

非均一蔵本モデルを用いた電力ネットワークの同期条件に関する考察 Synchronization Condition of Power Networks by Using Non-Uniform Kuramoto Model

慶應義塾大学 藤田 佑樹, 滑川 徹
Y. Fujita and T. Namerikawa
Keio University

Abstract This paper discusses the synchronization problem for power systems with a connection topology. We analyze dynamical properties of power networks and derive the synchronization condition of electrical generators. First, we employ a termed Kron reduction method to derive swing equation, which describes states of generators. Second, we reduce the equation to Non-uniform Kuramoto model, and then derive a synchronization condition by using the reduced model. Finally, we have succeeded in numerical relaxing the synchronization condition by controlling power units. Effectiveness of the proposed condition is shown via simulation results.

1 はじめに

現在, 日本の既存電力システムは安定状態を保ち, 高品質な電力を供給できている. しかしこの先十数年間で, 電力需給の自動最適化 (Smart Grid) の浸透による電力系統の複雑化, そして, 外乱を伴う太陽光, 風力等を利用した分散電源の大量導入が想定されるので, 安定状態を維持できるか疑問視されている. 電力系統の安定問題は系統を一機無限大母線等の部分的なモデルで扱うのが一般的であるが, 非均一蔵本モデルを用いる事で系統全体を一つのモデルとして扱う手法及びその手法における同期条件が提案されている [1]. そこで, 本稿ではこの手法を用いる. そして, 系統に内在する発電機をフィードバック制御する事で同期条件を緩和できる事を示す. 最後に提案法の同期条件を数値実験において検証する.

2 電力モデルと非均一蔵本モデル

電力システムの接続形態を Fig.1(a) に, その単線結線 (Single-Line) 図及び縮約の概念図を Fig.1(b) 示す. Fig.1(a) において系統に接続されている発電機の入力は制御されている. このとき一般的に N 個ある発電機のうち, i 個目の発電機の動揺方程式は (1) 式で表わす事ができ, これが電力ネットワークモデルである. ここで, Fig.1(b) のように系統内部のバスを消去し, 各発電機間のアドミタンス行列を直接求める縮約という解析手法があり, これを用いた後の発電機 i, j 間の相互コンダクタンスを G_{ij} , 相互サセプタンスを B_{ij} としている. また, 発電機 i の単位慣性定数を H_i , 基準周波数を f , f の回転座標系からみた位相を δ_i , 機械入力を $P_{m,i}$, ゲインを $K_{P,i}$, 減衰定数を D_i , 電圧を E_i としている.

$$\frac{H_i}{\pi f} \ddot{\delta}_i = P_{m,i} - K_{P,i} \dot{\delta}_i - D_i \dot{\delta}_i - E_i^2 G_{ii} - \sum_{j \neq i}^N E_i E_j \{ G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \} \quad (1)$$

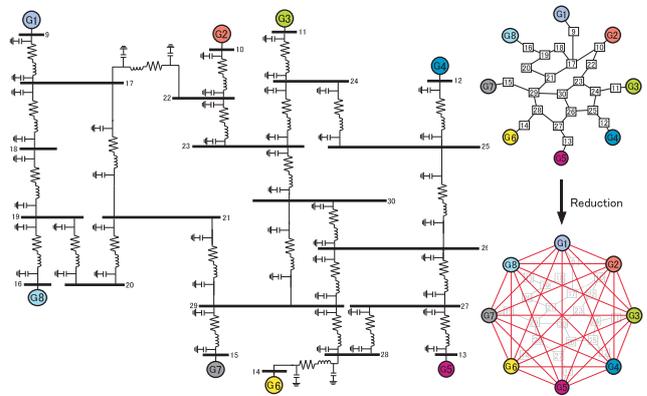
上式に対し, $\omega_i = P_m - E_i^2 G_{ii}$, $P_{ij} = E_i E_j B_{ij}$, $F_i = (D_i / D_{min}) / (M_i / M_{max})$, $\varepsilon = H_{max} / \pi f D_{min}$ を定義すると, (1) 式は (2)-(3) 式に変形できる.

$$\dot{\delta}_i := \Omega_i \quad (2)$$

$$\varepsilon \dot{\Omega}_i = -F_i \Omega_i + \frac{F_i}{D_i} (\omega_i - \sum_{j=1}^N P_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)) \quad (3)$$

ここで, $\varepsilon \dot{\Omega}_i \rightarrow 0$ と近似することで, 非均一蔵本モデルは (4) 式で与えられる. ただし, 超高压送電により送電損失を零, また, 設置アドミタンスを零として仮定している.

$$(D_i + K_{P,i}) \dot{\delta}_i = \omega_i - \sum_{j \neq i}^N P_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j) \quad (4)$$



(a) Connection Topology (b) SL-Diagram

Fig 1: Power Grid

3 同期条件と初期条件

電力システムに対して定理1が成立する。ただし, E は定格電圧, R は実効抵抗 [2], $D'_i = (D_i + K_{P,i}) / (D_{\max} + K_{\max})$ である。

定理1 同期条件式を(5)式, 初期条件式を(6)式のように定義する。

$$\frac{2E^2}{R} > \max_{\{i,j\}} \left\{ \frac{\omega_j}{D'_i} - \frac{\omega_j}{D'_j} \right\} \quad (5)$$

$$\theta(0) \in [0, \pi/2 - \gamma), \gamma = \sin^{-1}(\text{上式右辺}/\text{上式左辺}) \quad (6)$$

(5)-(6)式が成り立つとき, 非均一蔵本モデル及び電力モデルに関してそれぞれ以下の(A)-(C)が保証される。

非均一蔵本モデル

(A) 位相固定: $\max_{\{i,j\}} |\theta_i - \theta_j| \leq \pi/2 - \gamma$

(B) 角周波数同調: $\dot{\theta}_{\min}(0) \leq \dot{\theta}_{\infty} \leq \dot{\theta}_{\max}(0)$

電力ネットワークモデル

(C) 近似誤差: 非均一蔵本モデルとの近似誤差は以下のようなになる。

$$\theta_P(t) - \theta_N(t) = \mathcal{O}(\varepsilon), \quad \forall t \geq 0 \quad (7)$$

証明 省略

全発電機が位相固定及び角周波数同調を達成している状態を本稿における同期と定義する。定理1から, 同期条件及び初期条件を満たしている場合, 電力システムに内在する発電機は同期していると言えるが, 位相に関して最大 $\mathcal{O}(\varepsilon)$ 程度の誤差が生じている可能性を考慮しなければならない事がわかる。 ε の値は関東で約 0.012, 関西では約 0.011 と設定されている。この定理のメリットは, (5)式に含まれる D' が可変であるため, 限度はあるものの従来の同期条件に比べ条件が緩和されている点である。

4 数値実験による検証

Fig.1の電力システムに同期条件, 初期条件を満たすようなパラメータを与え, 発電機の位相を数値実験した結果をFig.2(a)に示す。ここで, 内側の点列はFig.1の全発電機を中心軸を仮想的にZ軸とし発電機の同一点(例: N 極)をXY平面上に投影した(電力ネットワークモデルに従う)点であり, Fig.1-2の点の色は対応している。また, 外側の点列は内側にある同色発電機の近似位相を示しており(非均一蔵本モデルに従う), 全て固定座標系での数値実験である。Fig.2(b)は条件を満たしていない場合の数値実験結果である。Fig.2から定理1の(A), (B)に関する妥当性を視覚的に確認できる。

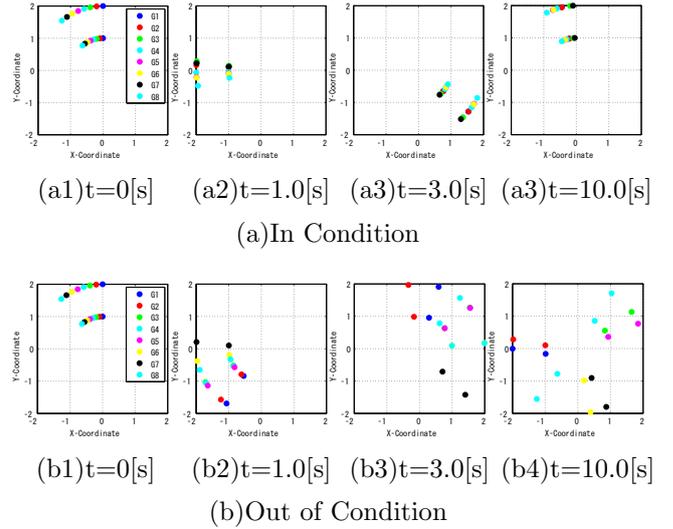


Fig 2: Phase Shift

また位相の近似誤差に関する数値実験結果をFig.5に示す。Fig.5(a)は条件を満たす場合, Fig.5(b)は条件を満たさない場合の結果である。ただし, $\Delta\theta$ は二つのモデルの近似誤差を表しており, $\Delta\theta = \theta_P - \theta_N$ である。結果から, 定理1の(C)に関する妥当性が確認できる。

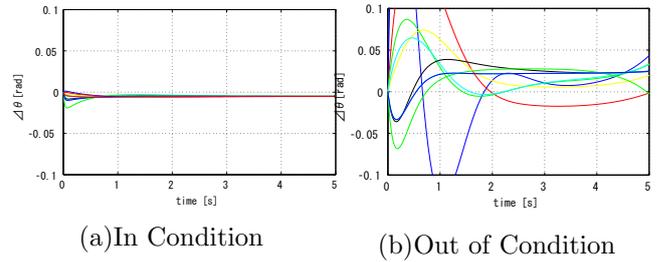


Fig 3: Approximation Error

5 おわりに

本稿では非均一蔵本モデルを用いる事により電力系統全体を一つのモデルとして扱い, また, 内在する発電機を制御する事で従来よりも緩和された同期条件を導出した。最後に数値実験において提案条件を検証した。

参考文献

- [1] F. Dörfler and F. Bullo: Synchronization and Transient Stability in Power Networks and Non-Uniform Kuramoto Oscillators; in *Proceeding American Control Conference*, pp. 930-937 (2010)
- [2] P. Barooah and J. Hespanha: Graph Effective Resistance and Distance Control: Spectral Properties and Applications; in *Proceeding IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 3479-3485 (2006)