

ゲーム理論に基づくリアルタイムプライシングによる 負荷周波数制御

大久保 徳雄*, 滑川 徹 (慶應義塾大学)

Game Theoretic Real-Time Pricing and its application to Load Frequency Control of Power Network
Norio Okubo*, Toru Namerikawa (Keio University)

Abstract

This paper deals with an application of game theoretic real-time pricing to load frequency control of power networks including distributed generators and renewable energies. The control objective is to minimize social welfare problem formulated by each player's cost functions, frequency deviations and tie line deviations. A price function is formulated by a game theoretic one. Therefore each player's decision is a Nash equilibrium solution considering own cost function and additional price functions. We show the pricing mechanism to solve the social welfare problem in Nash equilibrium solution. Finally we show the effectiveness by simulations.

キーワード：ゲーム理論, リアルタイムプライシング, スマートグリッド, 負荷周波数制御
(Game Theory, Real-Time Pricing, Smart Grid, Load Frequency Control)

1. はじめに

エネルギー問題や地球温暖化が世界的な問題として取り上げられており, 省エネルギー化を見越した太陽光, 風力等の再生可能エネルギーや蓄電池群を利用した分散電源が電力系統へ導入されたスマートグリッドが注目されている。分散電源の大量導入は電圧変動や周波数変動といった系統全体にとって望ましくない現象を引き起こす要因となるため, 安全性を保ちながら系統内の発電機を協調して動作させる必要がある。

ところが, 分散電源が大量に導入された電力系統において, 各分散電源の管理者であるプレイヤーの振る舞いが公共の利益を協調的に達成するとは限らない。このような問題に対するアプローチとして, 価格変動を利用して目的を達成するリアルタイムプライシング理論が近年注目されている⁽¹⁾⁽²⁾。しかし, プライシングの計算が集中系のシステムで行われるため, 大規模系とは相性が悪いと考えられる。現在では計算する負担を軽減させた手法の研究が理論ベースで考察されている⁽³⁾⁽⁴⁾。そのため具体的な応用を考慮した検証を行う必要がある。

そこで本稿では, 系統内の需給家が利己的な振る舞いをすることを前提とし, その中で社会全体の目的が達成されるようなゲーム問題を考慮した価格変動メカニズムの提案を行う。社会目的は, 系統内の周波数変動及び系統間の潮流変動に関する評価関数を最小にすることとする。周波数変動及び系統間の潮流変動に応じて, 各プレイヤーのコストがゲーム問題的に変動するようなメカニズムの設定を行うことにより, 社会目的の達成を目指す。従来法⁽⁵⁾では, プレイヤーが二つの場合という限定的な状況での議論が行われてきたが, その一般性についての検討を行う。

最後に本稿の流れを述べる。まずは, 分散システムをゲー

ム問題として考えた場合の定式化を行う。次に, 定式化した問題に対して制御目的を達成するためのプライシング手法の提案を行う。さらにプライシング手法のもとで, ゲーム問題の解であるナッシュ均衡解の導出を行い, 制御目的が達成できることを示す。最後にシミュレーションを行い有効性を確認する。

2. 分散システムとゲーム理論

2.1 問題設定 以下のような分散型の線形システムを考える。本節ではまず一般的な線形分散システムに対するゲーム型の最適制御問題の定式化を行う。(1)式は, n 人の中の i 番目のプレイヤーの状態方程式とする。また, (2)式は各プレイヤーの状態により変動する公共利益を表す変数 z に関する状態方程式とする。ここで, $x_i(t) \in \mathbb{R}^{n_i}$ はプレイヤー i の状態, $u_i(t) \in \mathbb{R}^{r_i}$ は, プレイヤー i の入力, $z \in \mathbb{R}^m$ は各プレイヤーの状態により変動する分散システム全体の公共利益を表す変数とする。

$$x_i(t+1) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t), \quad i = 1, \dots, n \dots \dots \dots (1)$$

$$z(t+1) = E z(t) + \sum_{i=1}^n C_i x_i(t) \dots \dots \dots (2)$$

ただし, $A_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n_i \times r_i}$, $E \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $C_i \in \mathbb{R}^{m \times n_i}$ とする。本稿の制御目的は, 以下の評価関数 (3) 式を最小にすることである。

$$\min \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{N-1} \left(\sum_{i=1}^n x_i(t)^T Q_i x_i(t) + u_i(t)^T R_i u_i(t) + z(t+1)^T Q z(t+1) \right) \dots \dots \dots (3)$$

ただし, $Q_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$, $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $R_i \in \mathbb{R}^{r_i \times r_i}$ とする。

本稿では, (3) 式を解くための $u_i(t)$ の決定に関して, 以下のような設定を設ける。

- (1) 各プレイヤー i は、自身のコスト関数 $J_i(u_i)$ のみの最小化を考慮して、 u_i を決定する。
- (2) 各プレイヤーのコスト関数 $J_i(u_i)$ は、付加コスト π_i を与えることで、 $J_i(u_i) + \pi_i(u_i, u_{-i})$ の最適化を行うように設定できるものとする。

ただしここで、ある正の整数 n に対して、 $\mathcal{L} = \{1, \dots, n\}$ と定義される集合とある整数 i が与えられたとき、 $-i$ を集合 \mathcal{L} から i を除いた、集合 $\{1, \dots, i-1, i+1, \dots, n\}$ を表すと定義する。本稿では、 $J_i(u_i)$ がプレイヤー i の経済的な利益を表し、付加コスト π_i をリアルタイムプライシングとして表現されるものとする。プライシング π_i の変動即をうまく設定することにより、ルール 1 のもとで決定される u_i を間接的に制御する。これらのルールのもとで、(3) 式を解く方法について考察する。

まず、(3) 式を以下のような表現になおす。

$$\min \sum_{i=1}^n J_i(u_i) + J(z) \dots \dots \dots (4)$$

$$\text{subject to } z = H(u_i, u_{-i}) \dots \dots \dots (5)$$

なお、(3) 式と (4) 式の対応付けとなる、 $J(z)$ と $J_i(u_i)$ は以下のように設定する。

$$J_i(u_i) = \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{N-1} (x_i(t)^T Q_i x_i(t) + u_i(t)^T R_i u_i(t)) \dots \dots \dots (6)$$

$$J(z) = \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{N-1} z(t+1)^T Q z(t+1) \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 $J_i(u_i)$ はプレイヤー i のコスト関数、 $J(z)$ は各プレイヤーの振る舞いに応じて変動する公共利益の評価指標とする。本稿では、 $J_i(u_i)$ を系統内の需給家の利益を表し、 $J(z)$ は系統内の周波数変動、潮流変動から決定される系統内の安定度の評価指標を表すと想定している。 u_{-i} は i の相手プレイヤー、つまり $-i = \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, n\}$ の入力の集合を表すとする。また、 H は、変数を $u_i (i \in \mathcal{L})$ にもつ一般的な関数とする。本稿では、(2) 式が該当する。

付加コスト π_i を適切に設定することで、各プレイヤーの意思決定 u_i を原問題を解決するよう誘導することが可能となる。また、付加コストが加えられ、各プレイヤーが解く新たなコスト関数 $C_i(u_i, u_{-i})$ を以下のように設定する。

$$C_i(u_i, u_{-i}) = J_i(u_i) + \pi_i(u_i, u_{-i}) \dots \dots \dots (8)$$

コスト関数 $C_i(u_i, u_{-i})$ は、自身の決定 u_i のみならず、相手の振る舞い u_{-i} にも左右される。そのため、プレイヤー i が解くべき問題である、 $C_i(u_i, u_{-i})$ の最小化はゲーム問題となり、その解は以下のようなナッシュ均衡になるとする。

$$C_i(u_i^*, u_{-i}^*) \leq C_i(u_i, u_{-i}^*) \dots \dots \dots (9)$$

各プレイヤーが C_i のナッシュ均衡解が、原問題の最適解と一致するような付加コストの与え方を示すものが、定理 1 である⁽³⁾。

定理 1

プレイヤー i に対する付加価格関数 $\pi_i(u_i, u_{-i})$ が、連続かつ、

(9) 式で定義される C_i のナッシュ均衡解が原問題 (4) 式の最適解となる必要十分条件は、以下の $\pi_i(u_i, u_{-i})$ (10) 式で表現され、任意の連続関数 $F_i(u_{-i})$ が存在することである。

$$\pi_i(u_i, u_{-i}) = J(H(u_i, u_{-i})) + F_i(u_{-i}) \dots \dots \dots (10)$$

2.2 適切な π_i とそのナッシュ均衡解の導出 有限区間最適化問題 (3) 式を解くため、以下のような拡張行列を定義する。

$$\mathbf{x}_i[N] = \begin{bmatrix} \bar{x}_i \\ \vdots \\ x_i(N-1) \end{bmatrix}, \mathbf{z}[N] = \begin{bmatrix} z(1) \\ \vdots \\ z(N) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{u}_i[N] = \begin{bmatrix} u_i(0) \\ \vdots \\ u_i(N-1) \end{bmatrix}, \mathbf{A}_i[N] = \begin{bmatrix} I \\ \vdots \\ A_i^{N-1} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_i[N] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ B_i & 0 & & & \vdots \\ A_i B_i & B_i & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ A_i^{N-2} B_i & \cdots & A_i B_i & B_i & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{E}[N] = \begin{bmatrix} E \\ \vdots \\ E^N \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_i[N] = \begin{bmatrix} C_i & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ EC_i & C_i & \ddots & & \vdots \\ E^2 C_i & EC_i & & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & 0 \\ E^{N-1} C_i & \cdots & E^2 C_i & EC_i & C_i \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Q}_i[N] = I_N \otimes Q_i, \mathbf{Q}[N] = I_N \otimes Q, \mathbf{R}_i[N] = I_N \otimes R_i \dots (11)$$

これらの拡張行列を用いて、状態方程式、評価関数を以下のように書き換える。

$$\mathbf{x}_i[N] = \mathbf{A}_i[N] \bar{x}_i + \mathbf{B}_i[N] \mathbf{u}_i[N] \dots \dots \dots (12)$$

$$\mathbf{z}[N] = \mathbf{E}[N] \bar{z} + \sum_{i=1}^n \mathbf{C}_i[N] \mathbf{x}_i[N] \dots \dots \dots (13)$$

$$\min \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{x}_i[N]^T \mathbf{Q}_i[N] \mathbf{x}_i[N] + \mathbf{u}_i[N]^T \mathbf{R}_i[N] \mathbf{u}_i[N] + \mathbf{z}[N]^T \mathbf{Q}[N] \mathbf{z}[N] \right) \dots \dots \dots (14)$$

また、プレイヤー i に与える付加コスト $\pi_i(\mathbf{u}_i[N], \mathbf{u}_{-i}[N])$ は、定理 1 に従って決定すると以下ようになる。

$$\pi_i(\mathbf{u}_i[N], \mathbf{u}_{-i}[N]) = \left(\mathbf{E}[N] \bar{z} + \frac{1}{2} \mathbf{C}_i[N] \mathbf{x}_i[N] + \sum_{j=1, j \neq i}^n \mathbf{C}_j[N] \mathbf{x}_j[N] \right)^T \mathbf{Q}[N] \mathbf{C}_i[N] \mathbf{x}_i[N] \dots \dots \dots (15)$$

付加コスト $\pi_i(u_i, u_{-i})$ を個々のコスト関数 $J_i(u_i)$ に加えたコ

スト関数 $C_i(u_i, u_{-i})$ は以下ようになる。

$$\begin{aligned} & C_i(\mathbf{u}_i[N], \mathbf{u}_{-i}[N]) \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{x}_i[N]^T \mathbf{Q}_i[N] \mathbf{x}_i[N] + \mathbf{u}_i[N]^T \mathbf{R}_i[N] \mathbf{u}_i[N]) \\ &+ \left(\mathbf{E}[N] \bar{z} + \frac{1}{2} \mathbf{C}_i[N] \mathbf{x}_i[N] + \sum_{j=1, j \neq i}^n \mathbf{C}_j[N] \mathbf{x}_j[N] \right)^T \\ &\times \mathbf{Q}[N] \mathbf{C}_i[N] \mathbf{x}_i[N] \dots \dots \dots (16) \end{aligned}$$

(16) 式に (2) 式を代入し、展開した後、平方完成する。さらに、(11) 式で定義した行列を用いて、以下のような行列を定義する。

$$\bar{S}_i = \mathbf{A}_i[N]^T (\mathbf{Q}_i[N] + \mathbf{C}_i[N]^T \mathbf{Q}[N] \mathbf{C}_i[N]) \mathbf{B}_i[N] \quad (17)$$

$$\bar{R}_i = \mathbf{R}_i[N] + \mathbf{B}_i[N]^T (\mathbf{Q}_i[N] + \mathbf{C}_i[N]^T \mathbf{Q}[N] \mathbf{C}_i[N]) \mathbf{B}_i[N] \quad (18)$$

$$\bar{T}_i = \mathbf{E}[N]^T \mathbf{Q}[N] \mathbf{C}_i[N] \mathbf{B}_i[N] \quad (19)$$

$$\bar{V}_{ij} = \mathbf{A}_j[N]^T \mathbf{C}_j[N]^T \mathbf{Q}[N] \mathbf{C}_i[N] \mathbf{B}_i[N] \quad (20)$$

$$\bar{U}_{ij} = \mathbf{B}_j[N]^T \mathbf{C}_j[N]^T \mathbf{Q}[N] \mathbf{C}_i[N] \mathbf{B}_i[N] \quad (21)$$

このときプレイヤー i の最適入力以下になる。

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i[N] &= -\bar{R}_i^{-1} (\bar{S}_i^T \bar{x}_i + \bar{T}_i^T \bar{z} \\ &+ \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{V}_{ij}^T \bar{x}_j + \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{U}_{ij}^T \mathbf{u}_j[N]) \dots \dots \dots (22) \end{aligned}$$

$i = 1, \dots, n$ で表される全ての $\mathbf{u}_i[N]$ に関して、連立方程式を解けば、ナッシュ均衡解が求められる。(22) 式より、以下の等式が成り立つことがわかる。

$$\begin{aligned} & \bar{R}_i \mathbf{u}_i[N] + \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{U}_{ij}^T \mathbf{u}_j[N] \\ &= -\bar{S}_i^T \bar{x}_i - \bar{T}_i^T \bar{z} - \sum_{j=1, j \neq i}^n \bar{V}_{ij}^T \bar{x}_j \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

このことから、以下のような行列式が導ける。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \bar{R}_1 & \bar{U}_{12}^T & \dots & \bar{U}_{1n}^T \\ \bar{U}_{21}^T & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \bar{U}_{(n-1)n}^T \\ \bar{U}_{n1}^T & \dots & \bar{U}_{n(n-1)}^T & \bar{R}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1[N] \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n[N] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\bar{S}_1^T \bar{x}_1 - \bar{T}_1^T \bar{z} - \sum_{j=1, j \neq 1}^n \bar{V}_{1j}^T \bar{x}_j \\ \vdots \\ -\bar{S}_n^T \bar{x}_n - \bar{T}_n^T \bar{z} - \sum_{j=1, j \neq n}^n \bar{V}_{nj}^T \bar{x}_j \end{bmatrix} \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

ここで、(24) 式に関して、左辺の行列の逆行列が定義できる。

連立方程式を解くため、以下のように、プレイヤー $i = 1, \dots, n$ までの入力をまとめたベクトル $\mathbf{u}[N]$ 及び、公共利益の初期状態 \bar{z} 、各プレイヤーの初期状態 \bar{x}_i をまとめたベクトル \bar{x}_c を定義する。

$$\mathbf{u}[N] = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1[N] \\ \vdots \\ \mathbf{u}_n[N] \end{bmatrix}, \quad \bar{x}_c = \begin{bmatrix} \bar{z} \\ \bar{x}_1 \\ \vdots \\ \bar{x}_n \end{bmatrix} \dots \dots \dots (25)$$

(24) 式から $\mathbf{u}[N]$ は以下のように求められる。

$$\mathbf{u}[N] = -R_g^{-1} S_g \bar{x}_c \dots \dots \dots (26)$$

ただし、 R_g, S_g, \bar{x}_c は以下のように定義する。

$$\begin{aligned} S_g &= \begin{bmatrix} \bar{T}_1^T & \bar{S}_1^T & \bar{V}_{12}^T & \dots & \bar{V}_{1n}^T \\ \vdots & \bar{V}_{21}^T & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \dots & \bar{V}_{(n-1)n}^T \\ \bar{T}_n^T & \bar{V}_{n1}^T & \dots & \bar{V}_{n(n-1)}^T & \bar{S}_n^T \end{bmatrix}, \\ R_g &= \begin{bmatrix} \bar{R}_1 & \bar{U}_{12}^T & \dots & \bar{U}_{1n}^T \\ \bar{U}_{21}^T & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \bar{U}_{(n-1)n}^T \\ \bar{U}_{n1}^T & \dots & \bar{U}_{n(n-1)}^T & \bar{R}_n \end{bmatrix} \dots \dots \dots (27) \end{aligned}$$

定理 1 は、付加コストを (10) 式のように設定すれば、ナッシュ均衡解と原問題の最適解が一致するという内容であるが、ナッシュ均衡を経由せず、直接評価関数を解いても、同様の結果が得られる⁽³⁾。

3. 負荷周波数制御

シミュレーションで検証する電力網モデルを図 1 に示す。電力網は、供給家、需要家、独立系統運用機関 (ISO) の三種類で構成されるとする。負荷周波数制御を想定し、需給の釣り合いは事前に合意がなされていると仮定する。周波数変動は系統内に接続された風力発電機等の不規則変動によって生じるものとする。需給家のコスト関数は、需給の釣り合いをわざと外し、周波数変動に応じて基準値から外れた供給、あるいは買電を行うためのコストであると想定する。供給家はガスタービン発電機を、需要家はスマートハウス群を想定し、蓄電池群と電気温水器群を考慮した。ISO が果たす役割は、電力系統内の情報を収集し、各プレイヤーに与えるプライシング π_i を計算し、収集した情報とともに、リアルタイムに需給家に転送するとする。各コントローラは、与えられたプライシング π_i と自身のコストを考慮して、2 節で求めた均衡解を入力として与えるとする。また、図 1 は 2 エリアの場合における例であるが、本稿のシミュレーションでは、図 2 のように 3 つのエリアが連なった場合を考える。

3.1 電力網と負荷周波数制御モデル 電力網における負荷周波数応答を以下のように定式化する⁽⁴⁾⁽⁶⁾。

$$\dot{\theta}_i = f_i, \quad i = 1, 2, 3 \dots \dots \dots (28)$$

$$M_i \Delta \dot{f}_i = -D_i \Delta f_i + C_{s_i} x_{s_i} - C_{d_i} x_{d_i} + \sum_{j \in N_i} T_{ij} (\theta_i - \theta_j) \quad (29)$$

$$\dot{x}_{s_i} = A_{s_i} x_{s_i} + B_{s_i} u_{s_i} \dots \dots \dots (30)$$

$$\dot{x}_{d_i} = A_{d_i} x_{d_i} + B_{d_i} u_{d_i} \dots \dots \dots (31)$$

ここで、 θ_i はエリア i における電圧位相差、 Δf_i はエリア i における周波数偏差、 x_{s_i} はエリア i の電力供給、 x_{d_i} はエリア i の電力需要とする。また、 u_{s_i} はエリア i のガバナー入力信号、 u_{d_i} はエリア i の蓄電池群、ヒートポンプ群への入力信号とする。 M_i はエリア i の全ての発電機を統合して、1 台の

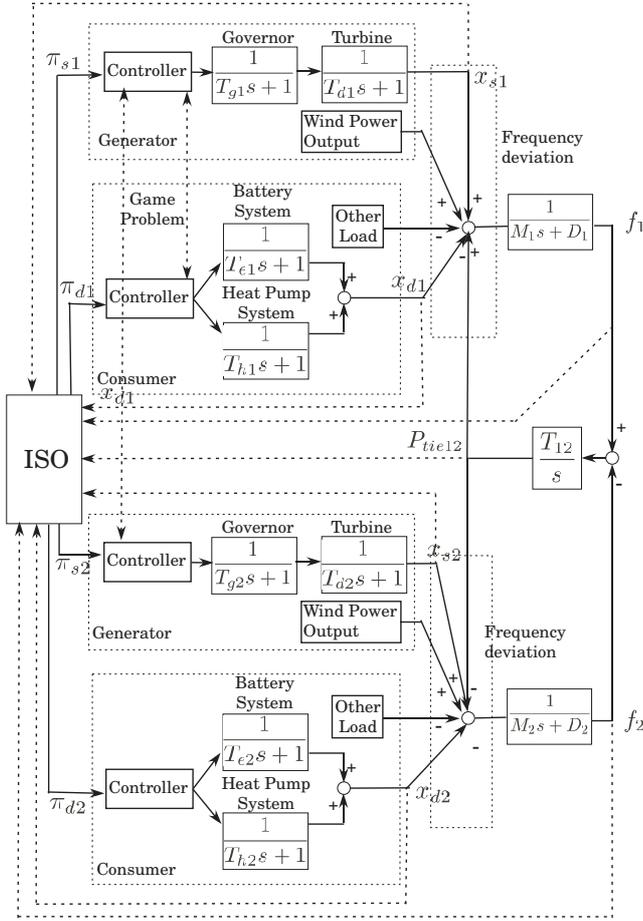


図 1 電力網モデル

Fig. 1. Power network model

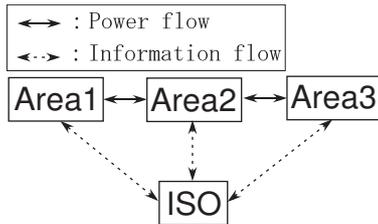


図 2 ISO と各エリア

Fig. 2. ISO and each area

等価的な発電機として表した慣性定数である。\$D_i\$ はエリア \$i\$ における負荷の周波数特性を表すダンピング係数とする。\$N_i\$ はエリア \$i\$ に連結しているエリアの集合とし、\$T_{ij}\$ はエリア \$i, j\$ 間の同期化力定数とする。また、エリア間の電圧位相差 \$\theta_i - \theta_j\$ によって生じる電力潮流 \$\Delta P_{tieij}\$ を以下のように定義する。

$$\Delta P_{tieij} = \theta_i - \theta_j \dots \dots \dots (32)$$

公共利益として、各エリアにおける電圧位相、系統周波数をまとめて以下のような式で表現する。

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{P}_{tie12} \\ \Delta \dot{P}_{tie23} \\ \Delta \dot{f}_1 \\ \Delta \dot{f}_2 \\ \Delta \dot{f}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ \frac{T_{12}}{M_1} & 0 & -\frac{D_1}{M_1} & 0 & 0 \\ -\frac{T_{21}}{M_2} & \frac{T_{23}}{M_2} & 0 & -\frac{D_2}{M_2} & 0 \\ 0 & -\frac{T_{23}}{M_3} & 0 & 0 & -\frac{D_3}{M_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{tie12} \\ \Delta P_{tie23} \\ \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \Delta f_3 \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^3 (C_{s_i} x_{s_i} - C_{d_i} x_{d_i}) \dots \dots \dots (33)$$

ここで、式を以下のようにおきかえる。

$$z = \begin{bmatrix} \Delta P_{tie12} \\ \Delta P_{tie23} \\ \Delta f_1 \\ \Delta f_2 \\ \Delta f_3 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ \frac{T_{12}}{M_1} & 0 & -\frac{D_1}{M_1} & 0 & 0 \\ -\frac{T_{21}}{M_2} & \frac{T_{23}}{M_2} & 0 & -\frac{D_2}{M_2} & 0 \\ 0 & -\frac{T_{23}}{M_3} & 0 & 0 & -\frac{D_3}{M_3} \end{bmatrix}$$

$$C_{s_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_{s_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M_1} & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_{s_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M_1} & 0 \end{bmatrix}, C_{d_1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M_1} & \frac{1}{M_1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C_{d_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M_2} & \frac{1}{M_2} \end{bmatrix}, C_{d_3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M_3} & \frac{1}{M_3} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (34)$$

すると、公共利益をまとめた項 \$z\$ に関する状態方程式は以下のようなになる。

$$\dot{z} = Ez + \sum_{i=1}^3 (C_{s_i} x_{s_i} - C_{d_i} x_{d_i}) \dots \dots \dots (35)$$

また、各プレイヤーの状態量 \$x_{s_i}, x_{d_i}\$ に関しては、(30), (31) 式の中身を以下のように設定した。モデルは 1 次遅れ系であらわされ、\$\Delta P_{gi}\$ はエリア \$i\$ のガスタービン発電機の出力電力、\$\Delta x_{vgi}\$ はエリア \$i\$ のガバナ入力を表す。\$\Delta P_{ei}, \Delta P_{hi}\$ はそれぞれ各エリアの蓄電池群の充放電力、ヒートポンプ群の消費電力とする。

$$x_{s_i} = \begin{bmatrix} \Delta P_{gi} \\ \Delta x_{vgi} \end{bmatrix}, x_{d_i} = \begin{bmatrix} \Delta P_{ei} \\ \Delta P_{hi} \end{bmatrix}$$

$$A_{s_i} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{d_i}} & \frac{1}{T_{d_i}} \\ 0 & -\frac{1}{T_{g_i}} \end{bmatrix}, A_{d_i} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{d_i}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_{g_i}} \end{bmatrix}$$

$$B_{s_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{g_i}} \end{bmatrix}, B_{d_i} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{e_i}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{h_i}} \end{bmatrix} \dots \dots \dots (36)$$

3・2 モデルの定式化 連続系で定式化された式を、サンプル時間 T で離散化すると以下ようになる。 u_{s_i}, u_{d_i} は需給家から出されるデジタルな出力信号とする。

$$x_{s_i}(t+1) = A_{s_i}x_{s_i}(t) + B_{s_i}u_{s_i}(t), \quad i = 1, 2, 3 \dots (37)$$

$$x_{d_i}(t+1) = A_{d_i}x_{d_i}(t) + B_{d_i}u_{d_i}(t), \quad i = 1, 2, 3 \dots (38)$$

$$z(t+1) = Ez(t) + \sum_{i=1}^3 (C_{s_i}x_{s_i}(t) - C_{d_i}x_{d_i}(t)) \dots (39)$$

(37)~(39) 式を見ると、2 節にて設定した、(1), (2) 式と対応がとれていることが分かる。エリアを 3 つ設け、それぞれ需給家をつずつ置いているため 6 プレイヤーの問題となる。また、(3) 式の評価関数を考慮し、シミュレーションで扱う評価関数を定式化すると、以下ようになる。

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{N-1} \sum_{i=1}^3 (x_{s_i}(t)^T Q_{s_i} x_{s_i}(t) \\ & + u_{s_i}(t)^T R_{s_i} u_{s_i}(t) + x_{d_i}(t)^T Q_{d_i} x_{d_i}(t) \\ & + u_{d_i}(t)^T R_{d_i} u_{d_i}(t) + z(t+1)^T Q_z z(t+1) \dots (40) \end{aligned}$$

$$s.t \ x_i(t+1) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) \dots (41)$$

$$z(t+1) = Ez(t) + \sum_{i=1}^3 (C_{s_i}x_{s_i}(t) - C_{d_i}x_{d_i}(t)) \dots (42)$$

シミュレーションで毎時刻与える $u_i(t)$ であるが、本稿では問題設定で求めたコスト関数 $C_i(u_i, u_{-i})$ のナッシュ均衡を解くと、各々の N ステップの最適入力配列 $\{u_i(t), u_i(t+1), \dots, u_i(t+N-1)\}$ が得られる。これに後退ホライズン法を適用し、毎時刻そのうちの $u_i(t)$ のみを入力し、シミュレーションを行う。

4. シミュレーション検証

1 つの系統の系統容量を 100[MW] とし、単位法における基準値とする。シミュレーションにおけるパラメータは表 1 のように設定した。

表 1 パラメータ設定
Table 1. Simulation parameters

inertia constant M_i	12 pu MW·s/Hz
damping constant D_i	3 pu MW·s/Hz
governor time constant T_g	0.2s
turbine time constant T_d	5.0s
BESS time constant T_e	0.2s
Heat Pump time constant T_h	4.5s
Synchronising coefficient T_{ij}	0.2 pu MW
Time constant T	1.0 s
Horizon step N	5

コスト関数のパラメータは、(43) 式と設定した。

$$Q_{s_i} = I_2 \times 100, \quad Q_{d_i} = I_2 \times 50$$

$$R_{s_i} = I_2 \times 100, \quad R_{d_i} = \text{diag}[100 \ 50]$$

$$Q = \text{diag}[10000 \ 10000 \ 10000 \ 10000 \ 10000] \dots (43)$$

シミュレーション結果は図 3~図 6 のようになった。図 3 を見ると、 50 ± 0.2 [Hz] の範囲に周波数変動が抑えられてい

ることが確認できる。また、図 4 を見ると、時定数が短く設定されている蓄電池システムの稼働が多いが、全ての装置が動いていることが確認できる。図 5 は、各プレイヤーのコスト関数のうち、付加コスト π_i に該当する部分の積算値をプロットしたものであるが、値がマイナスとなっており ISO から支払われる形でプライシング π_i が生じていることが分かる。よって、図 6 はももとのコスト J_i よりも付加コストの合計 C_i のほうが低くなっていることが分かる。

これにより、電力系統内の周波数変動、潮流変動を抑制し安定化を達成できることが示された。また、分散電源としては、時定数が短いシステムである蓄電池の性能が最も良い。そのため、図 5 のように、性能が良い電源を持っている需要家への支払いが大きいというゲーム問題の性質も確認できた。

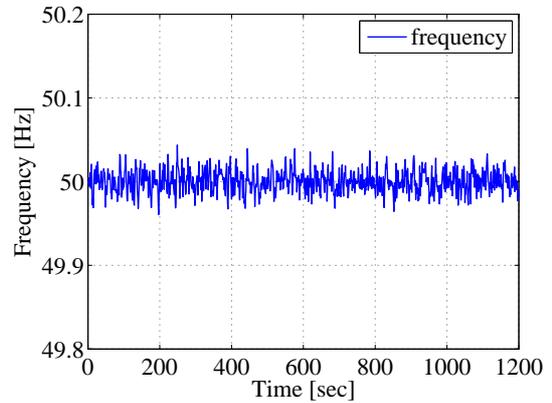


図 3 周波数変動 (エリア 1)
Fig. 3. Frequency deviation (Area1)

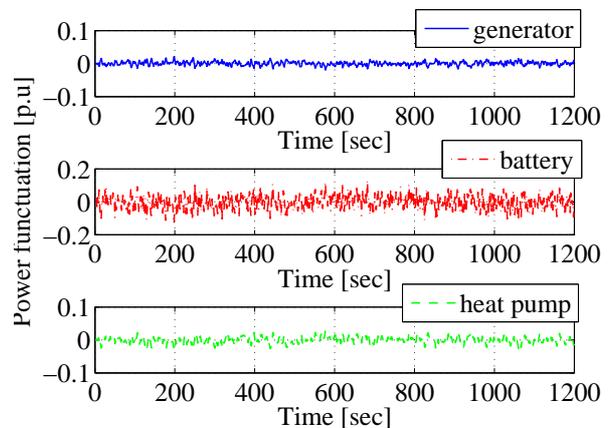


図 4 分散電源出力 (エリア 1)
Fig. 4. Distribute generator power(Area1)

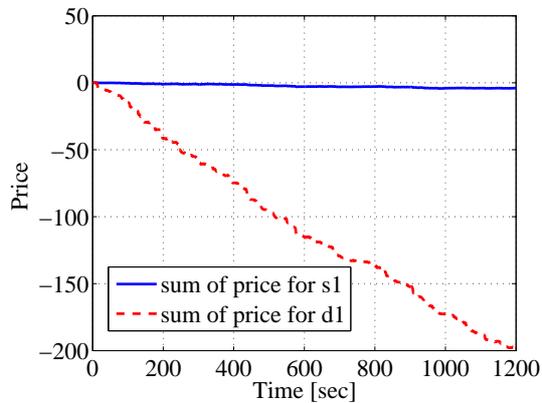


図5 プライシング変動(エリア1)

Fig. 5. Price fluctuation

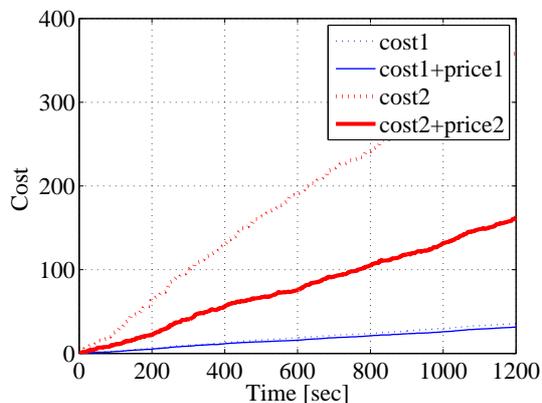


図6 総コスト変動(エリア1)

Fig. 6. Total cost fluctuation

5. おわりに

本稿では、利己的な振る舞いをする需給家を想定し、公共の利益を間接的に達成するプライシングの手法を提案した。従来法では、プレイヤーが二つの場合を考慮していたが、一般性について検討することができた。このことにより、協調して動作するとは限らない分散電源が、複数配置された電力系統内の周波数変動、潮流変動を抑制し安定化を達成できることをシミュレーションにより示した。

今後の課題としてはシステムの制約を考慮した、プライシングの与え方及びナッシュ均衡解の導出を検討や、需給調整を考慮したプライシング手法⁽²⁾⁽⁹⁾と組み合わせること等が考えられる。

参考文献

- (1) Arthur W. Berger, Fred C. Schewepe "Real Time Pricing to Assist in Load Frequency Control" IEEE Transaction on Power Systems, Vol.4, No.3, 920/926 1989.
- (2) A. Jokić, M. Lazar, and P.van den Bosch, "Real-Time control of power systems using nodal prices" International Journal of Electrical Power and Energy Systems, Vol.31, No.9, 522/530, 2009
- (3) Cedric Langbort "On Real-Time Pricing for Strategic Agents" in Workshop on Multi-Agent Coordination and Estimation. Lund Center for Control of Complex Engineering Systems, Lund Center University, 2010.
- (4) K. Hirata, K. Uchida, "Control Theory for Systems Decentralization and Integration" Journal of the Society of Instrument and Control Engineers, Vol.51, No.1, 55/61, 2012.
平田 研二, 内田健康 "分散化と統合化の制御理論" 計測と制御, Vol.51, No.1, 55/61, 2012.
- (5) T. Senju, M. Tokudome, A. Yona, T. Funabashi, "A Frequency Control Approach by Decentralized Controllable Loads in Small Power Systems" The transactions of the Institute of Electrical Engineer of Japan. B, Vol.129, No.9, 1074/1080 2009
千住智信, 徳留元樹, 奥那篤史, 舟橋俊久 "小規模系統に分散配置された可制御負荷による系統周波数制御" 電気学会論文誌 B, Vol.129, No.9, 1074/1080 2009
- (6) H. Irie, A. Yokoyama, Y. Tada, "System Frequency Control by Coordination of Batteries and Heat Pump based Water Heaters on Customer Side in Power System with a Large Penetration of Wind Power Generation" The transactions of the Institute of Electrical Engineer of Japan. B, Vol.130, No.3, 338/346 2010
入江寛, 横山明彦, 多田泰之 "大容量風力発電導入時における需要家ヒートポンプ給湯器と蓄電池の協調による系統周波数制御" 電気学会論文誌 B, Vol.130, No.3, 338/346 2010
- (7) T. Kato, T. Namerikawa "Distributed Control for Load Frequency of Power Networks based on Gradient Methods with line search" Administration Committee of Japan Joint Automatic Control Conference, 1853/1858, 2011
加藤 太郎, 滑川 徹 "直線探索付き勾配法を用いた分散制御による電力ネットワークの系統周波数制御" 第54回自動制御連合講演会, 1853/1858, 2011
- (8) T. Namerikawa, "Distributed and Predictive Control for Smart Grids" Journal of the Society of Instrument and Control Engineers, Vol.51, No.1, 62/68, 2012.
滑川 徹 "スマートグリッドのための分散予測制御" 計測と制御, Vol.51, No.1, 62/68, 2012.
- (9) F.L. Alvarado et al., "Stability analysis of interconnected power systems coupled with market dynamics," IEEE Transactions on Power Systems, Vol.16, No.4, 695/701, 2001