第 55 回自動制御連合講演会
2012 年 11 月 17 日，18 日　京都大学

1K107

交流電力網モデルによる制約を考慮した動的な電力価格決定

○祓川悠　滑川徹　(慶應義塾大学)

Dynamic Pricing Considering Constraint of AC Power Grid Model

∗Y. Haraikawa and T. Namerikawa (Keio Univ.)

Abstract– This paper proposes a model of real-time electricity market in energy management system, and discusses how to decide the whole price and retail price of electricity. We consider a linearized AC model of power grid with direct current process and propose decision procedure of retail price of electricity using gradient methods with line search. First, we use a behavioral model of consumer and supplier based on maximization of their usage in response to retail/ wholesale price signal. After that, we consider the linearized AC model of power grid with direct current process. Third, how to decide retail and wholesale price given by Independent System Operator, which is one of market participants is discussed. Simulation results, finally, show effectiveness of the proposed model representation and the dynamics pricing methodology.

Key Words: Real-Time Pricing, Gradient Methods with Line search, AC Model of Power Grid

1　はじめに

世界中で注目視されているエネルギー問題に対して, 自然エネルギーの導入や消費電力の少ない電気製品の開発などが取り組まれている中, 動的な電力価格決定の有効性が多くの研究者から指摘されている [1)2)]．何故ならば価格の設定次第では需要家の電力消費量の平準化を達成できると考えられるためである．また, 動的な電力価格決定は現在の一般的な定額制料金に比べ消費者に経済的な利益をもたらす可能性が指摘され [3)], 未来のスマートグリッドの重要な構成要素の一つになり得るため, 様々な面から研究が進んでいる．

電力は送電や発電, 計画, 貯蔵といった物理的な制約や, 発電コスト, 需要者によって求められるサービスといった経済的制約を持っているため, 電力価格の決定は多くの制約を考える必要があると指摘されている [4)]．先行研究では電力価格を需給バランス制御のための動的フィードバック制御信号として扱う研究 [5)] や, 電力網や市場のモデルを状態空間として表した研究 [6)] が行われてきた．他にもゲーム理論を用いた研究も盛んに行われており, 各プレイヤーの利己的な振る舞いと社会全体の利益を一致させるような価格メカニズムも提案されている [7, 8)]．また最適化問題や勾配法を用いた電力価格決定についての研究も取り組まれている [9, 10)]．

本稿ではエネルギーマネジメントシステムのための交流電力網モデルによる制約を考慮した動的な電力価格決定を提案する．まず文献 [9)] で考えている電力網モデルをより現実的な交流電源モデルへ拡張する．これは最適化問題の制約式に対応しており, 最適化問題自体の形が文献 [9)] に比べ変化する．次に, 電力の卸売価格を拡張された最適化問題の等式に関する最適なラグランジュ乗数と設定する．卸売価格をこの様に設定する事により, 各供給家が総コストを最小にする様な最適な電力発電量を決定する．この理由は KKT 条件やペナルティという概念を用いて証明されている．そして直線探索付き勾配法による小売価格決定を提案する．この提案法は各ステップで最適なステップ幅を計算しているため, 文献 [9)] の勾配法に比べ小売価格の収束速度の向上を達成する事ができる．これら二つの電力価格（卸売価格と小売価格）は発電容量や送電容量等の交流電力網モデルによる制約を考慮されている．最後に, 様々な状況を考慮した数値シミュレーションを用いて本研究の有効性を検証する．

2　問題設定

本稿では 1. 需要家, 2. 供給家, 3. 独立系統運用機関（Independent System Operator）の 3 種類の参加者を想定した市場モデルを考える．独立系統運用機関は ISO とも呼ばれ, 一般的には市場と送電網の管理を担っている非営利的な機関である．本稿での ISO の役割は各地域における電力の卸売価格（ISO と供給家との取引の価格）と小売価格（ISO と需要家との取引の価格）の決定である．想定している電力網には n 個の地域が存在し, 地域 i には複数の需要家と供給家が属している．ISO は決定した電力の小売価格と卸売価格の情報を全ての需要家と供給家に伝える事が出来るものとする．

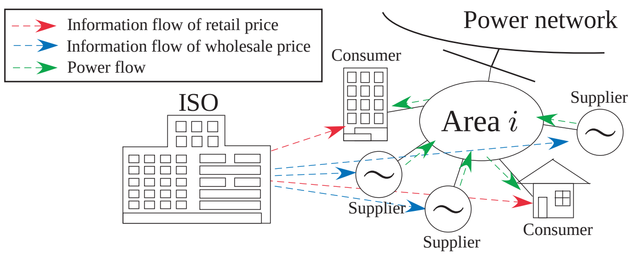

Fig. 1: Consumers, Suppliers and ISO

2.1　市場参加者の行動順序

時間区間 $[k, k+1]$ の中で市場の参加者は以下の手順でそれぞれ消費電力量や発電電力量, 2 種類の電力価格を決定している．

1. ISO は各地域の単位当たりの電力小売価格を決定する．またその価格の情報を各需要家に伝える．
2. ISO から伝えられた電力の小売価格を元に, 各需要家は消費する電力量を決定する．
3. 各地域の需要家の消費電力量から, ISO は各地域の単位当たりの電力卸売価格を決定し，その価格の情報を各供給家に伝える．
4. ISO から伝えられた電力の卸売価格を元に, 各供給家は発電する電力量を決定する．

2.2　需要家の行動モデル

$\mathcal{A} = \{1, 2, \cdots, n\}$ は各地域番号の集合である．時間区間 $[k, k+1]$ における地域 i の需要家全体の消費する有効電力量 $d_i(k)$ は式 (1) に従って決定される．

$$d_i(k) = \arg\max_{d_i^{\min} \le x \le d_i^{\max}} v_i(x) - \pi_i(k)x, \quad i \in \mathcal{A} \tag{1}$$

ここで $v_i(x)$ は地域 i の全需要家が有効電力量 x を消費したときに得る金銭的な価値である．これは効用関数[11] とも呼ばれている．$\pi_i(k)$ は時間区間 $[k, k+1]$ における地域 i の単位当たりの電力小売価格 $\pi_i(k)$ であり，$\pi_i(k)x$ は有効電力 x を消費したときにかかる費用となる．また，地域 i の全需要家の消費量の上限 $d_i^{\max}$ と下限 $d_i^{\min}$ を設けている．$v_i(x)$ については以下の仮定が成り立つものとする．

仮定 1. 全ての $i \in \mathcal{A}$ に対して，効用関数 $v_i(x)$ は $\mathcal{C}^2(0, \infty)$ で単調増加，厳密に凹である．

地域 i の全需要家が小売価格 $\pi_i(k)$ に対して正味の利益が最大となる様に有効電力を消費する事を式 (1) は表している．

2.3　供給家の行動モデル

時間区間 $[k, k+1]$ における地域 i の供給家全体の発電する有効電力量 $s_i(k)$ は式 (2) に従って決定される．

$$s_i(k) = \arg\max_{s_i^{\min} \le x \le s_i^{\max}} \lambda_i(k)x - c_i(x), \quad i \in \mathcal{A} \tag{2}$$

ここで $c_i(x)$ は地域 i の全供給家が有効電力量 x を発電した時にかかる全費用を表しており，コスト関数とも呼ばれている．$\lambda_i(k)$ は時間区間 $[k, k+1]$ における地域 i の単位当たりの電力卸売価格であり，$\lambda_i(k)x$ は有効電力 x を発電した時の収入となる．また，地域 i の供給家全体の発電量には上限 $s_i^{\max}$ と下限 $s_i^{\min}$ が設けられている．$c_i(x)$ について以下を仮定する．

仮定 2. 全ての $i \in \mathcal{A}$ に対して，コスト関数 $c_i(x)$ は $\mathcal{C}^2(0, \infty)$ で単調増加，厳密に凸である．

式 (2) は地域 i の全供給家が卸売価格 $\lambda_i(k)$ に対して正味の利益を最大にする様に有効電力を発電する事を表している．

2.4　交流電源を用いた電力網モデル

本稿では Fig. 2 で表されるような交流電力網モデルを対象とする．母線は地域の数と同様に n 本あるものとする．また，対象とする電力網は以下の仮定 3 を満たしているとする．

仮定 3. 電力網についての仮定

1. 送配電線における抵抗の損失は無視できる．
2. 各ノードの電圧は *1[p.u.]* に十分近い．
3. 各母線の電圧位相差は十分に小さいものとする．
4. 各発電機は無効電力出力を任意に調節できる．

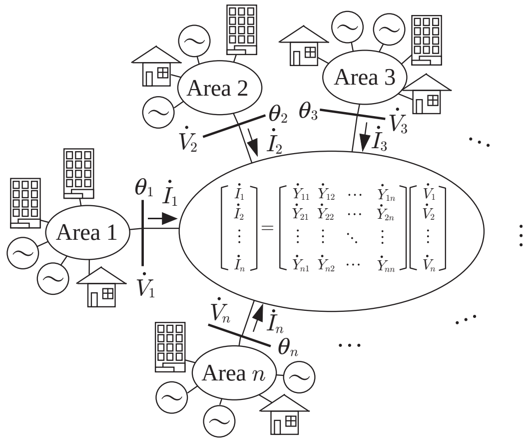

Fig. 2: n-Areas AC Model

Fig. 2 で用いられている $\dot{V}_i, \dot{I}_i, \dot{Y}_{ij}, \theta_i$ はそれぞれ母線 i の複素電圧，母線 i から電力網へ流れる複素電流，アドミタンス行列の i 行 j 列，母線 i の基準からの電圧位相差である．

この交流電力網モデルは以下の潮流方程式を満たす．

$$\begin{aligned} s_i - d_i &= \sum_{k=1}^{n} V_i V_k G_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k) \\ &+ \sum_{k=1}^{n} V_i V_k B_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k), \quad i \in \mathcal{A} \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} s_i^q - d_i^q &= \sum_{k=1}^{n} V_i V_k G_{ik} \sin(\theta_i - \theta_k) \\ &- \sum_{k=1}^{n} V_i V_k B_{ik} \cos(\theta_i - \theta_k), \quad i \in \mathcal{A} \end{aligned} \tag{4}$$

ただし，d_i, d_i^q は地域 i の需要家全体が消費する有効電力，無効電力であり，s_i, s_i^q は地域 i の供給家全体が発電する有効電力，無効電力である．G_{ij}, B_{ij} は $\dot{Y}_{ij}$ の実数部と虚数部であり $\dot{Y}_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ が成り立つ．

本稿では仮定 3 を満たす電力網を考慮しているため，$G_{ij} = 0$, $V_i = 1$, $\sin(\theta_i - \theta_j) = \theta_i - \theta_j$, $\cos(\theta_i - \theta_j) = 1$ の近似が成り立つ．これらを用いて式 (3), (4) を変形すると以下となる．

$$s_i - d_i = \sum_{k=1}^{n} B_{ik}(\theta_i - \theta_k), \quad i \in \mathcal{A} \tag{5}$$

$$s_i^q - d_i^q = -\sum_{k=1}^{n} B_{ik}, \quad i \in \mathcal{A} \tag{6}$$

条件式 (5) を行列形式にすると最終的に以下となる．

$$\begin{bmatrix} I^n & B^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{s} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} = \boldsymbol{d} \tag{7}$$

ただし，$\boldsymbol{s} = [s_1, \cdots, s_n]^T, \boldsymbol{d} = [d_1, \cdots, d_n]^T, \boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \cdots, \theta_n]^T$ であり I^n は n 次元の単位行列である．また $B^* \in \mathbb{R}^{n \times n}$ の各成分は以下となる．

$$B_{ij}^* = \begin{cases} -\sum_{k=1, k \ne i}^{n} B_{ik} & \text{if } \ i = j \\ B_{ij} & \text{if } \ i \ne j \end{cases} \tag{8}$$

式 (6) については，各発電機が無効電力出力 s_i^q を任意に調節できるため常に成り立っているとみなせる．

3 電力価格の決定

3.1 最適なラグランジュ乗数を用いた卸売価格決定

以下の最適化問題 (9)-(12) について考える.

$$\min_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{\theta}} \quad \sum_{i=1}^{n} c_i(s_i) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j>i} f_{ij}(\theta_i - \theta_j) \tag{9}$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} I^n & B^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{s} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} = \boldsymbol{d}(k) \tag{10}$$

$$s_i^{\min} \le s_i \le s_i^{\max}, \quad i \in \mathcal{A} \tag{11}$$

$$-\theta^{\max} \le \theta_i - \theta_j \le \theta^{\max}, \ (i,j) \in \mathcal{N} \tag{12}$$

$s_i^{\max}$, $s_i^{\min}$ は地域 i の供給家全体が発電できる電力の上限値, 下限値を表している. また $\theta^{\max}$ は各母線間の電圧位相差の上限である. 式 (9) における $f_{ij}(\cdot)$ は凸関数である. また, 母線 i と母線 $j(i<j)$ が連携線で結ばれている時は $(i,j) \in \mathcal{N}$ と表記する. また, i に接続されている母線の集合を $\mathcal{N}_i$ と表現する.

この最適化問題は各地域の需要家が消費する有効電力量 $\boldsymbol{d}(k) = [d_1(k), \cdots, d_n(k)]^T$ に対し, 制約条件を満たす様に全供給家の総コストと各母線の電圧位相差を最小にする問題を考えている. 式 (10) は電力網が満たすべき式である. 式 (11) は各地域の供給家の発電電力量に制限が存在することを表しており, 式 (12) は各母線間の電圧位相差が十分小さいことを表している. この最適化問題に対して以下を仮定する.

仮定 4. 最適化問題 *(9)-(12)* は *Slater* の制約想定を満たすものとする [12]. これは以下の *(13)-(15)* を満たす $(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\theta})$ が存在することを意味する.

$$\begin{bmatrix} I^n & B^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{s} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} = \boldsymbol{d}(k) \tag{13}$$

$$s_i^{\min} < s_i < s_i^{\max}, \quad i \in \mathcal{A} \tag{14}$$

$$-\theta^{\max} < \theta_i - \theta_j < \theta^{\max}, \ (i,j) \in \mathcal{N} \tag{15}$$

(9)-(12) の最適解 $(\boldsymbol{s}^o, \boldsymbol{\theta}^o)$ のうち $\boldsymbol{s}^o = [s_1^o, \cdots, s_n^o]^T$ の i 番目の値が, 電力量 $\boldsymbol{d}(k)$ を賄うための地域 i の供給家全体の理想とする発電量である. ただし, ISO は各地域の供給家に対して理想とする発電量 $\boldsymbol{s}^o$ の指令を出せるわけではない. その代りに, ISO は各地域の供給家が $\boldsymbol{s}^o$ を発電させるように誘導するような卸売価格を決定することができる. このような卸売価格について以下の定理が成り立つ.

定理 1. 仮定 *1*〜*4* が成り立つ時, 最適化問題 *(9)-(12)* の等式に関する最適なラグランジュ乗数の i 番目の要素を地域 i の電力卸売価格と設定すると, 地域 i の供給家全体の発電電力量は問題 *(9)-(12)* の最適解 s_i^o となる.

Proof. 最適化問題 (9)-(12) の最適なラグランジュ乗数は Karush-Kuhn-Tucker 条件 (KKT 条件) を解くことによって求めることができる. 最適化問題 (9)-(12) のラグランジュ関数 $L(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu})$ は以下で表せられる.

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = &\sum_{i=1}^{n} c_i(s_i) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j>i} f_{ij}(\theta_i - \theta_j) \\ &+ \boldsymbol{\lambda}^T(-\boldsymbol{s} - B^*\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{d}(k)) \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \mu_i^{s-}(-s_i + s_i^{\min}) + \sum_{i=1}^{n} \mu_i^{s+}(s_i - s_i^{\max}) \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j>i} \mu_{ij}^{\theta-} \{-(\theta_i - \theta_j) - \theta^{\max}\} \\ &+ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j>i} \mu_{ij}^{\theta+} \{(\theta_i - \theta_j) - \theta^{\max}\} \end{aligned} \tag{16}$$

よって, 最適化問題 (9)-(12) の KKT 条件は以下となる.

$$-\boldsymbol{s} - B^*\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{d}(k) = 0 \tag{17}$$

$$\mu_i^{s-} \ge 0, \ \ -s_i + s_i^{\min} \le 0, \quad i \in \mathcal{A} \tag{18}$$

$$\mu_i^{s-}(-s_i + s_i^{\min}) = 0, \quad i \in \mathcal{A} \tag{19}$$

$$\mu_i^{s+} \ge 0, \ \ s_i - s_i^{\max} \le 0, \quad i \in \mathcal{A} \tag{20}$$

$$\mu_i^{s+}(s_i - s_i^{\max}) = 0, \quad i \in \mathcal{A} \tag{21}$$

$$\mu_{ij}^{\theta-} \ge 0, \ -(\theta_i - \theta_j) - \theta^{\max} \le 0, \ \ (i,j) \in \mathcal{N} \tag{22}$$

$$\mu_{ij}^{\theta-} \{-(\theta_i - \theta_j) - \theta^{\max}\} = 0, \quad (i,j) \in \mathcal{N} \tag{23}$$

$$\mu_{ij}^{\theta+} \ge 0, \ (\theta_i - \theta_j) - \theta^{\max} \le 0, \ \ (i,j) \in \mathcal{N} \tag{24}$$

$$\mu_{ij}^{\theta+} \{(\theta_i - \theta_j) - \theta^{\max}\} = 0, \quad (i,j) \in \mathcal{N} \tag{25}$$

$$\frac{\partial c_i(s_i)}{\partial s_i} - \lambda_i - \mu_i^{s-} + \mu_i^{s+} = 0, \quad i \in \mathcal{A} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{j\in\mathcal{N}_i, j<i} \frac{\partial f_{ij}(\theta_j - \theta_i)}{\partial \theta_i} + \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j>i} \frac{\partial f_{ij}(\theta_i - \theta_j)}{\partial \theta_i} \\ &\quad - \sum_{k=1}^{n} \lambda_k B_{ki}^* + \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j<i} \mu_{ji}^{\theta-} - \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j>i} \mu_{ij}^{\theta-} \\ &\quad - \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j<i} \mu_{ji}^{\theta+} + \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j>i} \mu_{ij}^{\theta+} = 0, \quad i \in \mathcal{A} \end{aligned} \tag{27}$$

$\boldsymbol{d}(k)$ は仮定 1 より全ての k に対してただ一つの値を持つ. 考えている最適化問題 (9)-(12) は仮定 2 より凸で微分可能な目的関数を持ち, 制約式 (10)-(12) は仮定 3 よりすべて線形となる. さらに仮定 4 より Slater の制約想定を満たすため, KKT 条件 (17)-(27) の解 $(\boldsymbol{s}^*, \boldsymbol{\theta}^*, \boldsymbol{\lambda}^*, \boldsymbol{\mu}^*)$ はただ一つ存在し, このうちの $(\boldsymbol{s}^*, \boldsymbol{\theta}^*)$ は最適化問題 (9)-(12) の解 $(\boldsymbol{s}^o, \boldsymbol{\theta}^o)$ と一致する.

KKT 条件の解の一部である $\boldsymbol{\lambda}^*$ が等式に関する最適なラグランジュ乗数である. (26) に KKT 条件の解を代入し, 移行すると (28) 式となる.

$$\lambda_i^* = \left.\frac{\partial c_i(s_i)}{\partial s_i}\right|_{s_i = s_i^*} - \mu_i^{s-*} + \mu_i^{s+*}, \quad i \in \mathcal{A} \tag{28}$$

最適化問題 (9)-(12) の解 $(\boldsymbol{s}^o, \boldsymbol{\theta}^o)$ と KKT 条件の解の一部である $(\boldsymbol{s}^*, \boldsymbol{\theta}^*)$ は一致するため, 式 (28) は次式で書き直せる.

$$\lambda_i^* = \left.\frac{\partial c_i(s_i)}{\partial s_i}\right|_{s_i = s_i^o} - \mu_i^{s-*} + \mu_i^{s+*}, \quad i \in \mathcal{A} \tag{29}$$

(i) $s_i^{\min} < s_i^o < s_i^{\max}$ のとき

最適化問題 (9)-(12) の解 s_i^o が発電できる電力量の上下限の中にある場合を考える. $s_i^o = s_i^*$ と

なるため, $s_i^{\min} < s_i^* < s_i^{\max}$ が成り立つ．すると $-s_i^* + s_i^{\min}$ と $s_i^* - s_i^{\max}$ が零とならない．よって式 (19) と式 (21) より μ_i^{s-*} と μ_i^{s+*} が零となる．以上を考慮し, 式 (29) を書き換えると次式を得る．

$$\lambda_i^* = \left.\frac{\partial c_i(s_i)}{\partial s_i}\right|_{s_i = s_i^o}, \quad i \in \mathcal{A} \tag{30}$$

供給家 i は式 (2) に従って生産する電力を決定するため, 卸売価格を λ_i^* と設定すると供給家 i は s_i^o を生産することになる．これは最適化問題 (9)-(12) の最適解である．

(ii) $s_i^o = s_i^{\min}$ のとき

次に最適化問題 (9)-(12) の解 s_i が発電できる電力量の下限と同じとなる場合を考える．$s_i^o = s_i^*$ となるため, $-s_i^* + s_i^{\min}$ が零となり $s_i^* - s_i^{\max}$ が零とならない．式 (19) と式 (21) より μ_i^{s-*} が非負であり μ_i^{s+*} が零となる．よって式 (29) は次式となる．

$$\lambda_i^* = \left.\frac{\partial c_i(s_i)}{\partial s_i}\right|_{s_i = s_i^o} - \mu_i^{s-*}, \quad i \in \mathcal{A} \tag{31}$$

μ_i^{s-*} が非負であることから, 卸売価格を λ_i^* と設定すると供給家 i は $s_i^o (= s_i^{\min})$ を生産することになる．μ_i^{s-*} は最適解が発電容量の下限と一致した場合のペナルティと考えることができる．

(iii) $s_i^{\max} = s_i^o$ のとき

最後に最適化問題 (9)-(12) の解 s_i が発電できる電力量の上限と同じとなる場合を考える．$s_i^o = s_i^*$ となるため, $-s_i^* + s_i^{\min}$ 零とならなず, $s_i^* - s_i^{\max}$ が零となる．同様の議論で, μ_i^{s-*} が零となり μ_i^{s+*} が非負であることが分かる．よって式 (29) は次式となる．

$$\lambda_i^* = \left.\frac{\partial c_i(s_i)}{\partial s_i}\right|_{s_i = s_i^o} + \mu_i^{s+*}, \quad i \in \mathcal{A} \tag{32}$$

μ_i^{s+*} が非負であることから, 卸売価格を λ_i^* と設定すると供給家 i は $s_i^o (= s_i^{\max})$ を生産することになる．μ_i^{s+*} は最適解が発電容量の上限と一致した場合のペナルティと考えることができる．

以上の 3 つ全ての場合において, 地域 i の単位当たりの電力卸売価格を最適化問題 (9)-(12) の等式に関する最適なラグランジュ乗数の i 番目の要素 λ_i^* と設定すると, 地域 i の供給家全体の発電電力量は s_i^o となる．

□

ISO は各地域の単位当たりの電力卸売価格を最適化問題 (9)-(12) の等式に関する最適なラグランジュ乗数と設定する．これは 2.1 節の手順 3 に相当する．

注意 1. 最適化問題 *(9)-(12)* を考える際に各母線の電圧位相差の和を小さくしたい理由は, 各母線の電圧位相差 $\theta_i - \theta_j$ が小さくなるほど電力網のモデル化誤差が小さくなるからである．これは $\sin(\theta_i - \theta_j) = \theta_i - \theta_j$, $\cos(\theta_i - \theta_j) = 1$ の近似を用いていることに由来する．

3.2 直線探索付き勾配法に基づく小売価格決定

ISO が定める各地域の単位当たりの電力小売価格を決定するにあたり, 最適化問題 (9)-(12) の部分的なラグランジュ双対関数 $\mathcal{P}_p(\boldsymbol{\lambda}|\boldsymbol{d}(k))$ を設計する．まず集合 X_θ, X_s を以下の様に定義する．

$$X_s = \left\{\boldsymbol{s} | s_i^{\min} \le s_i \le s_i^{\max}, \ \ i = 1 \cdots, n\right\} \tag{33}$$

$$X_\theta = \{\boldsymbol{\theta} | -\theta^{\max} \le \theta_i - \theta_j \le \theta^{\max}, \ (i,j) \in \mathcal{N}\} \tag{34}$$

すると, 部分的なラグランジュ双対関数 $\mathcal{P}_p(\boldsymbol{\lambda}|\boldsymbol{d}(k))$ は以下となる．

$$\begin{aligned}
&\mathcal{P}_p(\boldsymbol{\lambda}|\boldsymbol{d}(k)) \\
&\quad = \min_{\boldsymbol{s}\in X_s, \boldsymbol{\theta}\in X_\theta} \ \sum_{i=1}^{n} c_i(s_i) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j>i} f_{ij}(\theta_i - \theta_j) \\
&\qquad\qquad + \boldsymbol{\lambda}^T(-\boldsymbol{s} - B^*\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{d}(k))
\end{aligned} \tag{35}$$

ISO は小売価格 $\boldsymbol{\pi}(k)$ を以下のように決定する．

$$\boldsymbol{\pi}(k+1) = \boldsymbol{\pi}(k) + a(k)\nabla\mathcal{P}_p(\boldsymbol{\pi}(k)|\boldsymbol{d}(k)) \tag{36}$$

ただし $a(k) \ge 0$ はステップ幅であり時変となっている．勾配を書き直すと以下の様になる．

$$\boldsymbol{\pi}(k+1) = \boldsymbol{\pi}(k) + a(k)(-\tilde{\boldsymbol{s}} - B^*\tilde{\boldsymbol{\theta}} + \boldsymbol{d}(k)) \tag{37}$$

ここで $\tilde{\boldsymbol{s}}, \tilde{\boldsymbol{\theta}}$ は以下の最適化問題の解となっている．

$$\begin{aligned}
\min_{\boldsymbol{s}\in X_s, \boldsymbol{\theta}\in X_\theta} \ &\sum_{i=1}^{n} c_i(s_i) + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j\in\mathcal{N}_i, j>i} f_{ij}(\theta_i - \theta_j) \\
&+ \boldsymbol{\pi}(k)^T(-\boldsymbol{s} - B^*\boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{d}(k))
\end{aligned} \tag{38}$$

$a(k)$ は直線探索を行い決定する．
$\boldsymbol{\pi}(k) + a(k)\nabla\mathcal{P}_p(\boldsymbol{\pi}(k)|\boldsymbol{d}(k))$ におけるラグランジュ双対関数 $\mathcal{P}_p(\boldsymbol{\lambda}|\boldsymbol{d}(k))$ の値は $a(k)$ によって変化する．そこで $\mathcal{P}_p(\boldsymbol{\pi}(k) + a(k)\nabla\mathcal{P}_p(\boldsymbol{\pi}(k)|\boldsymbol{d}(k))|\boldsymbol{d}(k))$ が最大となるようなステップ幅 $a(k)$ を決定するため, 以下の最適化問題を考える．

$$\max_{a(k)} \ \ \mathcal{P}_p(\boldsymbol{\pi}(k) + a(k)\nabla\mathcal{P}_p(\boldsymbol{\pi}(k)|\boldsymbol{d}(k))|\boldsymbol{d}(k)) \tag{39}$$

$$\text{s.t.} \ \ 0 \le a \le a_{\max} \tag{40}$$

式 (39), (40) の最適解を式 (37) に代入して次の時間区間の小売価格 $\boldsymbol{\pi}(k+1)$ を計算する．$a_{\max}$ は設計パラメータであり, ステップ幅の上限を意味している．この値によって小売価格の収束速度が変化する．

4 交流電力網モデルにおける電力価格の検証

この章では提案した価格モデルが有用性をシミュレーションによって確認する．

4.1 検証環境

本稿では地域 i の全需要家が電力量 x を消費したときに得る金銭的な価値 $v_i(x)$ を以下のような凹関数と考える．

$$v_i(x) = \alpha_i\sqrt{x}, \quad i \in \mathcal{A} \tag{41}$$

これは小売価格 $\pi_i(k)$ が与えられると $d_i(k) = {\alpha_i}^2/(2\pi_i(k))^2$ の需要量を消費する事を意味している．

パラメータ α_i は異なった消費者のタイプを表している．この設定を現実的にするため，小さい摂動雑音 $\alpha_i\varepsilon_k$ をパラメータ α_i に付加する．ただし $\varepsilon_k \sim N(0, \sigma_d^2)$ とする．そして消費量に上下限がついているため地域 i の全需要家の電力消費量は以下となる．

$$d_i(k) = \max\left(d_i^{\min}, \min\left(d_i^{\max}, \frac{{\alpha_i}^2(1+\varepsilon_k)^2}{(2\pi_i(k))^2}\right)\right) \quad (42)$$

パラメータ α_i が大きければその地域 i の需要家は小売価格に対して多くの電力を消費する．

供給家 i のコスト関数は $c_i(x) = \beta_i x^2$ という二次関数の形で表すものとする．よって卸売価格 $\lambda_i(k)$ が決まると供給量は $s_i(k) = \lambda_i(k)/2\beta_i$ となる．また先程と同様に，小さな摂動雑音 $\beta_i\delta_k$ をパラメータ β_i に加える．ただし $\delta_k \sim N(0, \sigma_s^2)$ とする．

$$s_i(k) = \max\left(s_i^{\min}, \min\left(s_i^{\max}, \frac{\lambda_i(k)}{2\beta_i(1+\delta_k)}\right)\right) \quad (43)$$

パラメータ β_i が大きければその供給家 i は電力を作り出すために多くの費用が必要と考えることができる．

提案する価格モデルの目的関数における $f_{ij}(\cdot)$ を二次関数として以下のように設定する．

$$f_{ij}(\theta_i - \theta_j) = \gamma_{ij}(\theta_i - \theta_j)^2, \quad (i,j) \in \mathcal{N} \quad (44)$$

γ_i は各母線の電圧位相差の重みとして考える．この重みを大きくするほど最適化問題 (9)-(12) の解 θ_i^o が小さくなる．

本稿のシミュレーションでは，Fig. 3 で表される母線が 3 つから成る電力網モデルを用いる．母線間の送電線は π 型等価回路としており，$r_{i,j}, x_{i,j}, y_{i,j}$ はそれぞれ母線 i, j 間の線路の抵抗，インダクタンス，静電容量を表している．また電力網において単位法を用いている．電力の基準値は 1000MVA で電圧の基準値は 500kV である．

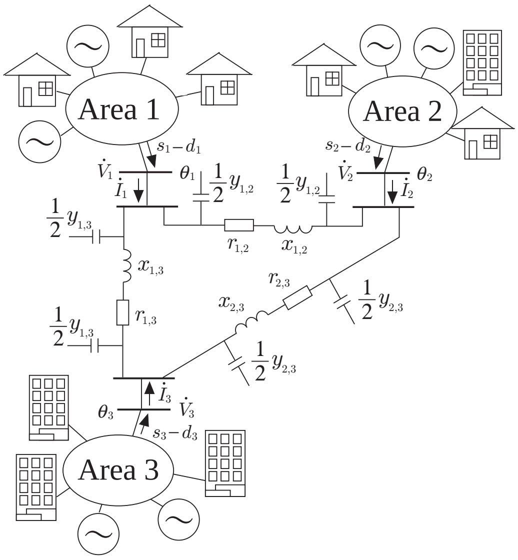

Fig. 3: 3-Areas AC Model

シミュレーションで用いる電力や需要家，供給家に関するパラメータを Table 1 に示す．本シミュレーションでは地域が 3 つあるため $n = 3$, $\mathcal{A} = \{1, 2, 3\}$ である．

Table 1: Simulation Parameter

Generators	$\beta_1 = 3 \times 10^7$ $\beta_2 = 4 \times 10^7$ $\beta_3 = 5 \times 10^7$	$s_i^{\max} = 1,\ i \in \mathcal{A}$ $s_i^{\min} = 0,\ i \in \mathcal{A}$ $\theta^{\max} = 0.05,\ i \in \mathcal{A}$
Consumers	$\alpha_1 = 1.6 \times 10^7$ $\alpha_2 = 1.7 \times 10^7$ $\alpha_3 = 1.8 \times 10^7$	$d_i^{\min} = 0.01,\ i \in \mathcal{A}$ $d_i^{\max} = 0.99,\ i \in \mathcal{A}$
Network	$r_{12} = r_{23} = r_{13} = 0$ $y_{12} = 0.1162$ $y_{23} = 0.2322$ $y_{13} = 0.3484$	$\gamma_{ij} = 10^7,\ (i,j) \in \mathcal{N}$ $x_{12} = 0.3001$ $x_{23} = 0.6003$ $x_{13} = 0.9004$
Noise	$\sigma_d = 0.1$	$\sigma_s = 0.1$

4.2 シミュレーション結果

4.2.1 コストの変動

本節では $k = 50$ で供給家 2 で事故が発生した場合を想定しており，供給家 2 のコスト関数のパラメータ β_2 を 2 倍に変動させることで事故をシミュレートしている．地域 1 における小売価格と卸売価格の変動を以下の Fig. 4, 5 に示す．小売価格の初期値は $\pi_1(1) = \pi_2(1) = \pi_3(1) = 1.0 \times 10^7$，ステップ幅の上限は $a_{\max} = 1.0 \times 10^7$ としている．固定ステップ幅をとっている場合，その値を大きくすれば収束速度が向上するが振動が大きくなってしまう欠点がある．それに比べ，提案価格モデルでは両方の価格の振動を抑えたまま収束速度を向上させる事が結果より分かる．

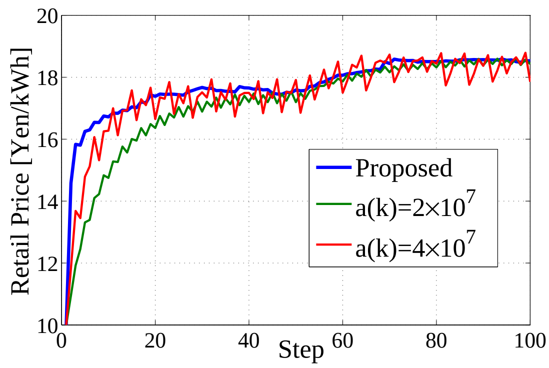

Fig. 4: Retail Price in Area 1

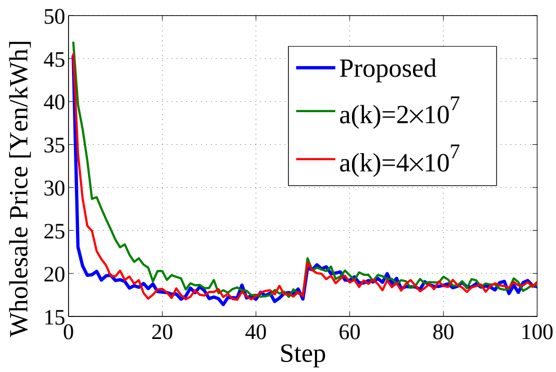

Fig. 5: Wholesale Price in Area 1

4.2.2 需要家の行動の変化

次に $k = 50$ で地域 1 の需要家の一部が地域 3 へ移動した場合を考える．地域 1 における全電力消費量は減少し，地域 3 の全電力消費量が増加する．この状況は需要家 1 の効用関数のパラメータ α_1 を 2/3 倍し，需要家 3 の

パラメータ α_3 を1.5倍にして再現した．前節と同様に小売価格の初期値は $\pi_1(1) = \pi_2(1) = \pi_3(1) = 1.0 \times 10^7$，ステップ幅の上限は $a_{\max} = 1.0 \times 10^7$ としている．この結果を以下の Fig. 6, 7 に示す．需要家が減った地域1では小売価格が下落し，需要家が増えた地域3では小売価格が上昇することが分かる．また Fig. 6 については状況が変化しても提案価格モデルを用いた方が僅かではあるが小売価格の収束が早いことが確認できる．

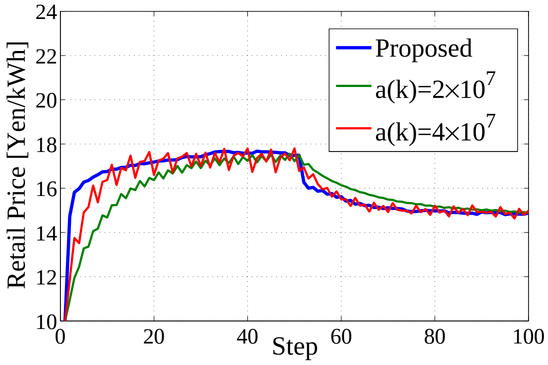

Fig. 6: Retail Price in Area 1

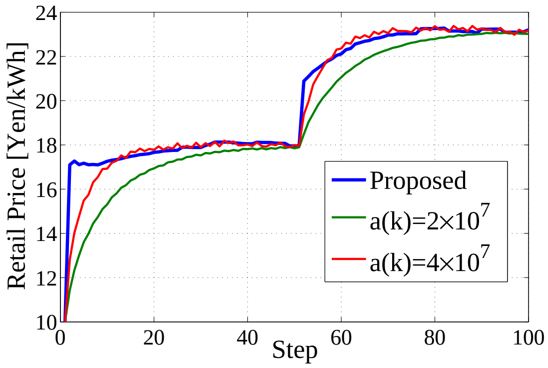

Fig. 7: Retail Price in Area 3

4.2.3　社会厚生

最後に提案価格モデルと従来価格モデルの社会厚生関数 $S(k)$ について比較する．社会厚生関数 $S(k)$ とは $S(k) = \sum_{i=1}^{n}\{v_i(d_i(k)) - c_i(s_i(k))\}$ で表される社会全体の利益である．小売価格の初期値やステップ幅の上限は前節と同じ値であり，コストや需要家についての変動は無い場合を考えている．Fig. 8 より，提案価格モデルは従来の価格モデルよりも社会厚生関数が早い段階で大きくなることが分かる．

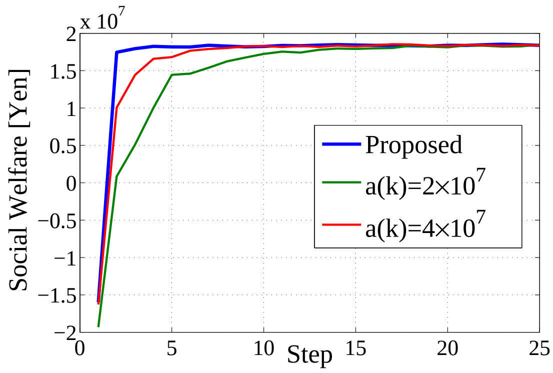

Fig. 8: Social Welfare

5　おわりに

本稿では交流電力網モデルによる制約を考慮した動的な電力価格決定を提案した．具体的には文献[9]に対して想定している電力網を交流電源モデルに拡張して，発電容量や送電容量を考慮した最適化問題を設計し，電力の卸売価格と小売価格を考えた．電力の卸売価格を拡張された最適化問題の等式に関する最適なラグランジュ乗数と設定し，その有効性について証明した．また，直線探索付き勾配法による小売価格決定法を提案した．最後に提案法の有効性を数値シミュレーションにより検証した．今後の課題としては，文献[13]の様な無効電力や電圧変動の考慮や効用関数やコスト関数の動的な変化，各参加者の詳細なモデル化などが挙げられる．

参考文献

1) S. Borenstein, M. Jaske and A, Rosenfeld, Dynamic Pricing, Advanced Metering, and Demand Response in Electricity Markets, UC Berkeley, (2002)

2) W. Hogan, Demand Response Pricing in Organized Wholesale Markets, ISO/RTO Council Comments on Demand Response Compensation in Organized Wholesale Energy Markets, (2010)

3) A. Mohsenian-Rad, V. W. S. Wong, J. Jatskevich, R. Schober and A. Leon-Garcia, Autonomous Demand Side Management Based on Game-Theoretic Energy Consumption Scheduling for the Future Smart Grid, *IEEE Transactions on Smart Grid*, **1**-3, 320/331, (2010)

4) E. Bitar, P. P. Khargonekar and K. Poolla, System and Control Opportunities in the Integration of Renewable Energy into the Smart Grid, *Proceedings of the 18th IFAC World Congress*, 4927/4932, (2011)

5) H. Glavitsch and F. L. Alvarado, Management of multiple congested conditions in unbundled operation of a power system, *IEEE Transactions on Power Systems*, **13**-3, 1013/1019, (1998)

6) A. Jokic, M. Lazar and P. P. J. van den Bosch, Real-time control of power systems using nodal prices, *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, **31**-9, 522/530, (2009)

7) C. Langbort, On real-time pricing for strategic agents, Workshop on Multi-Agent Coordination and Estimation. Lund Center for Control of Complex Engineering Systems, Lund University, (2010)

8) 大久 保徳雄, 滑川 徹, ゲーム理論に基づくリアルタイムプライシングによる負荷周波数制御, 電気学会産業計測制御研究会, IIC-12-054, 29/34, (2012)

9) M. Roozbehani, M. Dahleh and S. Mitter, Dynamic Pricing and Stabilization of Supply and Demand in Modern Electric Power Grids, *Proceedings of the IEEE International Conference on Smart Grid Communications*, 543/548, (2010)

10) Y. Miyano and T. Namerikawa, Load Leveling Control by Real-Time Dynamical Pricing Based on Steepest Descent Method, *Proceedings of SICE Annual Conference 2012*, (to be presented)

11) P. Samadi, A. Mohsenian-Rad, R. Schober, V. Wong and J. Jatskevich, Optimal real-time pricing algorithm based on utility maximization for smart grid, *Proceedings of the IEEE International Conference on Smart Grid Communications*, 415/420, (2010)

12) S. Boyd and L. Vandenberghe. Convex optimization. Cambridge University Press, (2004)

13) S. Sojoudi and S. H. Low, "Optimal Charging of Plug-in Hybrid Electric Vehicles in Smart Grids", *Proceedings of the IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 1/6, (2011)