

逃避時間回避を考慮した H_∞ フィルタによる 移動ロボットの自己位置推定と環境認識

大川佳寛 宮野雄基 滑川徹 (慶應義塾大学)

Simultaneous Localization and Mapping Problem via H_∞ Filter considering Finite Escape Time.

*Y. Okawa, Y. Miyano and T. Namerikawa (Keio Univ.)

Abstract— This paper deals with the Simultaneous Localization and Mapping problem via H_∞ Filter considering Finite Escape Time. The estimation via H_∞ Filter occurs Finite Escape Time depending on the value of the parameter γ and then the estimation fails or deteriorates. In order to avoid it we improve the algorithm of the update equation of the filter gain. We prove the convergence of the error covariance matrices. In simulation and experimental results, we confirm the avoidance of the Finite Escape Time and the correctness of derived theorems for the convergence and then we show robot's state and environment information can be estimated.

Key Words: SLAM, H_∞ Filter, Finite Escape Time

1 はじめに

近年, 掃除ロボットなどに挙げられるような人間の生活環境で動作する自律移動ロボットが増えてきている¹⁾. そのような自律移動ロボットが, 事前に環境地図を与えられることは困難の場合が多い. そのためロボット自身が周囲の環境情報の取得を行い, また現在どこにいるのかを認識することが必要不可欠となる. これは, 周囲の環境地図作成と移動ロボットの自己位置推定を行うことであり, Simultaneous Localization And Mapping(以下 SLAM) 問題と呼ばれている²⁾.

SLAM 問題が複雑となる要因として不確かさの対処がある. 移動ロボットについていえば, 移動するときに生じる誤差や, システムのモデル化誤差などにより, 自己位置に不確かさが含まれる. また, 環境情報を取得するために用いるセンサにも観測の際に雑音が含まれる. これらの雑音による不確かさの蓄積により, 推定結果が悪化し最終的に推定失敗となる. よってこれらの不確かさを上手く対処することが必要である³⁾. この SLAM 問題への解法としてさまざまな種類があり, 最も一般的に用いられるのは拡張カルマンフィルタ (EKF)⁴⁾ である. しかしその問題点の一つとして雑音が白色ガウス性を持つことを仮定している点が挙げられる. そこで EKF よりロバストである H_∞ フィルタを用いた SLAM 問題について扱う.

H_∞ フィルタを用いた手法はすでに文献⁵⁾⁶⁾ などで提案されている. しかし文献⁵⁾ で述べられている通り, H_∞ フィルタを用いた推定では, 設計パラメータ γ の値によっては推定誤差共分散行列の値が発散する逃避時間が発生し, 推定結果の悪化や推定失敗を引き起こす場合がある. そこで本稿では, 逃避時間回避を目的としてアルゴリズムを修正した H_∞ フィルタを用いた SLAM 問題の解法を提案する. そのアルゴリズムではゲインの更新法に改良を加えることで, 推定誤差共分散行列の発散を抑え, 逃避時間回避を達成する. また移動ロボットの静止時において, その改良したアルゴリズムの更新について推定誤差共分散行列が収束することを証明する. さらにシミュレーションと制御実験による検証の結果よ

り, 修正したアルゴリズムによって, 実際に推定誤差共分散行列が発散せず, 逃避時間を回避して収束していることを確認し, それにより自己位置推定と環境認識が最後まで行えていることを示す.

2 問題設定

2.1 自己位置推定と環境認識問題

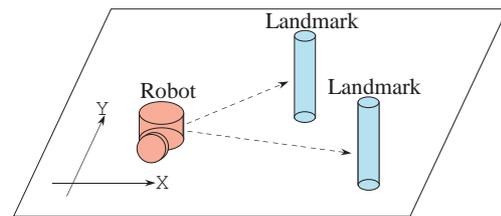


Fig. 1: システムの全体図

Fig.1 にシステムの全体図を示す. 移動ロボットを取り巻く環境を XY 平面上に散在する M 個の静止しているランドマークによって構成されると仮定し, ロボットにこの M 個のランドマークの位置とロボット自身の自己位置を同時に推定させることを考える.

2.2 移動ロボットとランドマークの状態モデル

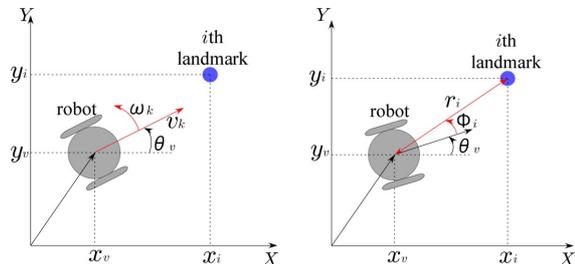


Fig. 2: 状態モデル

Fig. 3: 観測モデル

まずロボットの状態について考える. Fig.2 に状態モデルの図を示す. あるステップ時刻を k とおくと次のステップ時刻 $k+1$ におけるロボットの状態は以下のように表わせる.

$$\mathbf{x}_{v_{k+1}} = \mathbf{f}_v(\mathbf{x}_{v_k}, v_k, \omega_k) + \mathbf{e}_{1v_k} \quad (1)$$

$$\mathbf{f}_v(\mathbf{x}_{v_k}, v_k, \omega_k) = \begin{bmatrix} \theta_{v_k} + T\omega_k \\ x_{v_k} + Tv_k \cos\theta_{v_k} \\ y_{v_k} + Tv_k \sin\theta_{v_k} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$\mathbf{x}_{v_k} = [\theta_{v_k} \ x_{v_k} \ y_{v_k}]^T \in \mathbb{R}^3$ はロボットの位置と姿勢角を持つロボットの状態ベクトル, $\mathbf{f}_v \in \mathbb{R}^3$ は状態遷移を計算する非線形関数, T はサンプリング時間である. また, $\mathbf{e}_{1v_k} \in \mathbb{R}^3$ はロボットに入力されるプロセス雑音で, 平均 $\mathbf{0}$, 共分散は \mathbf{Q}_{v_k} である. 次にランドマークの状態について考える. ランドマークを姿勢角の情報のない XY 座標上の点と仮定し, i 番目のランドマークの XY 座標を $\mathbf{p}_i = [x_i \ y_i]^T \in \mathbb{R}^2$, M 個全体のランドマークの座標をまとめたものを $\mathbf{p}_{all} = [\mathbf{p}_1^T \ \mathbf{p}_2^T \ \cdots \ \mathbf{p}_M^T]^T \in \mathbb{R}^{2M}$ とする.

ここで移動ロボットとランドマークを一つの拡大システムと考え, システム全体の状態遷移をつぎのように定義する.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{v_{k+1}} \\ \mathbf{p}_{all} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_v(\mathbf{x}_{v_k}, v_k, \omega_k) \\ \mathbf{p}_{all} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1v_k} \\ \mathbf{0}_{2M \times 1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, v_k, \omega_k) + \mathbf{e}_{1k} \quad (4)$$

ただし $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^{3+2M}$ はシステムの状態ベクトル, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{3+2M}$ は状態遷移を計算する非線形関数, $\mathbf{e}_{1k} \in \mathbb{R}^{3+2M}$ はロボットに入力されるプロセス雑音であり, 平均 $\mathbf{0}$, 共分散は \mathbf{Q}_k である.

2.3 観測モデル

次に観測方程式について考える. Fig.3 に観測モデルの図を示す. ロボットとランドマークとの相対距離を r_i , 相対角度を φ_i とすると, i 番目のランドマークを観測する際の観測方程式は以下ようになる.

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{i_k} &= \mathbf{h}_i(\mathbf{x}_k) + \mathbf{e}_{2i_k} = \begin{bmatrix} \varphi_i \\ r_i \end{bmatrix} + \mathbf{e}_{2i_k} \\ &= \begin{bmatrix} \arctan(dy_i/dx_i) - \theta_{v_k} \\ \sqrt{dy_i^2/dx_i^2} \end{bmatrix} + \mathbf{e}_{2i_k} \end{aligned} \quad (5)$$

$$dx_i = x_i - x_v, \quad dy_i = y_i - y_v \quad (6)$$

ただし, $\mathbf{h}_i(\mathbf{x}_k) \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ は i 番目のランドマークの観測を表わす関数, $\mathbf{e}_{2i_k} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ は i 番目のランドマークにおける観測雑音であり, 平均 $\mathbf{0}$, 共分散は $\mathbf{R}_{i_k} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ である.

各ランドマークをひとつの拡大システムと考え, M 個のランドマークを観測する場合の観測モデルを次のように定義する.

$$\mathbf{y}_k = [\mathbf{y}_{1_k}^T \ \mathbf{y}_{2_k}^T \ \cdots \ \mathbf{y}_{M_k}^T]^T = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{e}_{2k} \quad (7)$$

ただし, $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^{2M \times 1}$ は観測出力, $\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) \in \mathbb{R}^{2M \times (3+2M)}$ は観測を表わす非線形関数, $\mathbf{e}_{2k} \in \mathbb{R}^{2M \times 1}$ は観測雑音で, 平均 $\mathbf{0}$, 共分散は $\mathbf{R}_k \in \mathbb{R}^{2M \times 2M}$ である.

ここでシステムにおいて, 以下の仮定を置く.

- 仮定 1. ランドマークは静止している.
- 仮定 2. センサの有効範囲は考慮しない.
- 仮定 3. 同時に M 個のランドマークを観測でき, それぞれを識別できる.

仮定 4. あるランドマークがその他のランドマークによって隠される場合を考慮しない.

仮定 5. プロセス雑音 \mathbf{e}_{1k} , 観測雑音 \mathbf{e}_{2k} はそれぞれ独立しており, 平均 $\mathbf{0}$ で共分散行列が (8) 式となるような白色雑音である.

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1k} \\ \mathbf{e}_{2k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{1k}^T & \mathbf{e}_{2k}^T \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_k \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし $\mathbf{Q}_k \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{R}_k > \mathbf{0}$ である.

3 推定誤差共分散行列の収束性

3.1 H_∞ フィルタベース SLAM

次に一般的な H_∞ フィルタベース SLAM について詳しく見ていく. 確率的に SLAM 問題を考えている場合, 状態共分散行列 \mathbf{P}_k の収束が推定の確かさを決めるパラメータとなっている.

3.1.1 H_∞ フィルタリング問題

まず問題設定で与えた線形状態空間モデルを一般化したものを以下に示す.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k + \mathbf{G}_k \mathbf{w}_k \quad (9)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (10)$$

ここで以下の仮定がなされているとする.

仮定 6. ある時刻 N までのノイズのエネルギーは有界である. つまり与えられた $N > 0$ に対して (11) 式が成り立つ.

$$\sum_{k=0}^N \|\mathbf{w}_k\|^2 < \infty, \quad \sum_{k=0}^N \|\mathbf{v}_k\|^2 < \infty \quad (11)$$

H_∞ フィルタでは観測データに基づいて, 状態ベクトルの線形結合

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{x}_k \quad (12)$$

を推定する問題を考察する.

有限時間 H_∞ フィルタリング問題は, 与えられた $\gamma > 0$ に対して以下の条件式 (13) 式を満たす推定値 $\hat{\mathbf{z}}_k = \hat{\mathbf{z}}_k^*$, ($k = 0, 1, \dots, N$) を求める問題である.

$$\sup_{\mathbf{a}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2} \frac{\sum_{k=0}^N \|\mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k\|^2}{\|\mathbf{a}_0 - \hat{\mathbf{a}}_0\|_{\mathbf{P}_0^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^N \|\mathbf{w}_k\|_{\mathbf{Q}_k^{-1}}^2 + \sum_{k=0}^N \|\mathbf{v}_k\|_{\mathbf{R}_k^{-1}}^2} < \gamma^2 \quad (13)$$

ただし $\mathbf{P}_0 > \mathbf{0}$, $\mathbf{Q}_k \geq \mathbf{0}$, $\mathbf{R}_k > \mathbf{0}$ はそれぞれ初期状態 $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_0$, 雑音 $\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k$ に対する重み行列である.

3.1.2 SLAM における H_∞ フィルタアルゴリズム

H_∞ フィルタを扱うために次の仮定を置く.

仮定 7. $\text{rank} \mathbf{F}_k = n$, $k = 0, 1, \dots, N$

仮定 8. $(\mathbf{F}_k, \mathbf{H}_k)$ は可観測, $(\mathbf{F}_k, \mathbf{G}_k)$ は可制御

線形システムに対する H_∞ フィルタアルゴリズムを利用して, 非線形システムの線形化を含む H_∞ フィルタアルゴリズムを書き表す. このフィルタを前述の問題設定に適用すると, $\mathbf{L}_k, \mathbf{G}_k$ が単位行列となる.

$$\mathbf{L}_k = \mathbf{I}_{(3+2M) \times (3+2M)}, \quad \mathbf{G}_k = \mathbf{I}_{(3+2M) \times (3+2M)} \quad (14)$$

これとヤコビ行列を用いて線形化したシステムにより、非線形システムに拡張した有限時間 N の間に収束する準最適 H_∞ フィルタが存在するための必要十分条件は以下の2つを満たすときである。

1. リカッチ方程式 (15),(16) 式が正定解をもつ。

$$P_{k+1} = F_k P_k \Psi_k^{-1} F_k^T + Q_k > 0 \quad (15)$$

$$\Psi_k = I + (H_k^T R_k^{-1} H_k - \gamma^{-2} I) P_k \quad (16)$$

2. (17) 式が正定解をもつ。

$$P_k^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k - \gamma^{-2} I > 0, k = 0, 1, \dots, N \quad (17)$$

このとき準最適 H_∞ フィルタは、以下に示す3ステップの再帰的处理により計算することができる。ここで添え字 $_{k+1|k}$ は時刻 k における次の時刻の推定値を表わす。
Step1: 予測

$$\hat{x}_{k+1|k} = f(\hat{x}_{k|k}, u_k) \quad \hat{x}_{k+1|k} \in \mathbb{R}^{2+2M} \quad (18)$$

$$\hat{y}_{k+1|k} = h(\hat{x}_{k+1|k}) \quad \hat{y}_{k+1|k} \in \mathbb{R}^{2M} \quad (19)$$

Step2: 観測

$$\tilde{y}_{k+1|k} = y_{k+1} - \hat{y}_{k+1|k} \quad (20)$$

Step3: 更新

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1} \tilde{y}_{k+1|k} \quad (21)$$

$$\hat{z}_{k+1} = \hat{x}_{k+1|k+1} \quad (22)$$

ただし K_{k+1} はフィルタゲインであり、これと状態共分散行列は以下のように書ける。本稿ではここに改良を加え、 Ψ_k を (25) 式のように $(1+\delta)$ 倍したアルゴリズムを用いる。ただし $\delta > 0$ とする。

$$K_k = P_k H_k^T (H_k P_k H_k^T + R_k)^{-1} \quad (23)$$

$$P_{k+1} = F_k P_k \Psi_k^{-1} F_k^T + Q_k > 0 \quad (24)$$

$$\Psi_k = (1+\delta) \{ I + (H_k^T R_k^{-1} H_k - \gamma^{-2} I) P_k \} \quad (25)$$

また F_k, H_k はヤコビ行列で各成分は以下ようになる。

$$F_k = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} = \begin{bmatrix} F_v & \mathbf{0}_{3 \times 2M} \\ \mathbf{0}_{2M \times 3} & I_{2M \times 2M} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$H_k = \frac{\partial h(x)}{\partial x} = [H_v \mid H_p] \quad (27)$$

$$H_v, \in \mathbb{R}^{2M \times 3}, H_p \in \mathbb{R}^{2M \times 2M}$$

ただし

$$F_v = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -v_k T \sin \theta_{v_k} & 1 & 0 \\ v_k T \cos \theta_{v_k} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$H_v = [H_{v1}^T \ H_{v2}^T \ \dots \ H_{vM}^T]^T \quad (29)$$

$$H_p = \text{block diag} \{ H_{p1}, H_{p2}, \dots, H_{pM} \} \quad (30)$$

$$H_{vi} = - \begin{bmatrix} 1 & -\frac{dy_i}{r_i^2} & \frac{dx_i}{r_i^2} \\ 0 & \frac{dx_i}{r_i} & \frac{dy_i}{r_i} \end{bmatrix}, H_{pi} = \begin{bmatrix} -\frac{dy_i}{r_i^2} & \frac{dx_i}{r_i^2} \\ \frac{dx_i}{r_i} & \frac{dy_i}{r_i} \end{bmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (31)$$

定理 1. ロボットが静止していると仮定した場合、有限時間 N の間に収束する準最適 H_∞ フィルタが存在するための条件は (32) 式を満たす時である。

$$P_k^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k - \gamma^{-2} I > 0, k = 0, 1, \dots, N \quad (32)$$

Proof. ロボットが静止していると仮定する。このときヤコビ行列 F_k およびプロセス雑音の共分散行列 Q_k は以下ようになる。

$$F_k = I_{(3+2M) \times (3+2M)}, Q_k = \mathbf{0}_{(3+2M) \times (3+2M)} \quad (33)$$

すると (24) 式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} P_{k+1} &= P_k \Psi_k^{-1} \\ &= P_k (1+\delta)^{-1} \{ I + (H_k^T R_k^{-1} H_k - \gamma^{-2} I) P_k \}^{-1} \\ &= (1+\delta)^{-1} (P_k^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k - \gamma^{-2} I)^{-1} > 0 \end{aligned} \quad (34)$$

これより (34) 式は (17) 式の逆行列を $(1+\delta)^{-1}$ 倍したものである。ここで $1+\delta > 0$ であり、また正定値行列の逆行列も正定値行列であるので、この2つの条件は1つにまとめることができ、準最適 H_∞ フィルタが存在するための条件は (32) 式となる。□

3.2 推定誤差共分散行列の収束性

時刻 k において移動ロボットが静止した時の推定誤差共分散行列の値を P_k^0 とする。このときロボットが静止した状態でランドマークを観測し続けたとすると次の定理が成り立つ。

定理 2. ロボットが静止した状態でランドマークを観測し続けたと仮定する。 H_∞ フィルタが存在するとき、十分に時間が経過しても推定誤差共分散行列 P は逃避時間を起こさず、一定値に収束する条件は (35) 式を満たす時である。

$$H_k^T R_k^{-1} H_k - \gamma^{-2} I > 0 \quad (35)$$

Proof. 式を簡略化するために W_k を (36) 式のようにおく。

$$W_k = H_k^T R_k^{-1} H_k - \gamma^{-2} I_{2 \times 2} \quad (36)$$

ここでロボットが静止しているという仮定より観測関数のヤコビ行列 H は各観測において同じ値となるので $H_k = H$ となり、すると (36) 式より W_k も各観測において同じ値となるので $W_k = W$ とする。すると (34) 式より P_k^{-1} は (37) 式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} P_k^{-1} &= (1+\delta) (P_k^{0-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k - \gamma^{-2} I) \\ &= (1+\delta) (P_k^{0-1} + W) \end{aligned} \quad (37)$$

ここで P_k^{0-1} が正定値行列であるとすると、 $\delta > 0$ より、静止した時刻 k から 1 ステップ後の推定誤差共分散行列 P_k^1 と P_k^0 の関係は以下ようになる。

$$P_k^1 = (1+\delta)^{-1} \{ P_k^{0-1} + W_k \}^{-1} < P_k^0 \quad (38)$$

また静止した時刻 k から i ステップ後の推定誤差共分散行列を P_k^i とし、これが正定値行列であるとすると、 P_k^{i+2} は以下のように変形できる。

$$\begin{aligned}
P_k^{i+2} &= (1+\delta)^{-1}(P_k^{i+1} + W)^{-1} \\
&= (1+\delta)^{-1}\{(1+\delta)(P_k^{i-1} + W) + W\}^{-1} \\
&\leq (1+\delta)^{-1}\{(1+\delta)(P_k^{i-1} + W)\}^{-1} \\
&\leq \{(1+\delta)(P_k^{i-1} + W)\}^{-1} = P_k^{i+1} \quad (39)
\end{aligned}$$

以上より帰納的に、ロボットが静止後に推定誤差共分散行列が単調減少することを証明した。□

ここで $1+\delta = \Delta$, $W/\delta = \bar{W}$ と置く。また

$$P_k^{0^{-1}} = \begin{bmatrix} P_{k11}^{-1} & P_{k12}^{-1} \\ P_{k21}^{-1} & P_{k22}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \bar{W} = \begin{bmatrix} \bar{W}_{11} & \bar{W}_{12} \\ \bar{W}_{21} & \bar{W}_{22} \end{bmatrix} \quad (40)$$

とし、

$$\Phi_{ij} = P_{kij}^{-1} + \Delta(1 - \frac{1}{\Delta^n})\bar{W}_{ij} \quad (41)$$

と置く。すると推定誤差共分散行列の収束に関して以下の定理が成り立つ。

定理 3. 静止したロボットがランドマークを観測した場合を考える。 $\gamma > 0$ でロボットが静止後に観測が $n (n > 0)$ 回行われたとすると、全状態共分散行列は以下のように収束する。また $n \rightarrow \infty$ となるとき推定誤差共分散行列は $\lim_{n \rightarrow \infty} P_k^n = \mathbf{0}_{3+2M}$ となる。

$$P_k^n = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (42)$$

ただし、 P_{11} はロボットに関する誤差共分散行列、 P_{22} はランドマークに関する誤差共分散行列、 P_{12}, P_{21} はロボットとランドマークに関する相互誤差共分散行列である。

また、各成分は以下のような計算で求めることができる。

$$P_{11} = \frac{1}{\Delta^n} [\Phi_{11} - \Phi_{12} \Phi_{22}^{-1} \Phi_{21}]^{-1} \quad (43)$$

$$P_{12} = -P_{11} \Phi_{12} \Phi_{22}^{-1} \quad (44)$$

$$P_{21} = -\Phi_{22}^{-1} \Phi_{21} P_{11} \quad (45)$$

$$P_{22} = \Phi_{22}^{-1} \Phi_{21} P_{11} \Phi_{12} \Phi_{22}^{-1} + \frac{1}{\Delta^n} \Phi_{22}^{-1} \quad (46)$$

Proof. 定理 1,2 と同様にロボットが静止しているので $F_k = I, Q_k = \mathbf{0}, W_k = W$ となる。これより P_k^{i+1-1} は以下のように書き換えられる。

$$\begin{aligned}
P_k^{i+1-1} &= (1+\delta)(P_k^{i-1} + W) \\
&= (1+\delta)\{(1+\delta)(P_k^{i-1-1} + W) + W\} \\
&= (1+\delta)^2 P_k^{i-1-1} + (1+\delta)^2 W + (1+\delta)W \\
&= \dots
\end{aligned}$$

これよりロボットが静止後に n 回観測が行われた場合、誤差共分散行列を以下のように書き表すことができる。

$$P_k^{n-1} = (1+\delta)^n P_k^{0^{-1}} + \sum_{j=1}^n (1+\delta)^j W$$

$$\begin{aligned}
&= (1+\delta)^n P_k^{0^{-1}} + \frac{(1+\delta)\{(1+\delta)^n - 1\}}{\delta} W \\
&= \Delta^n P_k^{0^{-1}} + \Delta(\Delta^n - 1)\bar{W} \\
&= \Delta^n \{P_k^{0^{-1}} + \Delta(1 - \frac{1}{\Delta^n})\bar{W}\} \quad (47)
\end{aligned}$$

これより,(40),(41) 式を用いると (47) 式は以下のようになる。

$$P_k^{n-1} = \begin{bmatrix} \Delta^n \Phi_{11} & \Delta^n \Phi_{12} \\ \Delta^n \Phi_{21} & \Delta^n \Phi_{22} \end{bmatrix} \quad (48)$$

上式に逆行列補題を用いて計算すると以下のようになる。

$$P_k^n = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (49)$$

ただし

$$P_{11} = \frac{1}{\Delta^n} [\Phi_{11} - \Phi_{12} \Phi_{22}^{-1} \Phi_{21}]^{-1} \quad (50)$$

$$P_{12} = -P_{11} \Phi_{12} \Phi_{22}^{-1} \quad (51)$$

$$P_{21} = -\Phi_{22}^{-1} \Phi_{21} P_{11} \quad (52)$$

$$P_{22} = \Phi_{22}^{-1} \Phi_{21} P_{11} \Phi_{12} \Phi_{22}^{-1} + \frac{1}{\Delta^n} \Phi_{22}^{-1} \quad (53)$$

ここで $\Delta = (1+\delta) > 1$ より $n \rightarrow \infty$ で以下のようになり、また $\bar{\Phi}$ を (54) 式のようにおく。

$$\frac{1}{\Delta^n} \rightarrow 0, \quad \Phi_{ij} \rightarrow P_{kij}^{-1} + \Delta \bar{W}_{ij} = \bar{\Phi}_{ij} \quad (54)$$

よって $n \rightarrow \infty$ において推定誤差共分散行列は以下のように収束する。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{11} = 0 \times \{\bar{\Phi}_{11} - \bar{\Phi}_{12} \bar{\Phi}_{22}^{-1} \bar{\Phi}_{21}\}^{-1} = 0 \quad (55)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{12} = -0 \times \bar{\Phi}_{12} \bar{\Phi}_{22}^{-1} = 0 \quad (56)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{21} = -\bar{\Phi}_{22}^{-1} \bar{\Phi}_{21} \times 0 = 0 \quad (57)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_{22} = -\bar{\Phi}_{22}^{-1} \bar{\Phi}_{21} \times 0 \times \bar{\Phi}_{12} \bar{\Phi}_{22}^{-1} + 0 \times \bar{\Phi}_{22}^{-1} = 0 \quad (58)$$

よってこれより $\lim_{n \rightarrow \infty} P_k^n$ の各成分は 0 となるので $\lim_{n \rightarrow \infty} P_k^n = \mathbf{0}_{3+2M}$ となる。□

4 シミュレーションによる検証

Table 1: シミュレーションパラメータ

Parameter[Unit]	Symbol	Value
サンプリング時間 [s]	T	0.1
シミュレーション時間 [s]	$SimTime$	3000
ロボットの初期状態	$x_v(0)$	$[0 \ 0 \ 0]^T$
入力角速度 [deg/step]	ω	0.003
入力速度 [cm/step]	v	0.2
ランドマーク座標 [cm]	(x_i, y_i)	(40, 50), (80, 100), (100, 120)
初期推定誤差共分散行列	P_{0v}	$10^{-5} \times I_3$
初期推定誤差共分散行列	P_{0m}	$10^5 \times I_{18}$
フィルタ用のプロセス雑音の共分散行列	Q	$10^{-6} \times I_3 \quad \mathbf{0}$ $\mathbf{0} \quad \mathbf{0}$
フィルタ用の観測雑音の共分散行列	R	$10^{-5} \times I_6$

$\gamma = 1$, $\delta = 2.05 \times 10^{-4}$ とし、その他のパラメータはそれぞれ Table.1 の下でシミュレーションを行った。そ

してその結果は Fig.4-7 のようになり、それぞれロボットの自己位置推定結果、推定誤差共分散行列、ロボット及びランドマークの位置推定誤差の平均二乗誤差における結果である。

まず Fig.5 において、青が KF、緑が改良前の H_∞ フィルタ、赤が改良後の H_∞ フィルタによるものであるが、改良を加える前は発散していた誤差共分散が改良を加えることで発散しなくなり逃避時間を回避していることがわかる。これより Fig.4 において、改良を加えたフィルタでは最後まで推定が行えていることがわかる。

次に平均二乗誤差についてであるが、まず Fig.6 のロボットについての誤差から見てみると、改良を加えた後では推定が最後まで上手く行われていることにより、誤差も発散していないことがわかる。同様に Fig.7 のランドマークにおける平均二乗誤差においても、改良後では誤差が発散していないことがわかる。

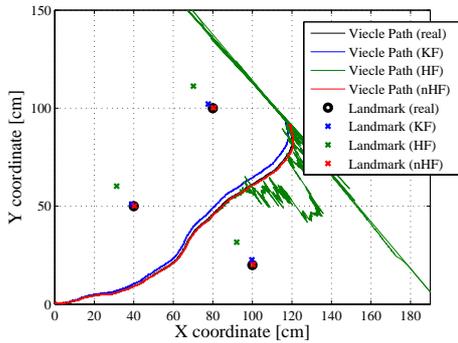


Fig. 4: 推定結果

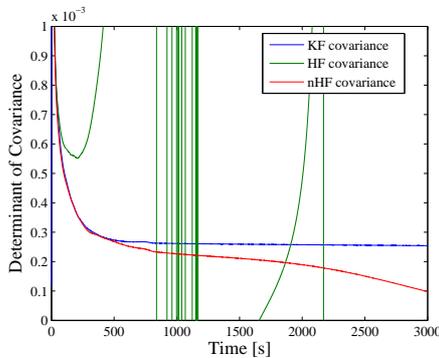


Fig. 5: 推定誤差共分散

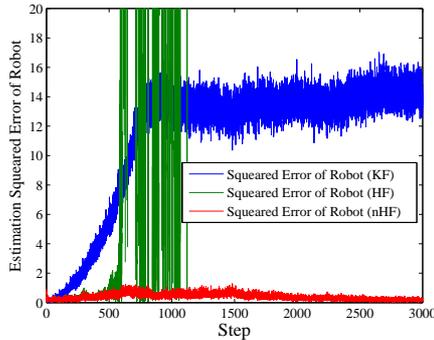


Fig. 6: 平均二乗誤差 (ロボット)

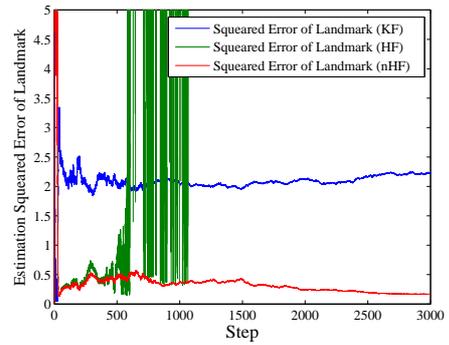


Fig. 7: 平均二乗誤差 (ランドマーク)

5 制御実験による検証

次に先ほど行ったシミュレーションプログラムと AmigoBot から得られたデータを用いて制御実験による検証を行う。

5.1 実験概要

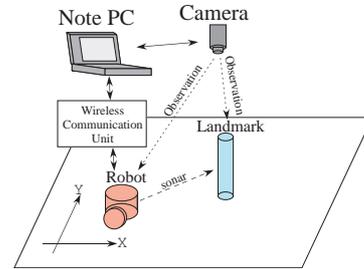


Fig. 8: 実験環境

まず実験環境について説明する。実験環境を Fig.8 に示した。移動ロボットには AmigoBot と呼ばれる独立 2 輪駆動型移動ロボットを用いる。無線 LAN により AmigoBot と PC 間でロボットの入力信号やオドメトリデータを送受信し、また、AmigoBot に搭載されたソナーセンサより、ロボットとランドマークの相対距離を観測した。これらのデータをオフラインで取得し、これを利用して Matlab 上で計算を行わせることで実機検証を行った。一方で、ロボットとランドマークの真値を計測するために、上からカメラで撮影しその映像を解析している。この情報も Matlab 上で計算し、真値と推定値との比較を行った。今回の実験では推定結果と、ランドマークの平均二乗誤差、誤差共分散を評価する。またロボットの平均二乗誤差については、カメラのサンプリング時間とロボット内のサンプリング時間を同期させることができなかったので省略した。

5.2 実験条件

1 台の AmigoBot が 1 つのランドマークを中心に円運動した場合の、ロボットおよびランドマークの推定を実機検証した。実験の概略図を Fig.9 に示した。観測開始時の、ロボットとランドマークの相対角度を $90[\text{deg}]$ であるとし、その後もロボットとランドマークを中心に半径 $1[\text{m}]$ の円弧に印をつけ、これに沿って AmigoBot を移動させた。

実験におけるパラメータを以下のように設定した。また入力信号を Fig.10 のように与えた。

Table 2: 実機検証パラメータ

Parameter[Unit]	Symbol	Value
サンプリング時間 [s]	T	0.1
全ステップ数 [step]	$SimTime$	286
ロボットの初期状態	$x_v(0)$	$[0 \ 0 \ 0]^T$
ランドマーク座標 [mm]	(x_i, y_i)	(0,1132)
初期推定誤差共分散行列	P_{0v}	$10^{-5} \times I_3$
初期推定誤差共分散行列	P_{0m}	$10^5 \times I_{18}$
フィルタ用のプロセス雑音の共分散行列	Q	$\begin{bmatrix} 10^{-7} \times I_3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
フィルタ用の観測雑音の共分散行列	R	$\begin{bmatrix} 10^{-4} & 0 \\ 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}$
設計パラメータ	γ	19
設計パラメータ	δ	0.0219

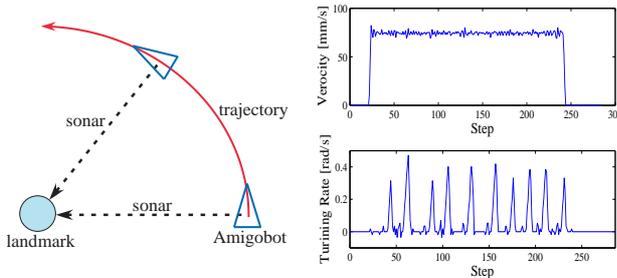


Fig. 9: 概略図

Fig. 10: 制御入力

5.3 実験結果

上記のパラメータの下で実験を行った。その結果は Fig.11-13 のようになり、それぞれロボットの自己位置推定結果、推定誤差共分散行列、ランドマークの位置推定誤差の平均二乗誤差における結果である。

Fig.11 より改良前の H_∞ フィルタでも推定を行っている。しかし、Fig.12 より緑色の改良前の H_∞ フィルタの推定誤差共分散は実験開始後すぐに負に発散し、逃避時間となっていることがわかる。そして Fig.13 を見ると、改良前の H_∞ フィルタによる推定では平均二乗誤差が途中で大きな値となっており、推定精度が悪化していることがわかる。ここで改良を加えることにより、Fig.12 において改良を加えた H_∞ フィルタによる推定誤差共分散の値は発散していない。そしてその結果、Fig.13 を見ると平均二乗誤差も途中で大きな値にはならず悪化していないことがわかる。また Fig.12 から確認できるように、改良を加えた推定誤差共分散の値は証明通り 0 に収束していることがわかる。

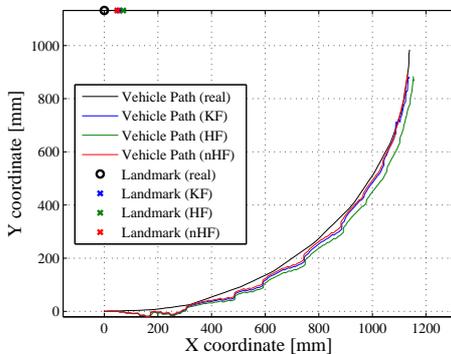


Fig. 11: 推定結果

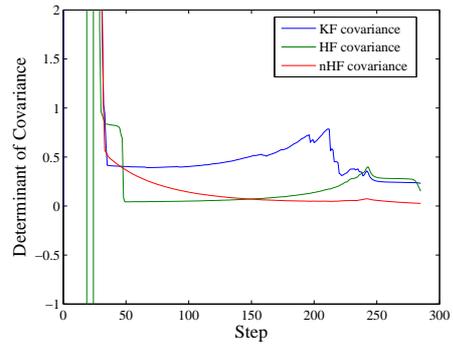


Fig. 12: 推定誤差共分散

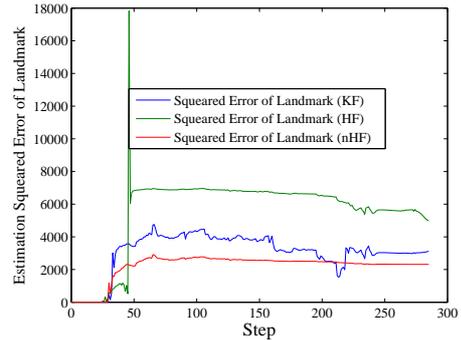


Fig. 13: 平均二乗誤差(ランドマーク)

6 おわりに

本稿では、逃避時間回避を考慮した H_∞ フィルタを用いた移動ロボットの自己位置推定と環境認識について検証を行った。このアルゴリズムではゲインの更新法を修正することで、推定誤差共分散行列の発散を防ぎ、逃避時間回避を達成した。また収束性の証明として、移動ロボットが静止時に、アルゴリズムの更新につれてその推定誤差共分散行列が収束することを示した。さらにシミュレーションと制御実験による検証の結果により、実際に推定誤差共分散行列が発散せずに収束していることから逃避時間回避を達成していることを確認した。そして、その収束結果より、推定が最後まで精度よく行っていることを確認した。

参考文献

- 1) 上田隆一, "確率ロボティクスの展望", 日本ロボット学会誌, Vol.29, No.5, pp.404-407, 2011
- 2) H.Durrant-Whyte, T.Bailey, "Simultaneous localization and mapping; part 1," *IEEE Robotics and Automation Magazine*, vol. 13, no. 2, pp. 99-110, 2006.
- 3) Juan D. Tardós, José Neira, Paul M. Newman, John J. Leonard, "Robust mapping and localization in indoor environments using sonar data," *International Journal of Robotics Research*, 21 (4), pp. 311-330, 2002.
- 4) M. W. M. G. Dissanayake and Shoudong Huang, "Convergence and Consistency Analysis for Extended Kalman Filter Based SLAM," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 23, No. 5, 2007.
- 5) H.Ahmad, T.Namerikawa, "Robotic Mapping and Localization Considering Unknown Noise Statistics" in *Journal of System Design and Dynamics*, vol.5, no.1, pp.070-082, 2011.
- 6) Chandra, K.P.B., Da-Wei Gu, Postlethwaite, I., "SLAM using EKF, EH and mixed EH2/H filter," *Intelligent Control (ISIC), 2010 IEEE International Symposium*, Yokohama, Japan, pp. 818-823, 2010.