通信遅延を考慮した複数剛体の分散協調姿勢制御

橘　義博*，滑川　徹（慶應義塾大学）

Distributed Cooperative Attitude Control for Multiple Rigid Bodies with Communication Delay

Yoshihiro Tachibana*, Toru Namerikawa (Keio University)

Abstract

This paper describes distributed cooperative attitude consensus and synchronization for multiple rigid bodies with communication delay. Multi-agent system is composed of multiple autonomous agents and they exchanges information for each other. If there are time delays in the communication lines, the system may become unstable and may not achieve the control objective. The attitudes are represented by modified Rodriguez parameters. First, we show the proposed control law guarantees consensus among agents. Second, it can be shown that attitude synchronization to reference attitude can be guaranteed via the proposed consensus control law. Finally, simulation results show effectiveness of the two proposed control laws.

キーワード：マルチエージェントシステム，通信遅延，剛体，姿勢同期
(multi-agent system, communication delay, rigid body, attitude synchronization)

1. はじめに

複数の制御対象を扱ったシステムとしてマルチエージェントシステム (MAS) がある。MAS は各エージェントが自律的に動作を行い，他のエージェントと協調行動を行うことにより目的を達成する。エージェントにはビークルや人工衛星などが用いられ，フォーメーション形成や合意問題への応用が可能である [1] [2]。近年ではエージェントに人工衛星などの剛体を用いた協調姿勢制御の研究が注目を集めており，太陽光パネルの制御などへ応用が考えられている [3] [4] [5] [6]。しかしながら，MAS は互いの情報を交換する特性上，通信遅延は避けられない問題となっている。通信路に遅延が存在する場合，システムが不安定になり目標が達成されない可能性が生じてしまう。

通信遅延を考慮した MAS の研究は盛んに行われている。文献 [7] [8] ではビークルの位置制御についての研究が行われている。また，文献 [9] では二次系のシステムにおいて通信遅延を考慮した制御則を提案している。しかし，これらは位置についてのみであり姿勢については触れられていない。姿勢についても考えたものとしては文献 [10] [11] がある。文献 [11] では文献 [4] の制御則に対して通信遅延を考えており，許容できる遅延の大きさについての議論がなされていないが，時変かつ複数の通信遅延に対する制御則を提案している。他にも文献 [12] ではエージェントの情報が強連結グラフ上で行われるときにシステムの受動性に基づいた制御則を提案しており，通信遅延についても言及されている。

本稿では，複数の剛体の制御手法として，文献 [9] の手法を姿勢について適用し，許容できる遅延の大きさと設計パラメータの関係を明らかにする。回転を表記する方法として，改良ロドリゲスパラメータ (MRP) を用いる。グラフ構造は無向連結，通信遅延は時不変かつ全剛体間で共通とし，制御目的は姿勢の合意と同期の二つである。合意アルゴリズムを用いて姿勢合意を達成させる制御則を提案し，この制御則に目標値を加えることによって姿勢同期を達成させる制御則を提案する。提案制御則を用いて導出したパラメータ条件を満たすようにフィードバックゲインを選ぶことで，リアプノフの定理より漸近合意 (同期) を達成することを証明する。最後に，通信路に遅延が存在する複数の剛体に対して提案手法を適用し，シミュレーションによりその有効性を示す。

2. 問題設定

〈2•1〉 剛体のモデル　まず，任意のベクトル $v = [v_1\ v_2\ v_3]^T \in \mathbb{R}^3$ が与えられたとき，クロス積演算子を以下のように定義する。

$$v^\times = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix} \cdots\cdots (1)$$

したがって，$w = [w_1\ w_2\ w_3]^T \in \mathbb{R}^3$ としてクロス積は $v^\times w = v \times w$ となる。また，歪対称行列は任意のベクトル $a, b \in \mathbb{R}^3$ に対して，$a^T b^\times a = 0$, $a^T a^\times = 0$ という性質を持つ。

本稿では剛体の姿勢を改良ロドリゲスパラメータ (MRP) で表す。MRP により i 番目の剛体の姿勢 $\sigma_i \in \mathbb{R}^3$ は，単位回転軸 $\lambda_i \in \mathbb{R}^3$ と回転軸周りの回転角 $\theta_i \in \mathbb{R}$ により以下で表される。

$$\sigma_i = \lambda_i \tan\frac{\theta_i}{4} \cdots\cdots (2)$$

(2) 式を用いて，姿勢のダイナミクスは (3) 式となる。

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_i &= F(\sigma_i)\omega_i \\ J_i\dot{\omega}_i &= -\omega_i \times J_i\omega_i + \tau_i \\ F(\sigma_i) &= \frac{1}{2}\left[\frac{1-\sigma_i^T\sigma_i}{2}I_3 + \sigma_i^\times + \sigma_i\sigma_i^T\right] \cdots\cdots (3) \end{aligned}$$

ただし，$\omega_i \in \mathbb{R}^3$ は角速度，$J_i \in \mathbb{R}^{3\times3}$ は慣性テンソル，$\tau_i \in \mathbb{R}^3$ は制御トルクである。

通信路については，図 1 のように時不変かつ全ての通信路で大きさが同じ遅延 $T > 0$ が存在するものとする。ここで，σ_i, σ_j はそれぞれ剛体 i, j の姿勢，σ_i^j, σ_j^i は剛体 j が受け取る σ_i，剛体 i が受け取る σ_j となっている。したがって，通信路は次式で表現できる。

$$\begin{cases} \sigma_i^j(t) = \sigma_i(t - T) \\ \sigma_j^i(t) = \sigma_j(t - T) \end{cases} \quad \cdots\cdots (4)$$

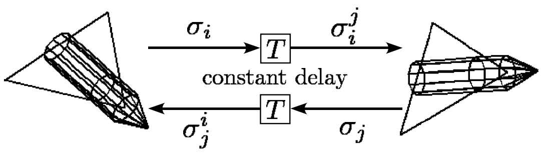

図 1　通信路

Fig. 1.　Communication line

〈2･2〉 ネットワーク構造　システムのネットワーク構造をグラフにより表現する。グラフは点，辺から構成され，n 個の点から構成されるグラフの i 番目の点を v_i とすると，点集合は $\mathcal{V} = \{v_1, v_2, \cdots, v_n\}$ となり，辺集合は $\mathcal{E} \in \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ で表される。辺 (v_j, v_i) は，頂点 v_j から頂点 v_i に向かう矢印で描かれる。また，i 番目の点の近傍集合を $\mathcal{N}_i = \{v_j \in \mathcal{V} : (v_j, v_i) \in \mathcal{E}\}$ として表す。辺が全て双方向で表されるグラフを無向グラフと呼び，その他のグラフを有向グラフと呼ぶ。点 v_i と点 v_j が連結であるとは，v_i から v_j への道が存在することをさす。任意の点 v_i から任意の点 v_j が連結である場合，そのグラフを連結グラフ（有向グラフの場合は強連結グラフ）という。

グラフを代数的に扱う際に，隣接行列 $\mathcal{A}$，次数行列 $\mathcal{D}$，グラフラプラシアン $\mathcal{L}$ が主に用いられる。隣接行列 $\mathcal{A} = [a_{ij}]$ とは，頂点同士の隣接状態を表したもので，

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (v_j \in \mathcal{N}_i) \\ 0 & (v_j \notin \mathcal{N}_i) \end{cases} \quad \cdots\cdots (5)$$

で要素が表される行列である。また，次数行列 $\mathcal{D}$ は頂点 v_i の次数が i 行目の対角要素に来る行列である。ここで，次数は $d_i = |\mathcal{N}_i|$ で定義する。つまり，

$$\mathcal{D} = \mathrm{diag}(d_1, d_2, \cdots, d_n) \cdots\cdots (6)$$

で表される。MAS を考える上で，最も重要な行列はグラフラプラシアンであり。グラフラプラシアン $\mathcal{L}$ は

$$\mathcal{L} = \mathcal{D} - \mathcal{A} \cdots\cdots (7)$$

で定義される。グラフラプラシアンは以下の性質を持つ。

(1)　零固有値をもち，対応する固有ベクトルは $\mathcal{L}\mathbf{1}_n = 0$ となる。ただし，$\mathbf{1}_n = [1\ 1\ \cdots\ 1]^T \in \mathbb{R}^n$ である。

(2)　連結グラフの場合，$\mathcal{L}$ は準正定行列となる。

〈2･3〉 制御目的　n 体の剛体の姿勢制御について考える。姿勢合意とは，各剛体の姿勢が一致することであり，本稿では以下のように定義する。

定義 1　i 番目の剛体と j 番目の剛体の姿勢を $\sigma_i, \sigma_j \in \mathbb{R}^3$ とすると合意は

$$\lim_{t\to\infty} \sigma_i = \sigma_j \quad \forall i, j \in \mathcal{V} \cdots\cdots (8)$$

で表わされる。また，姿勢同期とは，各剛体の姿勢が目標値に一致することであり，本稿では以下のように定義する。

定義 2　i 番目の剛体の姿勢を $\sigma_i \in \mathbb{R}^3$，定数目標値を $\sigma_d \in \mathbb{R}^3$ とすると同期は

$$\lim_{t\to\infty} \sigma_i = \sigma_d \quad \forall i \in \mathcal{V} \cdots\cdots (9)$$

で表わされる。

3. 提案手法

〈3･1〉 制御則 1(姿勢合意)　通信遅延がある場合での複数剛体の姿勢合意則として (10) 式を提案する。

$$\tau_i(t) = -F^T(\sigma_i(t))\left[\sum_{j=1}^{n} \frac{k_{ij}}{d_i} a_{ij}(\sigma_i(t) - \sigma_j(t-T)) + \kappa\dot{\sigma}_i(t)\right] (10)$$

ただし，$\kappa \in \mathbb{R} > 0$ はゲイン，$T \in \mathbb{R} > 0$ は時不変かつ共通の通信遅延，$\mathcal{A} = [a_{ij}]$ は隣接行列，k_{ij} はグラフの重み，d_i は剛体 i の次数である。ここで，グラフ構造に関して以下の仮定を設ける。

仮定 1　グラフ構造は無向連結である。

この仮定により，$a_{ij} = a_{ji}, k_{ij} = k_{ji}$ となる。このとき以下の定理が得られる。

定理 1　仮定 1 を満たし，かつ $\kappa > k_{ij}T$ ならば，制御則 (10) を用いることにより，n 体のシステム (3) と通信路 (4) から構成される MAS は姿勢合意を漸近的に達成する。

Proof. $\sigma_i(t)$ と $\sigma_i(t-T)$ の間には次の関係が成り立つ。

$$\sigma_i(t-T) = \sigma_i(t) - \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_i(t+\mu)d\mu \cdots\cdots (11)$$

また，$\sigma_{ij}(t)$ を

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_i(t) - \sigma_j(t) \cdots\cdots (12)$$

と定義する。以上より (10) 式は次のように書き換えることができる。

$$\tau_i(t) = -F^T(\sigma_i(t)) \times\left[\sum_{j=1}^{n} \frac{k_{ij}}{d_i} a_{ij}(\sigma_{ij}(t) + \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_j(t+\mu)d\mu) + \kappa\dot{\sigma}_i(t)\right] (13)$$

次のリアプノフ関数を考える。なお，簡単のため (t) は省略する。

$$V_1 = \frac{\kappa}{2}\sum_{i=1}^{n} d_i \omega_i^T J_i \omega_i + \frac{\kappa}{4}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} k_{ij}a_{ij}\sigma_{ij}^T\sigma_{ij} + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\int_{-T}^{0} k_{ij}^2 a_{ij} T \int_{\mu}^{0} \dot{\sigma}_i^T(t+s)\dot{\sigma}_i(t+s)ds d\mu (14)$$

V_1 は ω_i, σ_{ij}, $\dot{\sigma}_i$ に関して正定である。また，$c_1 > 0$ として集合 $\{(\omega_i, \sigma_{ij}, \dot{\sigma}_i) \mid V_1 \le c_1\}$ は ω_i, σ_{ij}, $\dot{\sigma}_i$ に関してコンパクトである。V_1 を t に関して微分すると，

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_1 &= \kappa \sum_{i=1}^{n} d_i \omega_i^T J_i \dot{\omega}_i + \frac{\kappa}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij} a_{ij} \dot{\sigma}_{ij}^T \sigma_{ij} \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \int_{-T}^{0} k_{ij}^2 a_{ij} T \left(\dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i - \dot{\sigma}_i^T (t+\mu) \dot{\sigma}_i (t+\mu) \right) d\mu \\
&= \kappa \sum_{i=1}^{n} d_i \omega_i^T \Big(-F^T(\sigma_i) \Big[\sum_{j=1}^{n} \frac{k_{ij}}{d_i} a_{ij} (\sigma_{ij} \\
&\quad + \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_j (t+\mu) d\mu) + \kappa \dot{\sigma}_i \Big] \Big) + \kappa \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij} a_{ij} \dot{\sigma}_i^T \sigma_{ij} \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij}^2 a_{ij} T \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i d\mu \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij}^2 a_{ij} T \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_i^T (t+\mu) \dot{\sigma}_i (t+\mu) d\mu \\
&= -\kappa^2 \sum_{i=1}^{n} d_i \dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij}^2 a_{ij} T^2 \dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i \\
&\quad - \kappa \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij} a_{ij} \dot{\sigma}_i^T \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_j (t+\mu) d\mu \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij}^2 a_{ij} T \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_i^T (t+\mu) \dot{\sigma}_i (t+\mu) d\mu \\
&= -\kappa^2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij}^2 a_{ij} T^2 \dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i \\
&\quad - \kappa \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij} a_{ij} \dot{\sigma}_i^T \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_j (t+\mu) d\mu \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij}^2 a_{ij} T \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_i^T (t+\mu) \dot{\sigma}_i (t+\mu) d\mu \\
&= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} (\kappa^2 - k_{ij}^2 T^2) \dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \int_{-T}^{0} \Big(\frac{\kappa^2}{T^2} \dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i + 2\kappa k_{ij} \dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_j (t+\mu) \\
&\quad + k_{ij}^2 T \dot{\sigma}_j^T (t+\mu) \dot{\sigma}_j (t+\mu) \Big) d\mu \\
&= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} (\kappa^2 - k_{ij}^2 T^2) \dot{\sigma}_i^T \dot{\sigma}_i \\
&\quad - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \int_{-T}^{0} \left(\frac{\kappa}{\sqrt{T}} \dot{\sigma}_i + k_{ij} \sqrt{T} \dot{\sigma}_j (t+\mu) \right)^T \\
&\quad \left(\frac{\kappa}{\sqrt{T}} \dot{\sigma}_i + k_{ij} \sqrt{T} \dot{\sigma}_j (t+\mu) \right) d\mu \cdots\cdots (15)
\end{aligned}
$$

ここで，$\kappa > k_{ij} T > 0$ ならば $\dot{V}_1 \le 0$ となる。

$\dot{V}_1 \equiv 0$ は $\dot{\sigma}_i \equiv 0$ を意味する。よって，$\dot{\sigma}_i = F(\sigma_i)\omega_i$ なので，$\omega_i \equiv 0$。(3) 式より $\tau_i \equiv 0$。ここで，σ, τ をそれぞれ σ_i, τ_i を列展開したものとすると，(13) 式を次のように書き換えることができる。

$$
\tau = -\bar{F}^T(\sigma) \Big[(\tilde{\mathcal{L}} \otimes I_3) \sigma + (\tilde{\mathcal{A}} \otimes I_3) \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}(t+\mu) d\mu + \kappa \dot{\sigma} \Big] \quad (16)
$$

なお，$\bar{F}^T(\sigma) = \mathrm{diag}[F_1(\sigma_1), \cdots, F_n(\sigma_n)]$ とし，$\tilde{\mathcal{A}} = \left[\frac{k_{ij}}{d_i} a_{ij} \right]$ を隣接行列，$\tilde{\mathcal{L}}$ を $\tilde{\mathcal{A}}$ をもとにしたグラフラプラシアンとする。

$\dot{\sigma}_i \equiv 0$ より $\dot{\sigma} \equiv 0$，$\tau_i \equiv 0$ より $\tau \equiv 0$ なので，(16) 式より，

$$
\bar{F}^T(\sigma) \left[(\tilde{\mathcal{L}} \otimes I_3) \sigma + (\tilde{\mathcal{A}} \otimes I_3) \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}(t+\mu) d\mu \right] \equiv 0 \cdots \quad (17)
$$

ここで，$(\tilde{\mathcal{A}} \otimes I_3) \int_{t-T}^{t} \dot{\sigma}(\mu) d\mu$ について考える。$\dot{\sigma}(t) \equiv 0$ より，$t = \mu$ の変数変換を行うと，$\dot{\sigma}(\mu) \equiv 0$ となる。よって，$(\tilde{\mathcal{A}} \otimes I_3) \int_{t-T}^{t} \dot{\sigma}(\mu) d\mu \equiv 0$ なので，(17) 式は

$$
(\tilde{\mathcal{L}} \otimes I_3) \sigma \equiv 0 \cdots\cdots \quad (18)
$$

となる。グラフラプラシアンの性質より，$\sigma_1 = \sigma_2 = \cdots = \sigma_n$ となるので，ラサールの不変性原理より，$t \to \infty$ で $\sigma_i(t) \to \sigma_j(t)$, $\omega_i(t) \to 0$ となる。 □

〈3•2〉 制御則 2(姿勢同期) 制御則 1 に目標値を与えることにより姿勢同期を達成させる。複数剛体の姿勢同期則として以下を提案する。

$$
\begin{aligned}
\tau_i(t) &= -F^T(\sigma_i(t)) \Big[\sum_{j=1}^{n} \frac{k_{ij}}{d_i} a_{ij} (\sigma_i(t) - \sigma_j(t-T)) \\
&\quad + k_{i(n+1)} a_{i(n+1)} (\sigma_i(t) - \sigma_d) + \kappa \dot{\sigma}_i(t) \Big] \cdots\cdots (19)
\end{aligned}
$$

ここで，σ_d を定数目標値とし，$a_{i(n+1)}$ は剛体 i が目標値の情報を受け取れるなら 1，受け取れないなら 0 であり，$k_{i(n+1)}$ は目標値の重みである。このとき以下の定理 2 が成り立つ。

定理 2 仮定 1 を満たし，かつ $\kappa > k_{ij} T$ であり，少なくとも 1 つの剛体が目標値 σ_d の情報を受け取れるなら，制御則 (19) を用いることにより，n 体のシステム (3) と通信路 (4) から構成される MAS は姿勢同期を漸近的に達成する。

Proof. 基本的には制御則 1 と同じである。(11), (12) 式を用いて (19) 式を書き換えると次のようになる。

$$
\begin{aligned}
\tau_i(t) &= -F^T(\sigma_i(t)) \Big[\sum_{j=1}^{n} \frac{k_{ij}}{d_i} a_{ij} (\sigma_{ij}(t) \\
&\quad + \int_{-T}^{0} \dot{\sigma}_j (t+\mu) d\mu) + k_{i(n+1)} a_{i(n+1)} (\sigma_i(t) - \sigma_d) + \kappa \dot{\sigma}_i(t) \Big] (20)
\end{aligned}
$$

次のリアプノフ関数を考える。簡単のため (t) は省略する。

$$
\begin{aligned}
V_2 &= \frac{\kappa}{2} \sum_{i=1}^{n} d_i \omega_i^T J_i \omega_i + \frac{\kappa}{4} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij} a_{ij} \sigma_{ij}^T \sigma_{ij} \\
&\quad + \frac{\kappa}{2} \sum_{i=1}^{n} d_i k_{i(n+1)} a_{i(n+1)} (\sigma_i - \sigma_d)^T (\sigma_i - \sigma_d) \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \int_{-T}^{0} k_{ij}^2 a_{ij} T \int_{\mu}^{0} \dot{\sigma}_i^T (t+s) \dot{\sigma}_i (t+s) ds d\mu (21)
\end{aligned}
$$

V_2 は ω_i, σ_{ij}, $\sigma_i - \sigma_d$, $\dot{\sigma}_i$ に関して正定である。また，$c_2 > 0$ として集合 $\{(\omega_i, \sigma_{ij}, \sigma_i - \sigma_d, \dot{\sigma}_i) \mid V_2 \le c_2\}$ は ω_i, σ_{ij}, $\sigma_i - \sigma_d$, $\dot{\sigma}_i$ に関してコンパクトである。V_2 を t に関して微分すると，

$$
\begin{aligned}
\dot{V}_2 &= \kappa \sum_{i=1}^{n} d_i \omega_i^T J_i \dot{\omega}_i + \frac{\kappa}{2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} k_{ij} a_{ij} \dot{\sigma}_{ij}^T \sigma_{ij} \\
&\quad + \kappa \sum_{i=1}^{n} d_i k_{i(n+1)} a_{i(n+1)} \dot{\sigma}_i^T (\sigma_i - \sigma_d)
\end{aligned}
$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\int_{-T}^{0}k_{ij}^2 a_{ij}T\left(\dot{\sigma}_i^T\dot{\sigma}_i-\dot{\sigma}_i^T(t+\mu)\dot{\sigma}_i(t+\mu)\right)d\mu$$

$$=-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}(\kappa^2-k_{ij}^2T^2)\dot{\sigma}_i^T\dot{\sigma}_i$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\int_{-T}^{0}\left(\frac{\kappa}{\sqrt{T}}\dot{\sigma}_i+k_{ij}\sqrt{T}\dot{\sigma}_j(t+\mu)\right)^T$$

$$\left(\frac{\kappa}{\sqrt{T}}\dot{\sigma}_i+k_{ij}\sqrt{T}\dot{\sigma}_j(t+\mu)\right)d\mu \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (22)$$

ここで，$\kappa > k_{ij}T > 0$ ならば $\dot{V}_2 \leq 0$ となる。

$\dot{V}_2 \equiv 0$ は $\dot{\sigma}_i \equiv 0$ を意味する。よって，$\dot{\sigma}_i = F(\sigma_i)\omega_i$ なので，$\omega_i \equiv 0$。(3) 式より $\tau_i \equiv 0$。ここで，σ, τ をそれぞれ σ_i, τ_i を列展開したものとすると，(20) 式を次のように書き換えることができる。

$$\tau = -\bar{F}^T(\sigma)\Big[(M\otimes I_3)(\sigma-\mathbf{1}_n\otimes\sigma_d)$$

$$+(\tilde{\mathcal{A}}\otimes I_3)\int_{-T}^{0}\dot{\sigma}(t+\mu)d\mu+\kappa\dot{\sigma}\Big] \cdots\cdots\cdots\cdots (23)$$

ただし，$M=\tilde{\mathcal{L}}+\mathrm{diag}[k_{i(n+1)}a_{i(n+1)},\cdots,k_{n(n+1)}a_{n(n+1)}]$ とする。

$\dot{\sigma}_i \equiv 0$ より $\dot{\sigma} \equiv 0$，$\tau_i \equiv 0$ より $\tau \equiv 0$ なので，(23) 式より，

$$\bar{F}^T(\sigma)\Big[(M\otimes I_3)(\sigma-\mathbf{1}_n\otimes\sigma_d)$$

$$+(\tilde{\mathcal{A}}\otimes I_3)\int_{-T}^{0}\dot{\sigma}(t+\mu)d\mu\Big] \equiv 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (24)$$

ここで，$(\tilde{\mathcal{A}}\otimes I_3)\int_{t-T}^{t}\dot{\sigma}(\mu)d\mu$ について考える。$\dot{\sigma}(t) \equiv 0$ より，$t=\mu$ の変数変換を行うと，$\dot{\sigma}(\mu)\equiv 0$ となる。よって，$(\tilde{\mathcal{A}}\otimes I_3)\int_{t-T}^{t}\dot{\sigma}(\mu)d\mu \equiv 0$ なので，(24) 式は

$$(M\otimes I_3)(\sigma-\mathbf{1}_n\otimes\sigma_d)\equiv 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

を意味する。今，M について考える。グラフが無向連結なので，$z_i\in\mathbb{R}^3$ とした $z=[z_1^T,\cdots,z_n^T]^T$ において，$z^T(\tilde{\mathcal{L}}\otimes I_3)z=0$ となる必要十分条件は $z_i=z_j$ である。また，少なくとも一つの剛体が σ_d の情報を得られるので，少なくとも一つの $k_{i(n+1)}a_{i(n+1)} > 0$ である。したがって，$z^T(M\otimes I_3)z = z^T(\tilde{\mathcal{L}}\otimes I_3)z+\sum_{i=1}^{n}k_{i(n+1)}a_{i(n+1)}z_i^Tz_i \geq 0$ であり，$z^T(M\otimes I_3)z=0$ の必要十分条件は $z=0$ である。したがって，M は正定より $M\otimes I_3$ も正定なので，$\sigma\equiv\mathbf{1}_n\otimes\sigma_d$ となる。よって，ラサールの不変性原理より，$t\to\infty$ で $\sigma_i(t)\to\sigma_d$, $\omega_i(t)\to 0$ となる。 □

4. シミュレーション検証

剛体の数は $n=6$ とし，各剛体の慣性テンソルは表 1 とする。また，剛体間のネットワーク構造を図 2 とし，制御則 2 では $a_{17}=1$，$a_{i7}=0\ (i\neq 1)$ とする。すなわち，剛体 1 だけが目標値 σ_d の情報を受け取れるものとする。また，各辺の重みは $k_{ij}=k_{i7}=1$ とする。各剛体の姿勢および角速度の初期値は図 3 のように剛体ごとに異なる値とし，制御則 2 における目標値 $\sigma_d=[-0.2\ 0.3\ 0.5]^T$，剛体間の通信遅延 $T=0.1$[s] とする。以上から，制御目的を達成するための κ の条件は

$$\kappa > k_{ij}T = 0.1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (26)$$

となる。したがって，制御則 1, 2 において $\kappa=0.05$, 1.0 の二つの場合についてシミュレーションを行う。

表 1　各剛体の慣性テンソル

Table 1.　Rigid body specifications

J_1[kgm^2]	[1.9 0.1 0.2; 0.1 2.0 0.3; 0.2 0.3 1.9]
J_2[kgm^2]	[1.2 0.1 0.1; 0.1 1.2 0.1; 0.1 0.1 1.2]
J_3[kgm^2]	[3.5 0.7 0.5; 0.7 3.4 0.5; 0.5 0.5 3.1]
J_4[kgm^2]	[1.9 0.2 0.3; 0.2 2.4 0.7; 0.3 0.7 2.2]
J_5[kgm^2]	[2.3 0.5 0.1; 0.5 3.1 0.3; 0.1 0.3 2.5]
J_6[kgm^2]	[1.1 0.3 0.2; 0.3 1.9 0.1; 0.2 0.1 1.7]

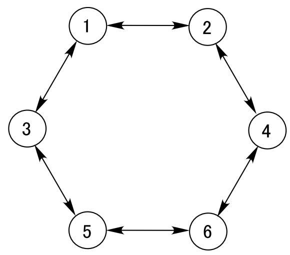

図 2　ネットワーク構造

Fig. 2.　Communication topology

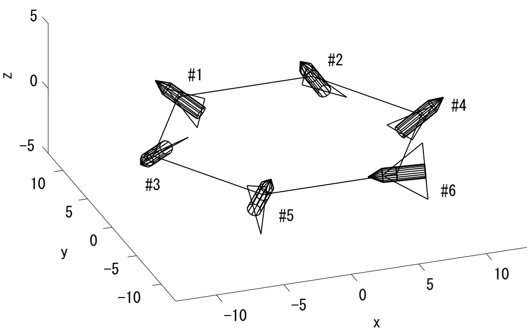

図 3　初期姿勢

Fig. 3.　Initial attitudes of rigid bodies

〈4･1〉 制御則 1　制御則 1 を用いた場合におけるシミュレーション結果を図 4 から図 8 に示す。図 4, 5 は $\kappa=0.05$ における各剛体の姿勢および角速度，図 6, 7 は $\kappa=1.0$ における各剛体の姿勢および角速度，図 8 は各剛体の最終姿勢を示している。なお，$\sigma_i^{(j)}$，$\omega_i^{(j)}$ における添え字 (j) は σ_i, ω_i の j 番目の要素を意味している。図 4, 5 では姿勢，角速度ともに収束しておらず，目的が達成できていないことが分かる。一方，図 6, 7 では姿勢は一定値に収束し，角速度は 0 に収束している。これらの結果から，κ の値が条件を

満たすことにより，図 8 のように姿勢合意を達成することが分かる。

〈4•2〉 制御則 2 　制御則 2 を用いた場合におけるシミュレーション結果を図 9 から図 11 に示す。図 11 における # 0 は目標値 σ_d を表したものである。κ が条件を満たさない場合における結果は，図 4, 5 と同じく目的を達成できないため省略する。図 9, 10 より，κ が条件を満たせば一部の剛体しか目標値の情報を得られなくとも，全ての剛体の姿勢が目標値 $\sigma_d = [-0.2\ 0.3\ 0.5]^T$ に収束しているのが分かる。この結果から，図 11 のように各剛体の姿勢が目標値に収束し，姿勢同期を達成していることが確認できる。

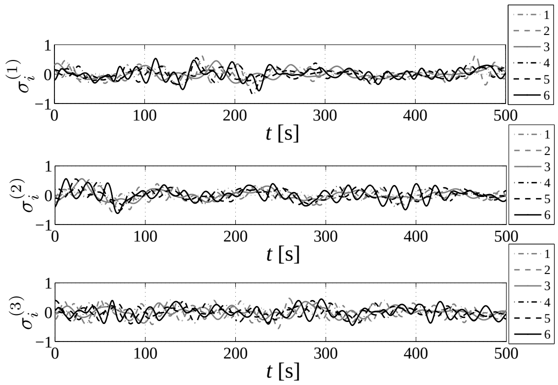

図 4 　姿勢 ($\kappa = 0.05$)
Fig. 4. 　Attitude ($\kappa = 0.05$)

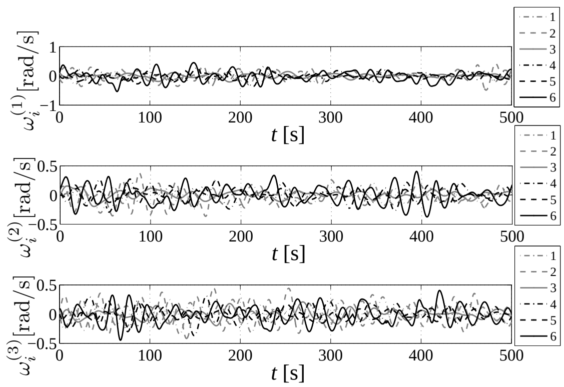

図 5 　角速度 ($\kappa = 0.05$)
Fig. 5. 　Angular velocity ($\kappa = 0.05$)

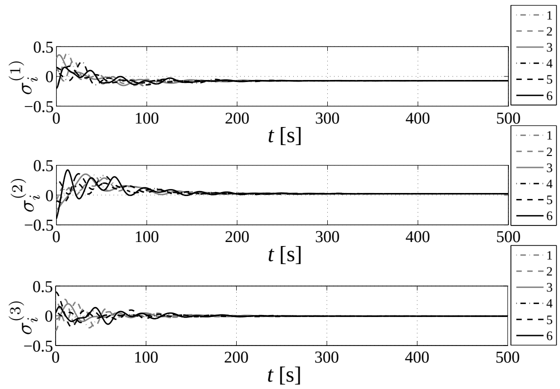

図 6 　姿勢 ($\kappa = 1.0$)
Fig. 6. 　Attitude ($\kappa = 1.0$)

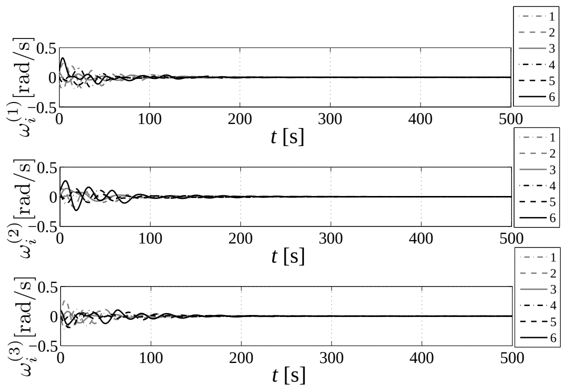

図 7 　角速度 ($\kappa = 1.0$)
Fig. 7. 　Angular velocity ($\kappa = 1.0$)

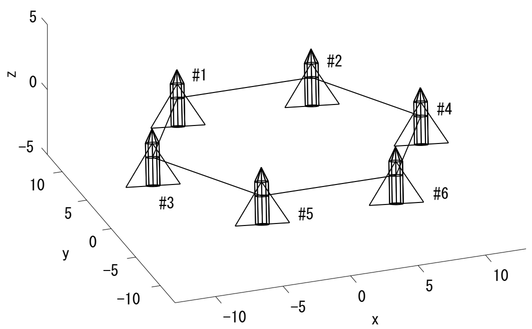

図 8 　最終姿勢
Fig. 8. 　Final attitudes of rigid bodies

5. おわりに

本論文では，複数剛体の姿勢制御に対して，通信遅延を考慮した姿勢合意と姿勢同期を達成するための制御則を提案した。姿勢の表現には改良ロドリゲスパラメータを用いており，グラフ構造は無向連結とした。まず，合意アルゴリズムを用いて姿勢合意を達成する制御則を提案した。そして，その制御則に目標値を加えることによって，姿勢同期を達成する制御則を提案した。姿勢合意と姿勢同期のそれぞれについて収束性の証明を行い，許容できる遅延の大きさと設計パラメータの関係を示した。最後に，提案した手法のシミュレーションを行い，有効性を検証した。

今後の課題としては，まず時変や剛体間で大きさが異な

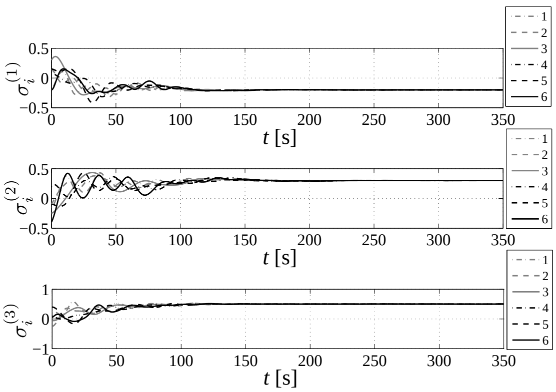

図 9　姿勢 ($\kappa = 1.0$)
Fig. 9.　Attitude ($\kappa = 1.0$)

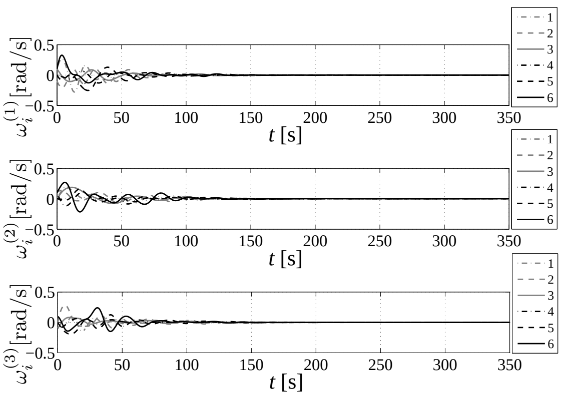

図 10　角速度 ($\kappa = 1.0$)
Fig. 10.　Angular velocity ($\kappa = 1.0$)

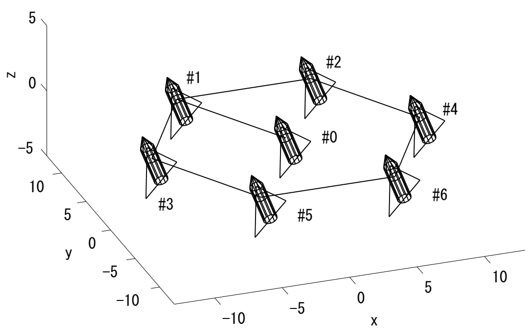

図 11　最終姿勢
Fig. 11.　Final attitudes of rigid bodies

る遅延への拡張が挙げられる。また，グラフ構造が有向グラフや時変グラフである場合への検討も行い，扱えるシステムを拡張していきたいと考えている。

参考文献

（1） T. Namerikawa: “Consensus Problem for Multi-agent Systems and Cooperative Catpuring Behavior”, *Systems, Control and Infomation*, Vol. 53, No. 10, pp. 443-448 (2009)
滑川徹:「マルチエージェントシステムの合意問題と協調取り囲み」, システム/制御/情報, Vol. 53, No. 10, pp. 443-448 (2009)

（2） C. Yoshioka and T. Namerikawa: “Consensus Problem for Multi-agent System and Its Application to Formation Control”, *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol. 44, No.8, pp. 663-669 (2008)
吉岡愛・滑川徹:「マルチエージェントシステムの合意問題とそのフォーメーション制御への応用」, 計測自動制御学会論文集, Vol. 44, No.8, pp. 663-669 (2008)

（3） J. T. Y. Wen and K. Kreutz-Delgado: “The attitude control problem”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 10, pp. 1148-1162 (1991)

（4） W. Ren: “Distributed attitude alignment in spacecraft formation flying”, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, vol. 21, no. 2-3, pp. 95-113 (2007)

（5） J.-J. E. Slotine and M. D. D. Benedetto: “Hamiltonian adaptive control of spacecraft”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 35, no. 7, pp. 848-852 (1990)

（6） W. Ren: “Distributed Cooperative Attitude Synchronization and Tracking for Multiple Rigid Bodies”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 18, no. 2, pp. 383-392 (2010)

（7） K. Peng and Y. Yang: “Leader-following consensus problem with a varying-velocity leader and time-varying delays”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 388, pp. 193-208 (2009)

（8） J. Hu and Y. Hong: “Leader-following coordination of multi-agent systems with coupling delays”, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 374, pp. 853-863 (2007)

（9） U. Munz, A. Papachristodoulou and F. Allgöwer: “Delay-Dependent Rendezvous and Flocking of Large Scale Multi-Agent Systems with Communication Delays”, *Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2038-2043 (2008)

（10） H. Wang and Y. Xie: “On Attitude Synchronization of Multiple Rigid Bodies with Time Delays” *Preprints of the 18th IFAC World Congress*, pp. 8774-8779 (2011)

（11） Z. Meng, Z. You, G. Li, and C. Fan: “Cooperative Attitude Control of Multiple Rigid Bodies with Multiple Time-Varying Delays and Dynamically Changing Topologies”, Hindawi Publishing Corporation, *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2010, doi: 10.1155/2010/621594 (2010)

（12） Y. Igarashi, T. Hatanaka, M. Fujita and M. W. Spong: “Passivity-Based Attitude Synchronization in $SE(3)$”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 17, no. 5, pp.1119-1134 (2009)