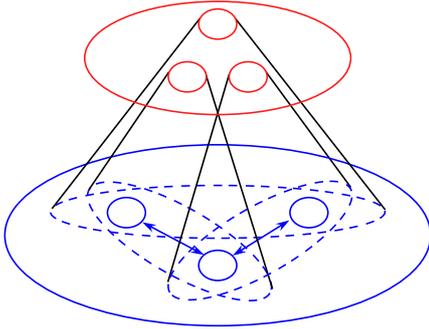


Fig. 6: Structure of the Hierarchical Power System

#### 4.3.2 システムの拡大 (対応関係の確認)

システム  $\tilde{S}$  がシステム  $S$  の拡大となり, 求める制御則が縮小できるような  $V, U_a, U_b, W$  が存在するか確認する. 次のように  $G_{V_i}, G_{U_i}, G_{W_i}$  を選ぶ.

$$G_{V_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, G_{V_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, G_{V_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_{U_1} = G_{W_1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, G_{U_2} = G_{W_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G_{U_3} = G_{W_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

このとき, 定理 1 を満たすので  $\tilde{S}$  は  $S$  の拡大となり, 制御則を設計し, 縮小することができる.

#### 4.3.3 制御器の縮小

制御目的は Eq. (9) の評価関数を最小化することとする. 対応するリカッチ方程式を解き, 得られたゲインを  $\tilde{K}_i$  とおくと, 2 つの階層システムのゲインは,

$$\tilde{K}_{L2,1} = G_{L2,1} \otimes \tilde{K}_1 + G_{L2,2} \otimes \tilde{K}_2 \quad (57)$$

$$\tilde{K}_{L2,2} = G_{L2,3} \otimes \tilde{K}_3 + G_{L2,4} \otimes \tilde{K}_4 \quad (58)$$

$$\tilde{K}_{L2,3} = G_{L2,5} \otimes \tilde{K}_5 + G_{L2,6} \otimes \tilde{K}_6 \quad (59)$$

となる. システム全体では,

$$\tilde{K} = G_{L3,1} \otimes \tilde{K}_{L2,1} + G_{L3,2} \otimes \tilde{K}_{L2,2} + G_{L3,3} \otimes \tilde{K}_{L2,3} \quad (60)$$

となる. 元のシステムに対応するために制御器を縮小すると,

$$K = G_{K,1} \otimes (\tilde{K}_1 + \tilde{K}_6) + G_{K,2} \otimes (\tilde{K}_2 + \tilde{K}_3) + G_{K,3} \otimes (\tilde{K}_4 + \tilde{K}_5) \quad (61)$$

となる. ただし,  $G_{K,i}$  は以下である.

$$G_{K,1} = \text{diag}(0.5, 0, 0) \quad (62)$$

$$G_{K,2} = \text{diag}(0, 0.5, 0) \quad (63)$$

$$G_{K,3} = \text{diag}(0, 0, 0.5) \quad (64)$$

#### 4.4 パラメータ設定

評価関数における設定は,  $C_i = \text{diag}(10, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ ,  $D_i = \text{diag}(0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 10, 10, 1, 1)$  とした. 電力網に関するパラメータは以下のとおりである.

Table 1: Parameters of Powernetwork

Sample Time[s]	$T$	0.1
Reference Frequency[Hz]	$f$	50
System Capacity[MW]	$\tilde{S}_i$	50
System Constant	$k_i$	5
Inertia Constant[puMW · s/Hz]	$M_1$	0.21
Inertia Constant[puMW · s/Hz]	$M_2$	0.22
Inertia Constant[puMW · s/Hz]	$M_3$	0.20
Damping Constant[puMW/Hz]	$D_i$	0.25
Regulation Constant[Hz/puMW]	$R_{gi}$	2.5
Governer Time Constant[s]	$T_{qi}$	0.2
Gas Turbine Constant[s]	$T_{Gi}$	5
BESS Time Constant[s]	$T_{Bi}$	1
HP Time Constant[s]	$T_{Hi}$	1
Synchronising coefficient[puMW]	$T_{ij}$	0.50

負荷変動  $\Delta P_{L_i}$  および風力発電出力  $\Delta P_{W_i}$  は Fig. 7 である. 提案制御則を制御入力に加え, シミュレーションを  $t = 600[s]$  まで行った.

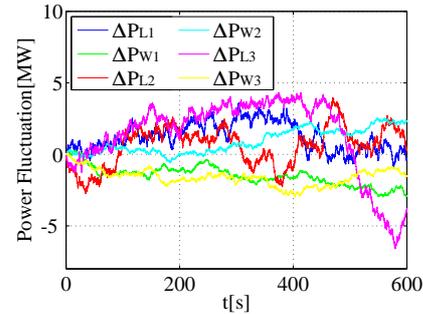


Fig. 7: Deviation of Load and Wind Power

#### 4.5 シミュレーションによる検証

シミュレーションは Matlab 2012a の環境で行った. ここでは, 次の 2 項目を検証する.

##### 4.5.1 周波数変動

各地域の周波数変動は Fig. 8 である. Fig. 8 より, 各地域の周波数変動は  $\pm 0.2[\text{Hz}]$  の範囲に収まっているので電力網は安定している. また, 集中制御手法は全地域の情報を使用するが, 提案手法では 1 つの制御器は 2 地域の情報を使用する. 計算負荷の最大量は提案手法は集中制御の 3 分の 2 となり, 演算性能の高いものを導入せずに済むという利点があると考えられる.

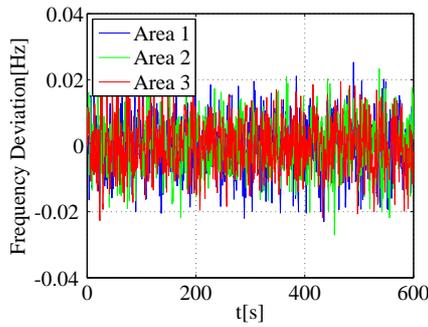


Fig. 8: Frequency Deviation

#### 4.5.2 通信経路の途絶 (分散制御則との比較)

本節ではコントローラからの各地域へ通信が途絶し司令が遮断された場合を考える。Fig. 9のように、提案手法と分散制御手法において2番目の制御器からの通信が  $t = 10[s]$  で途絶えたとする。通信が途絶えたときの入力司令はすべて零になるものとした。ここで比較する分散制御則はリカッチ方程式の組み合わせ  $\text{Ric}(A_{ii}, B_i, C_i^T C_i, D_i^T D_i, K_{di})$  より求められる  $K_{di}$  をフィードバックゲインとするものとする。電力ネットワークにおけるパラメータ等は前節までと同様としてシミュレーションを行った。

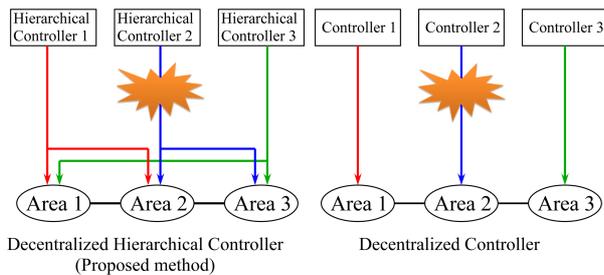


Fig. 9: Communication Blackout

Area 2 における周波数変動は Fig. 10 のようになった。また、500 ステップ経過した  $t = 50[s]$  のときの各制御則のコストを比較すると Fig. 11 のようになった。これらより、提案手法は  $t = 10[s]$  以降も分散制御手法よりも性能がよく、電力網を安定にしていることがわかる。分散制御手法において、Area 2 では連系線とガスタービン群のガバナフリー運転によって周波数の安定が保たれているが、制御指令は送られておらず、周波数変動が大きくなっている。提案手法はサブシステムを重複して制御器を構成するので一つの制御器からの司令が途絶しても安全に電力ネットワークの運用ができる。したがって、安定運用が重要視される電力ネットワークにおいては提案手法が有効であると考えられる。

## 5 おわりに

本稿では分散型電源を導入した電力ネットワークに対し、重複情報を用いた分散階層制御法を提案し、有効性を検証した。分散階層制御則は3つの段階を経て設計した。まず、サブシステムが重複する階層システムを構築した。次に、階層システムと元のシステムとの関係性を確認した。そして、階層システムに対する分散制御則を設計し、元のシステムに対応するように制御則を縮小した。扱う電力ネットワークは蓄電池群、ヒートポンプ群、風力発電などの分散電源が導入されたシステムを想定した。本稿では、負荷変動、風力発電の出力変動の

影響を受ける場合の周波数問題を扱った。提案する手法の特徴はサブシステムを重複して分散的な階層制御器を構成することであり、電力の安定化と計算負荷の最大量の低減を達成できた。また、サブシステムを重複させることにより、分散制御手法における通信網の途絶にも効果があることを示した。

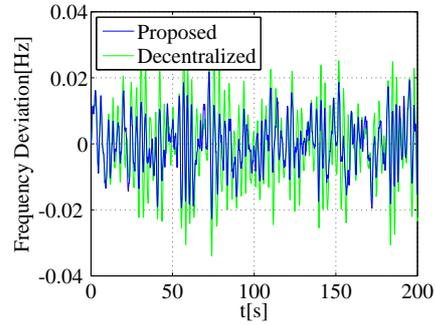


Fig. 10:  $\Delta f(\text{Area 2})$

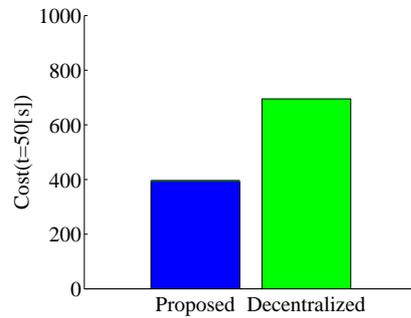


Fig. 11: Cost Value

## 参考文献

- 1) Y.C.Ho and K.C.Chu, Team Decision Theory and Information Structures in Optimal Control Problems-Part I, IEEE Transactions on Automatic Control, **AC-17-1**, 15/22 (1972)
- 2) M.Ikeda, D.D.Siljak, D.E.White, Decentralized Control with Overlapping Information Sets, Journal of optimization theory and Applications, **34-2**, 280/310 (1981)
- 3) C.E.Fosha and O.I.Elgerd, The Megawatt-Frequency Control Problem: A New Approach Via Optimal Control Theory, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, **PAS-89-4**, 563/578 (1970)
- 4) 入江寛, 横山明彦, 多田泰之, 大容量風力発電導入時における需要家ヒートポンプ給湯器と蓄電池の協調による系統周波数制御, 電気学会論文誌 B, **130-3**, 338/346 (2010)
- 5) J.R.Pillai, B.Bak-Jensen, Integration of Vehicle-to-Grid in the Western Danish Power System, IEEE Transactions on Sustainable Energy, **2-1**, 12/19 (2011)
- 6) T.Namerikawa, T.Kato, Distributed Load Frequency Control of Electrical Power Networks via Iterative Gradient Methods, IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, 7723/7728 (2011)
- 7) R.M.Hermans, M.Lazar, A.Jokic, Distributed Predictive Control of 7-Machine CIGRE Power System, Proceedings of American Control Conference, 5225/5230, (2011)
- 8) 吉岡大輝, 椿野大輔, 原辰次, 代数的手法に基づいた大規模動的システムに対する階層化制御器設計, 第11回制御部門大会 (2011)
- 9) N.Motee, A.Jadbabaie B.Bamieh, On Decentralized Optimal Control and Information Structures, American Control Conference, 4985/4990 (2008)