

マルチロボットの協調自己位置推定問題と収束性解析 Multi-Robot Cooperative SLAM and Its Convergence Analysis

慶應義塾大学 大谷 達也, 滑川 徹
T. Ohtani and T. Namerikawa
Keio University

Abstract This paper deals with a Multi-Robot cooperative localization and mapping problem using extended kalman filter(EKF). We analyze the convergence of the error covariance matrix via EKF for two cases. One is a stationary-robot case and the other is a moving-robot one. The general convergence problems of the error covariance matrices can be shown. Finally attitude angle and $x - y$ positions of the moving two robots can be precisely estimated via EKF in simulations.

1 はじめに

自律移動ロボットにおいて雑音を含むセンサ情報から自己の状態推定と環境の認識を同時に行うことは容易ではなく、これを SLAM(Simultaneous Localization And Mapping) 問題と呼ぶ。この問題に対し文献 [1] では H_∞ フィルタを用いて未知雑音下での推定問題を扱っている。また、文献 [2] では拡張カルマンフィルタ (EKF) を用いた複数台ロボットの協調自己位置推定を行う問題を扱っているが推定誤差の収束性について理論的には十分に議論されていない。

本稿では、2 台のロボットのみからなるシステムを考え、各ロボットが他を観測することで自身と相手の位置推定を同時に行う協調自己位置推定問題を扱う。その際の推定結果と真値を比較し、推定誤差および誤差共分散を指標に精度に関して述べ、誤差共分散の収束性検証を行う。最後にシミュレーションにより有効性を検証する。

2 問題設定

本稿では、同じ運動機構をもつ独立二輪駆動型ロボット 2 台からなるシステムを考える。システムの全体図、ロボットの位置関係を図 1, 2 に示す。また、互いのロボットが他を観測し、相対角度 φ_{ij} 、相対距離 $(x_{ij}^2 + y_{ij}^2)^{1/2}$ 、相対姿勢角度 θ_{ij} を取得できるとする。

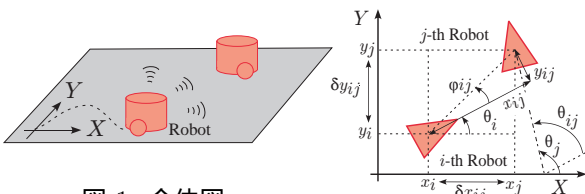


図 1: 全体図

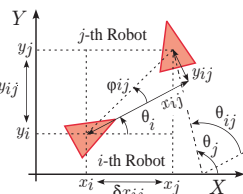


図 2: 位置関係

このとき、システムの状態遷移は次のように表現できる。

$$\mathbf{x}_{i_{k+1}} = \begin{bmatrix} \theta_{i_{k+1}} \\ x_{i_{k+1}} \\ y_{i_{k+1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{i_k} + T\omega_{i_k} \\ x_{i_k} + Tv_{i_k} \cos \theta_{i_k} \\ y_{i_k} + Tv_{i_k} \sin \theta_{i_k} \end{bmatrix} + \mathbf{e}_{1_{i_k}}$$

$$= \mathbf{f}(\mathbf{x}_{i_k}, \omega_{i_k}, v_{i_k}) + \mathbf{e}_{1_{i_k}} \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k, \omega_k, v_k) + \mathbf{e}_{1_k} \quad (2)$$

$\mathbf{x}_k = [\mathbf{x}_{1_k}^T \ \mathbf{x}_{2_k}^T]^T \in \mathbb{R}^6$ は状態ベクトルで、 $\mathbf{x}_{i_k} \in \mathbb{R}^3$ は各ロボットの状態である。 $f(\cdot)$ は状態遷移関数、 T はサンプリング周期、 ω_k は角速度、 v_k は速度、 \mathbf{e}_{1_k} はプロセス雑音である。また、観測におけるセンサの有効範囲は考慮しない。このとき、時刻 k において i 番目のロボットが j 番目のロボットを観測した情報 z_{ij_k} は次のように表現できる。

$$z_{ij_k} = \begin{bmatrix} \theta_{ij_k} \\ x_{ij_k} \\ y_{ij_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{j_k} - \theta_{i_k} \\ \cos \theta_{i_k} & \sin \theta_{i_k} \\ -\sin \theta_{i_k} & \cos \theta_{i_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_{ij_k} \\ \delta y_{ij_k} \end{bmatrix} + \mathbf{e}_{2_{ij_k}}$$

$$= \mathbf{h}(\mathbf{x}_{i_k}, \mathbf{x}_{j_k}) + \mathbf{e}_{2_{ij_k}} \quad (3)$$

$$\delta x_{ij_k} := x_{j_k} - x_{i_k}, \quad \delta y_{ij_k} := y_{j_k} - y_{i_k} \quad (4)$$

$$\mathbf{z}_k = [\mathbf{z}_{12_k}^T \ \mathbf{z}_{21_k}^T]^T = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{e}_{2_k} \quad \mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^6 \quad (5)$$

ただし、 $\mathbf{h}(\cdot)$ は観測関数、 $\mathbf{e}_{2_{ij_k}}$ は観測雑音である。ここで、 $\mathbf{e}_{1_k}, \mathbf{e}_{2_{ij_k}}$ をガウス白色雑音と仮定し、それぞれの共分散行列を $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^6, \mathbf{R}_{ij} \in \mathbb{R}^3$ と置く。また、 $\mathbf{e}_{1_k}, \mathbf{e}_{2_k}$ は独立であるとする。そして、(2)(5) 式における非線形関数 $f(\cdot), \mathbf{h}(\cdot)$ のヤコビ行列をそれぞれ Φ_k, \mathbf{H}_k とする。

3 推定誤差共分散行列の収束性

推定誤差共分散行列 $\mathbf{P}_{k|k} \in \mathbb{R}^6$ は推定の不確かさを表しており、次のように定義される。ただし、 $\hat{\cdot}$ をつけた変数はすべて元の変数の推定値を表す。

$$\mathbf{P}_{k|k} = E[\{\hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \mathbf{x}_{k|k}\} \{\hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \mathbf{x}_{k|k}\}^T] \quad (6)$$

このとき、 $\mathbf{P}_{k|k}$ は次のブロックに分けられる。

$$\mathbf{P}_{k|k} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{11_{k|k}} & \mathbf{P}_{12_{k|k}} \\ \mathbf{P}_{12_{k|k}}^T & \mathbf{P}_{22_{k|k}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし, $P_{11k|k}, P_{22k|k}$ は各ロボットの誤差共分散行列, $P_{12k|k}$ は相互誤差共分散行列であり, 初期値を $P_{110}, P_{220}, P_{120}$ と置く. また, 観測関数行列 H_k を次のように定義する.

$$H_k = \begin{bmatrix} H_{1k} \\ H_{2k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{12k}^1 & H_{12k}^2 \\ H_{21k}^1 & H_{21k}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Theta_{1k} & \Theta_{2k} \end{bmatrix} \quad (8)$$

ただし, $H_{ik} \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ は i 番目のロボットの観測関数の要素行列, $H_{ij} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ は $i-j$ 番間のロボットの観測関数の要素ブロック行列, $\Theta_{ik} \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ は観測行列における i 番目のロボットの列要素行列とする. また, Θ_1, Θ_2 について添え字 X をつけ Θ_{1X}, Θ_{2X} と表現するとき, これはロボットが点 X にいる時の値であるとする. そして, Θ_1, Θ_2 は正則ではないので擬似逆行列を用いて Θ_1^+, Θ_2^+ とする.

移動時には観測雑音 R 以外に, プロセス雑音である Q も加わるため, "静止" と "移動" を区別して考える. まず, $P_{k|k}$ が一定値に収束した後, 1ステップだけロボットを移動させ, 静止させる. そして再度, $P_{k+1|k+1}$ の収束値を求め, 繰り返し推定誤差共分散行列の振る舞いを調べる. ここで, 状態遷移関数のヤコビ行列 Φ_A および時刻 k (点 A とする) から 1ステップ移動した直後 (点 B とする) の $P_{k+1|k}$ を以下のように新たに定義する.

$$\Phi_A = \begin{bmatrix} \Phi_{1A} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \Phi_{2A} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}, \quad \Phi_{1A}, \Phi_{2A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P_{k+1|k} &= \Phi_A P_{k|k} \Phi_A^T + Q \\ &= \begin{bmatrix} \Phi_{1A} P_{11k|k} \Phi_{1A}^T + Q_1 & \Phi_{1A} P_{12k|k} \Phi_{2A}^T \\ \Phi_{2A} P_{12k|k} \Phi_{1A}^T & \Phi_{2A} P_{22k|k} \Phi_{2A}^T + Q_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} P_{11k+1|k} & P_{12k+1|k} \\ P_{12k+1|k}^T & P_{22k+1|k} \end{bmatrix} = P_{B_0} \end{aligned} \quad (10)$$

このとき, 次の定理が成り立つ.

定理 1 各ロボットが点 A において相対的關係を保ったまま静止した状態で $k \rightarrow \infty$ となるまで観測した後, 1ステップロボットを移動させ, さらに点 B において相対的關係を保ったまま静止した状態で無限時間観測するとき, 誤差共分散行列 $P_{k|k}$ は次式の P_B となる.

$$P_B = \begin{bmatrix} P_{B\infty} & -P_{B\infty} \Theta_{1B}^T (\Theta_{2B}^T)^+ \\ -\Theta_{2B}^+ \Theta_{1B} P_{B\infty}^T & \Theta_{2B}^+ \Theta_{1B} P_{B\infty}^T \Theta_{1B}^T (\Theta_{2B}^T)^+ \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$P_{B\infty} = [\check{P}_{11B_0} + \check{P}_{12B_0} \Theta_{2B}^+ \Theta_{1B} - \Theta_{1B}^T (\Theta_{2B}^T)^+ (\check{P}_{21B_0} - \check{P}_{22B_0} \Theta_{2B}^+ \Theta_{1B})]^{-1} \quad (12)$$

ただし, 点 B に移動した時を P_{B_0} とし, 以下に定義する.

$$P_{B_0}^{-1} \triangleq \begin{bmatrix} \check{P}_{11B_0} & \check{P}_{12B_0} \\ \check{P}_{21B_0} & \check{P}_{22B_0} \end{bmatrix}, \quad H_B = \begin{bmatrix} \Theta_{1B} & \Theta_{2B} \end{bmatrix} \quad (13)$$

□(証明略.)

4 シミュレーション検証

ロボット 2 台における協調自己位置推定を EKF を用いてシミュレーション検証を行った. 各パラメータを以下に示す. ここで, $c\theta = \cos \theta, s\theta = \sin \theta$ とする.

$$\begin{aligned} \hat{x}_{0|-1} &= \mathbf{0}_{6 \times 1}, P_{11_0} = 10^{-5} \times I_3, P_{22_0} = 10^{-5} \times I_3 \\ T &= 0.1, \sigma_v^2 = 1.5 \times 10^{-2}, \sigma_\omega^2 = 2.0 \times 10^{-3}, P_{12_0} = \mathbf{0}_3 \\ Q_i &= \begin{bmatrix} \sigma_v^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\omega^2 c^2 \theta_i & -\sigma_\omega^2 c \theta_i s \theta_i \\ 0 & -\sigma_\omega^2 c \theta_i s \theta_i & \sigma_\omega^2 s^2 \theta_i \end{bmatrix}, R_i = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \\ & \quad i = 1, 2 \end{aligned}$$

定理 1 では, ロボットを 1 ステップのみ動かしているが, シミュレーションでは $t = 0 \sim 250[s]$ の間移動させ, その後 $t = 500[s]$ まで静止させている. このとき, 推定結果とロボット 1 の誤差共分散行列を図 3, 4 に示す.

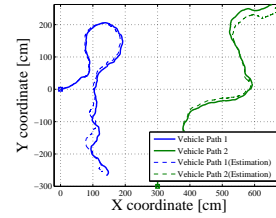


図 3: 推定結果

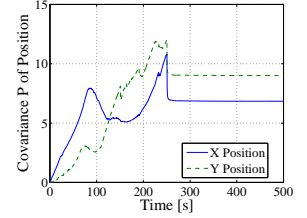


図 4: R_1 の誤差共分散

図 3 は, 各ロボットの軌跡と推定値を示したものであり, 推定値と真値がほぼ一致している. また, 図 4 はロボットが静止すると同時に単調に減少し, 一定値に収束している.

5 おわりに

本稿では, 拡張カルマンフィルタを用いたロボット 2 台からなるシステムの推定誤差共分散行列 $P_{k|k}$ の収束性について述べ, シミュレーションを通して有効性を確認した. 今後の課題は, ロボットが 3 台以上のシステムあるいは, N 本のランドマークを含めた協調自己位置推定と環境地図作成について考えることである.

参考文献

- [1] H. Ahmad and T. Namerikawa, "Robotic Mapping and Localization Considering Unknown Noise Statistics", *Proceedings of the 2010 IEEE Int. Conf. on Control Applications*, pp. 1275 - 1280, 2010.
- [2] Guoquan P. Huang, N. Trawny, Anastasios I. Mourikis, and Stergios I. Roumeliotis, "On the Consistency of Multi-robot Cooperative Localization", *Proc. of the 2009 Robotics: Science and Systems Conf.*, June, 2009.