

センサネットワークの状態推定誤差と通信エネルギーを考慮したネットワークの切り替え

○武田孝史 滑川徹 (金沢大学)

Switching of Networks Considering State Estimation Error and Communication Energy of Sensor Networks

*T. Takeda and T. Namerikawa (Kanazawa University)

Abstract— This paper deals with state estimation of H_∞ filter and switching of network considering state estimation error and communication energy of sensor network. The proposed algorithm with H_∞ filter achieve network topology with minimum energy and desired estimation accuracy. experimental results show effectiveness of proposed method.

Key Words: Sensor Network, Multi-hop Transmission, Parallel H_∞ Filter, State Estimation Error, Communication Energy, Network Switching Algorithm

1 はじめに

近年マルチエージェントシステム, センサネットワークに関する研究が盛んに行われている. センサネットワークは複雑に入り組んだ環境や広範囲に広がる環境など, 単独のセンサのみではセンシングが困難な対象の情報の取得, 推定が可能である. さらにセンサネットワークを介したフィードバック制御系についても取得した情報を用いた誘導制御等への応用が期待できる. 幅広い応用が期待されるセンサネットワークであるが, 分散配置されたセンサノードはバッテリーにより駆動される事が多く, 消費電力の制限の中で効率的な通信を行い, 正確な推定値を得る必要がある.

センサネットワークにおける推定アルゴリズムについて, カルマンフィルタを基にした様々な研究が報告されている¹⁻⁴⁾. これらの研究においてセンサネットワークの設定は様々である. 文献^{3,4)}では分散カルマンフィルタを用いた状態推定アルゴリズムについて述べられている. しかし, 通信に必要な消費電力については考えていない. またフィードバック制御系に適用することができない. 文献¹⁾ではフィードバック制御系を考えているが, 同様に通信エネルギーについては考えられていない. 文献²⁾ではセンサノード間のマルチホップ伝送を考慮し, フィードバック制御系を構成している. 遠距離間の通信には大きな消費電力が必要となるため, マルチホップ伝送の考慮は非常に有用であると考えられる. 文献²⁾では Fusion center でカルマンフィルタを基にしたアルゴリズムで状態推定を行っている. しかし, 雑音の白色性を仮定しているため, それ以外の雑音では最適性が失われる.

そこで本稿では雑音の白色性についての仮定がない H_∞ フィルタによる状態推定アルゴリズムと, その推定誤差と通信エネルギーを考慮したネットワークの切り替えアルゴリズムについて述べる. まず, Fusion center, Sensor node 間のマルチホップ通信を考え, ネットワーク構造を有向木で表現する. 時間遅れを持つ観測値に対して並列 H_∞ フィルタによる状態推定を行う. さらにその推定誤差と通信エネルギーを考慮してネットワークを切り替えるアルゴリズムについて述べる. 最後に制御実験によりその有効性を検証する.

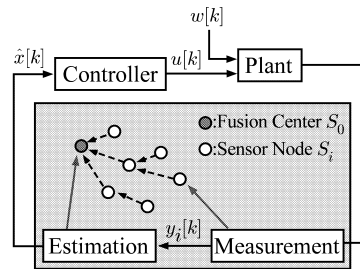


Fig. 1: Sensor network

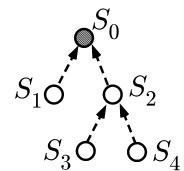


Fig. 2: Directed tree

2 問題設定

本稿で扱うセンサネットワークシステムを Fig. 1 に示す. Plant は雑音を受ける以下の線形時不変システムである.

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \quad (1)$$

ただし, $x_k, w_k \in \mathbb{R}^n$, $u_k \in \mathbb{R}^r$ はそれぞれ状態, 雑音, 制御入力である. Plant はフュージョンセンタから与えられる制御入力により制御される. (1) 式について以下の仮定を置く.

仮定 1. (A, B) が可制御.

仮定 2. $\text{rank} A = n$

仮定 3. $\sum_{k=0}^N \|w_k\|^2 < \infty$

仮定 2, 3 は Plant に対する H_∞ フィルタが存在するための仮定である. 仮定 3 は雑音のエネルギーが有界であることを示しており, その他の雑音の特性については仮定しない. (1) 式の Plant の状態 x_k は N 台のセンサノード S_i , ($i = 1, 2, \dots, N$) により観測される. センサノード S_i の観測モデルは以下とする.

$$y_k^i = H_i x_k + v_k^i \quad (i = 1, 2, \dots, N) \quad (2)$$

$y_k^i \in \mathbb{R}^{q_i}$, $v_k^i \in \mathbb{R}^{q_i}$ はそれぞれセンサノード S_i の観測出力とそれに含まれる雑音である. センサノードはそれぞれ異なる特徴量を観測するとする. v_k^i はエネルギーが有界な雑音で以下の仮定を満たす.

仮定 4. $\sum_{k=0}^N \|v_k\|^2 < \infty$

センサノードは 1 ステップ時間で他のセンサノード 1 台又はフュージョンセンタと通信遅延のないシングルホップ通信が可能であるとする。ただし、通信とはノード間の観測情報の送受信を意味する。センサノード S_i , ($i = 1, \dots, N$) が通信可能なノードは S_j , ($j = 0, 1, \dots, N, i \neq j$) である。このようなシングルホップ通信を繰り返しセンサノードはフュージョンセンタ S_0 に情報を伝達する。Fig. 2 にネットワーク構造の例を示す。例えば Fig. 2 においてセンサノード S_4 の送信した観測情報は S_2 を介することで、1 ステップ時間遅れてフュージョンセンタ S_0 に到着する。本論文ではこのような情報の生起ノード (Sensor Node) と宛先ノード (Fusion Center) 間の情報伝達において中継ノードを介するマルチホップ通信を扱う。マルチホップ通信は通信電力低減の効果があることが知られている。このネットワーク構造を有向木 T として定義する。有向木 T は弧の向きを逆にすると S_0 を根とする根付き広域木となる。つまり、任意のセンサノード S_i からフュージョンセンタ S_0 への経路が唯一存在する。また、 S_i がその親ノードに送信する情報は y_k^i と S_i の子の観測情報である。このようなネットワーク構造のもとではフュージョンセンタは現時刻の観測情報と過去の観測情報を同時に得ることになる。

以上のセンサネットワークシステムに対して次の問題を定義する。

問題 1. ネットワーク構造 T のもとで最適な推定値 \hat{x}_k を求めよ。

問題 2. 一定の推定精度を保ちつつ、システム全体の送信に必要なエネルギーを最小化せよ。

問題 3. ネットワーク構造 T のもとで $Q_c \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $R_c \in \mathbb{R}^{r \times r}$ からなる以下の評価関数 J を最小にするフィードバックゲイン L , ($u_k = L\hat{x}_k$) を設計せよ。ただし、 $Q_c \geq 0$, $R_c > 0$ である。

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} \mathbb{E} \{ x_k^T Q_c x_k + u_k^T R_c u_k \} \quad (3)$$

3 有向木 T のもとでの状態推定

ここでは遅れた観測情報から最適な推定値を得る方法として並列 H_∞ フィルタによる状態推定法について述べる。まず、文献⁵⁾を参考に一般的な H_∞ アルゴリズムについて、次に木 T のもとで状態推定を行う並列フィルタについて述べる。

3.1 H_∞ フィルタの定義

以下の (4), (5) 式に示すシステムを考える。

$$x_{k+1} = \bar{A}_k x_k + \bar{B}_k u_k + w_k \quad (4)$$

$$y_k = \bar{C}_k x_k + v_k \quad (5)$$

(4), (5) 式に対して観測値 y_k を用いて状態推定を行う H_∞ フィルタアルゴリズムを以下に示す。 H_∞ フィルタは評価出力 $z_k = L_f x_k$ を推定するフィルタであるが、 $L_f = I$ とすることで状態推定を行うことができる。

$$(\hat{x}_k, P_k) = \mathcal{HF}(\hat{x}_{k-1}, P_{k-1}, y_k, \bar{C}_k, \bar{Q}, \bar{R}_k, \gamma) \quad (6)$$

ただし、 $\bar{Q}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\bar{R}_k \in \mathbb{R}^{p \times p}$ は雑音 w_k, v_k に対する重み行列、 $\hat{x}_{k/k-1} = \hat{x}_k$ である。 \hat{x}_k, P_k は以下の式で更新される。

$$\hat{x}_k = \bar{A}_k \hat{x}_{k-1} + \bar{B}_k u_{k-1} + K_k (y_k - \bar{C}_k \hat{x}_{k-1}) \quad (7)$$

$$K_k = P_k \bar{C}_k^T (\bar{C}_k P_k \bar{C}_k^T + \bar{R}_k)^{-1} \quad (8)$$

$$P_{k+1} = \bar{A}_k P_k \Psi_k^{-1} \bar{A}_k^T + \bar{Q}_k \quad (9)$$

$$\Psi_k = I + (\bar{C}_k^T \bar{R}_k^{-1} \bar{C}_k - \gamma^{-2} I) P_k \quad (10)$$

ただし、更新式は以下を満たしている。

$$P_k^{-1} + \bar{C}_k^T \bar{R}_k^{-1} \bar{C}_k - \gamma^{-2} I > 0 \quad (11)$$

$\bar{A}_k, \bar{B}_k, \bar{C}_k, \bar{Q}_k, \bar{R}_k$ が定数 $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \bar{Q}, \bar{R}$ である場合、更新式は以下となり、 $(\bar{A}, \bar{Q}^{\frac{1}{2}})$ が可観測のとき、正定解 P_∞ をもつ。

$$P_\infty = \bar{A} P_\infty \bar{A} + \bar{Q} - \bar{A} P_\infty [\bar{C}^T \bar{R}^{-1} \bar{C} - \gamma^{-2} I]^{-1} P_\infty \bar{A}^T \quad (12)$$

3.2 有向木 T の下での並列 H_∞ フィルタ

次に、ネットワーク構造が有向木 T で表わされる場合の状態推定について考える。有向木 T のもとでは、Fusion center は同時に到着する遅れた観測情報も用いて推定を行う必要がある。まず任意の有向木 T が与えられた時の S_0 に到着する観測情報について考える。そのために T における S_i の深さを h_i を定義する。 h_i は S_i から S_0 に至る経路の長さを示している。 h_i の最大値を \bar{h} とする。さらに以下の \mathcal{Z}_{k-j+1}^j を定義する。

$$\mathcal{Z}_{k-j+1}^j = \{y_{k-j+1}^i | h_i = j\}, \quad (j = 1, 2, \dots, \bar{h}) \quad (13)$$

\mathcal{Z}_{k-j+1}^j は深さ $h_i = j$ であるセンサノード S_i の時刻 $k-j+1$ についての観測情報の集合である。つまり、時刻 k で S_0 に到着する観測情報の集合 \mathcal{Z}_k は以下となる。

$$\mathcal{Z}_k = \mathcal{Z}_k^1 \cup \mathcal{Z}_{k-1}^2 \cup \dots \cup \mathcal{Z}_{k-\bar{h}+1}^{\bar{h}} \quad (14)$$

時刻 k においてフュージョンセンタでは現時刻 k の観測情報とそれ以前の過去の観測情報を用いて状態推定を行うことが可能である。フュージョンセンタで時刻 $k-\bar{h}+1$ から k までに S_0 に到着した観測情報について考える。その観測情報の集合は $\mathcal{Z}_k \cup \mathcal{Z}_{k-1} \cup \dots \cup \mathcal{Z}_{k-\bar{h}+1}$ である。これらの観測情報を到着した時間ではなく、観測された時間で分類することを考え、部分集合 \mathcal{Y}_k^{k-i+1} , ($j = 1, 2, \dots, \bar{h}$) を定義する。 \mathcal{Y}_k^{k-j+1} は時刻 $k-\bar{h}+1$ から k の間にフュージョンセンタに到着した観測情報の部分集合で、時刻 $k-j+1$ に観測された観測情報の集合である。

$$\mathcal{Y}_k^{k-j+1} = \mathcal{Z}_{k-j+1}^1 \cup \mathcal{Z}_{k-j+2}^2 \cup \dots \cup \mathcal{Z}_k^j \quad (15)$$

となる。並列 H_∞ フィルタでは時刻 k から $k-\bar{h}+1$ に観測された観測情報の集合 $\mathcal{Y}_k^k, \mathcal{Y}_k^{k-1}, \dots, \mathcal{Y}_k^{k-\bar{h}+1}$ に対して、それぞれ H_∞ フィルタによる状態推定を行う。

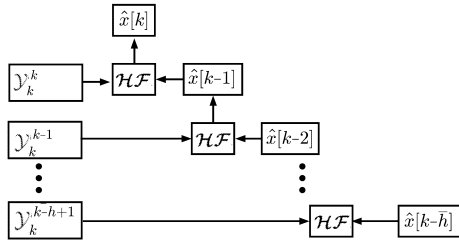


Fig. 3: Parallel H_∞ filter

時刻 $k - \bar{h} + 1$ の観測情報から推定値 $\hat{x}_{k-\bar{h}+1}$ が得られる。さらに、時刻 $k - \bar{h} + 2$ の観測情報と推定値 $\hat{x}_{k-\bar{h}+1}$ から推定値 $\hat{x}_{k-\bar{h}+2}$ を得る。このような繰り返し計算を \bar{h} 回繰り返して推定値 \hat{x}_k を得る。その構成は Fig. 3 のようになる。

ここで各フィルタのアルゴリズムを表現するために深さ $h_i = j$ であるセンサの集合 $\mathcal{S}_j := \{i | h_i = j\}$, ($j = 1, 2, \dots, \bar{h}$) を定義する。 \mathcal{S}_j を用いてさらに以下に示す $Z_k^l, \Gamma_l, \Upsilon_l, Y_k^l, C_l, R_l$, ($l = 1, \dots, N$) を定義する。ただし、 $\Pi_l \in \mathbb{R}^{a \times a}$ は v_k^l に対する重み行列である。また、以下の式において $j_1 < j_2 < \dots \in \mathcal{S}_j$, $j = 1, 2, \dots, \bar{h}$ である。

$$Z_k^j = \begin{bmatrix} y_k^{j_1} \\ y_k^{j_2} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\Gamma_j = [H_{j_1}^T \ H_{j_2}^T \ \dots]^T \quad (17)$$

$$\Upsilon_j = \text{diag}\{\Pi_{j_1}, \Pi_{j_2}, \dots\} \quad (18)$$

$$Y_k^{k-j+1} = \begin{bmatrix} Z_k^1 \\ Z_k^2 \\ \vdots \\ Z_k^j \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$C_j = [\Gamma_1^T \ \Gamma_2^T \ \dots \ \Gamma_j^T]^T \quad (20)$$

$$R_j = \text{diag}\{\Upsilon_1, \Upsilon_2, \dots, \Upsilon_j\} \quad (21)$$

これらを用いて $X > 0$ に対する以下の写像 g_i を定義する。ただし、 $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は w_k に対する重み行列である。

$$g_i(X) = AXA^T + Q - AX [X + (C_i^T R_i^{-1} C_i - \gamma^{-2} I)^{-1}]^{-1} XA^T \quad (22)$$

以上から並列 H_∞ フィルタについて以下の定理が成立する。

定理 1. (i) 仮定がすべて満たされ、 $(A, Q^{\frac{1}{2}})$ が可観測であるとする。この時深さ \bar{h} の木 T を考える。 \hat{x}_k, P_k は以下の \bar{h} 個の並列フィルタにより得られる。

$$\begin{aligned} & (\hat{x}_{k-\bar{h}+1}, P_{k-\bar{h}+1}) \\ &= \mathcal{H}\mathcal{F}(\hat{x}_{k-\bar{h}}, P_{k-\bar{h}}, Y_k^{k-\bar{h}+1}, C_{\bar{h}}, Q, R_{\bar{h}}, \gamma_{\bar{h}}) \\ & \quad \vdots \\ & (\hat{x}_{k-1}, P_{k-1}) \\ &= \mathcal{H}\mathcal{F}(\hat{x}_{k-2}, P_{k-2}, Y_k^{k-1}, C_2, Q, R_2, \gamma_2) \\ & (\hat{x}_k, P_k) \\ &= \mathcal{H}\mathcal{F}(\hat{x}_{k-1}, P_{k-1}, Y_k^k, C_1, Q, R_1, \gamma_1) \end{aligned} \quad (23)$$

(ii) P_k, P_∞ は以下を満たす。ただし、 \bar{P}_∞ は $\bar{P}_\infty = g_{\bar{h}}(\bar{P}_\infty)$ の正定解である。

$$P_k = g_2 \circ g_3 \circ \dots \circ g_{\bar{h}}(P_{k-\bar{h}+1}) \quad (24)$$

$$P_\infty = g_2 \circ g_3 \circ \dots \circ g_{\bar{h}-1}(\bar{P}_\infty) \quad (25)$$

Proof. (i) 最適な推定値 \hat{x}_k は H_∞ フィルタにより \hat{x}_{k-1} と時刻 k まで得られる時刻 k の観測情報から計算することができる。同様に \hat{x}_{k-j} は \hat{x}_{k-j-1} と時刻 k まで得られる時刻 $k-j$ の観測情報から計算することができる。このような再帰計算を時刻 $k - \bar{h} + 1$ から k まで \bar{h} 回行うと最適推定値 \hat{x}_k を得る。

(ii) (22) 式より、

$$P_{k-i+1} = g_{i+1}(P_{k-i}), \quad (i = 1, 2, \dots, \bar{h} - 1) \quad (26)$$

が成立するので、(24), (25) 式が成立する。 \square

この定理 1 より並列 H_∞ フィルタが問題 1 の解となっていることがわかる。

4 ネットワーク切替アルゴリズム

本章では問題 2 を達成するための切替アルゴリズムについて述べる。まず有向木 T における S_i の親ノード $\text{Par}_T(S_i)$, 有向木 T の辺集合 V_T を定義する。親ノードとは S_i が情報を送信するノードである。また、ノード S_i が情報を $\text{Par}_T(S_i)$ に送信するために必要なエネルギーを E_i とすると、システム全体のエネルギー $E(T)$ は以下となる。

$$E(T) = \sum_{S_i \in T} E_i \quad (27)$$

全体のネットワーク構造を変化させるために、センサノード S_i は以下の操作を行うことが可能であるとす。

- $\text{Par}_T(S_i)$ への接続を切り、 $\text{Par}_T(\text{Par}_T(S_i))$ へ接続する。

つまり S_i は自分の親の親ノードへ切り替えることができるとする。このような制約のもとで問題 2 を以下のように書き換える。

問題 4. $\min_{T \in T_{all}} E(T)$ subject to $\text{tr}(P_\infty(T)) \leq \bar{P}$

ただし、 T_{all} は上記の操作で得ることができる有向木全体の集合、 \bar{P} は設計パラメータである。推定誤差 $\text{tr}(P_\infty(T))$ が \bar{P} 以下という条件を満たしつつシステム全体のエネルギーを最小化する問題となっている。

4.1 切替アルゴリズム

本章では問題 4 の解となる Tree Switching Algorithm について述べる。Fig. 4 にフローチャートを示す。このアルゴリズムは Minimum Energy Algorithm と Change Topology Algorithm から構成される。まず Minimum Energy Algorithm でシステム全体のエネルギーが最小となる有向木を生成する。その後 Change Topology Algorithm でネットワークの構造を変化させ、 $\text{tr}(P_\infty(T)) \leq \bar{P}$ を満たす有向木を求める。

Minimum Energy Algorithm はダイクストラ法を基にしたものとなっている。ダイクストラ法は任意の有向グラフから辺の長さが最小となる根付き広域木を生成す

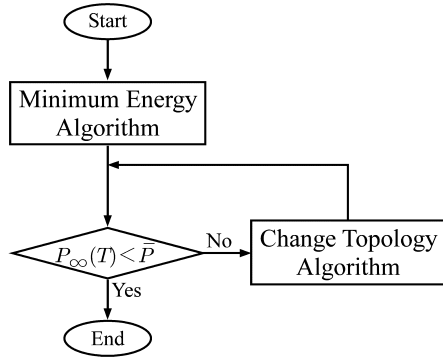


Fig. 4: Change Topology Algorithm

るアルゴリズムである。Minimum Energy Algorithm は辺の長さ送信エネルギーを対応させ、辺の向きを逆にすることで全体の送信エネルギーを最小にするアルゴリズムである。アドホックネットワークなどで最短経路を求める場合などに用いられる⁶⁾。

Change Topology Algorithm は Minimum Energy Algorithm で生成された有向木を変化させるアルゴリズムである。 S_i と $\text{Par}(S_i)$ の接続を切断し、 S_i と $\text{Par}(\text{Par}(S_i))$ を接続するという操作を $\text{tr}(P_\infty) \leq \bar{P}$ が満たされるまで繰り返すアルゴリズムである。操作はそれによるエネルギーの増加が小さいノードについて順に実行する。ただし、 $e(S_i, S_j)$ は S_i から S_j に送信するために必要なエネルギーである。

Change Topology Algorithm	
1: Initialization	
	$t := 0$ $T_t := T_0$
2: while $\text{tr}(P_\infty(T_t)) > \bar{P}$	
	$t := t + 1$
3: Search for minimum energy operation	
	$E_j^1 := e\{S_j, \text{Par}(S_j)\}$ $\quad + e\{\text{Par}(S_j), \text{Par}[\text{Par}(S_j)]\}$ $E_j^2 := e\{S_j, \text{Par}[\text{Par}(S_j)]\}$ $S_i := \arg \min_{S_j \in V_{T_{t-1}}} (E_j^2 - E_j^1)$ $A_{T_t} := A_{T_{t-1}} \cup \{S_i, \text{Par}[\text{Par}(S_i)]\} \setminus \{S_i, \text{Par}(S_i)\}$
5: end	
6: return $T_t = (V_{T_t}, A_{T_t})$	

4.2 アルゴリズムの動作

ここでは Tree Switching Algorithm が問題の解となっていることを示す。まず、補題 1, 2 を示す。これらの補題は操作をおこなうことで推定誤差が減少することを示すための補題である。

補題 1. $\gamma_i = \gamma_j$ のとき、 $X > 0$ に対する写像 $g_i(X)$,

$g_j(X)$, ($1 \leq i < j \leq \bar{h}$) について以下が成立する。

$$g_i(X) \geq g_j(X) \quad (28)$$

Proof. (22) 式を逆行列補題を用いて変形すると $g_i(X), g_j(X)$ は以下となる。ただし、 $l = i, j$ である。

$$g_l(X) = A [X^{-1} + C_l^T R_l^{-1} C_l - \gamma_l^{-2} I]^{-1} A^T + Q \quad (29)$$

ここで、(20), (31) 式より以下が成立する。ただし、 $j = i + 1, \dots, \bar{h}$ である。

$$C_j = [C_i^T \quad \Gamma_{i+1}^T \quad \dots \quad \Gamma_j^T]^T \quad (30)$$

$$R_j = \text{diag}\{R_i, \Upsilon_{i+1}, \dots, \Upsilon_j\} \quad (31)$$

(29), (30), (31) 式より、 $g_i(X), g_j(X)$ を求めると以下となる。

$$g_i(X) = X'^{-1} + Q \quad (32)$$

$$g_j(X) = (X' + \Upsilon')^{-1} + Q \quad (33)$$

ただし、 $X' > 0, \Upsilon' \geq 0$ は以下である。

$$X' := A^{-T} (X^{-1} + C_i^T R_i^{-1} C_i - \gamma_i^{-2} I) A^{-1} \quad (34)$$

$$\Upsilon' := A^{-T} \left(\sum_{m=i+1}^j \Gamma_m^T \Upsilon_m^{-1} \Gamma_m \right) A^{-1} \quad (35)$$

よって $g_i(X) - g_j(X)$ は以下となる。

$$g_i(x) - g_j(X) = (X' + \Upsilon')^{-1} [\Upsilon' + \Upsilon' X' \Upsilon'] (X' + \Upsilon')^{-1} \quad (36)$$

$g_i(X) - g_j(X) \geq 0$ より (28) 式が成立する。□

補題 2. $\gamma_i = \gamma_j$ のとき、 $X_1 - X_2 \geq 0, X_1 > 0, X_2 > 0$ を満たす X_1, X_2 に対する写像 $g_i(X_1), g_i(X_2)$ について以下が成立する。

$$g_i(X_1) \geq g_i(X_2) \quad (37)$$

Proof. $X'_m = X_m^{-1} + C_m^T R_m^{-1} C_m - \gamma_m^{-2} I$, ($m = 1, 2$) と置くと $g_i(X_1), g_i(X_2)$ は以下となる。

$$g_i(X_1) = A X_1'^{-1} A^T + Q \quad (38)$$

$$g_i(X_2) = A [X_1' + (X_2^{-1} - X_1^{-1})]^{-1} A^T + Q \quad (39)$$

ここで $X_1 - X_2 \geq 0$ より $X_2^{-1} - X_1^{-1} \geq 0$ が成立する。よって、補題 1 と同様の計算を行うことで、 $g_i(X_1) - g_i(X_2) \geq 0$ が成立する。□

以上の補題 1, 2 を用いることでアルゴリズムについて以下の定理が成立する。

定理 2. Minimum Energy Algorithm が $P_\infty(T) > \bar{P}$ を満たす有向木 T を生成し、通信エネルギーについての有向グラフ G が与えられたとする。さらにこれらから Change Topology Algorithm により有向木 $T' \in T_{all}$ が得られたとする。この時以下が成立する。

$$P_\infty(T') \leq \bar{P}, \quad E(T') \geq E(T) \quad (40)$$

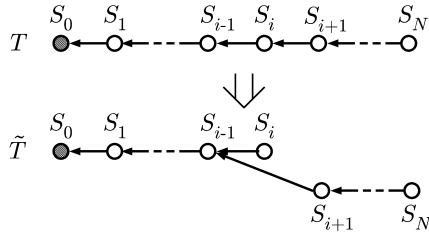


Fig. 5: Tree T and \tilde{T}

Proof. ここでは簡単のためネットワーク構造 T が Fig. 5 に示す一本の線の場合について証明を行う. ただし分岐が存在する場合も同様に考えることができる.

T の S_{i+1} について切り替えの操作を行い, \tilde{T} が得られたとする. 補題 1, 2 を用いると $P_\infty(T), P_\infty(\tilde{T})$ はそれぞれ以下となる.

$$P_\infty(T) = g_2 \circ \dots \circ g_{i-1} \circ g_i \circ g_{i+1} \circ \dots \circ g_{h-1}(\bar{P}_\infty) \quad (41)$$

$$\begin{aligned} P_\infty(\tilde{T}) &= g_2 \circ \dots \circ g_{i-1} \circ g_{i+1} \circ \dots \circ g_{h-1}(\bar{P}_\infty) \\ &= g_2 \circ \dots \circ g_{i-1} \circ g_{i+1} \circ \dots \circ g_{h-1} \circ g_h(\bar{P}_\infty) \\ &\leq g_2 \circ \dots \circ g_{i-1} \circ g_i \circ \dots \circ g_{h-2} \circ g_{h-1}(\bar{P}_\infty) \\ &= P_\infty(T) \end{aligned} \quad (42)$$

以上のような操作を $P_\infty(T') \leq \bar{P}$ が満たさるまで繰り返すので, $P_\infty(T') \leq \bar{P}$ が成立する. また Minimum Energy Algorithm で得られた有向木 T はエネルギーが最小なので, $E(T') \geq E(T)$ が成立する. \square

定理 2 より Tree Switching Algorithm が有向木のエネルギーを最小化したあと, $P_\infty(T) \leq \bar{P}$ が満たされるまでネットワーク構造を変化させる事で, 問題 4 の解となることがわかる. また, 問題 3 については, フィードバックゲイン K を離散時間 LQR 制御により設計する.

5 制御実験

前節までで述べた推定, ネットワーク切替アルゴリズムの有効性を制御実験により検証する. 実験装置の概要を Fig. 6 に示す. 制御対象である Plant は独立 2 輪駆動ビークルとする. この場合, 制御対象は非線形システムとなるが, 仮想構造を導入することでフィードバック線形化され, (1) 式の枠組みで表現することができる⁷⁾. Plant を以下とする.

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & T_s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & T_s \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \frac{T_s^2}{2} & 0 \\ 0 & \frac{T_s^2}{2} \\ T_s & 0 \\ 0 & T_s \end{bmatrix} u_k + w_k$$

$$T_s = 0.2$$

$$x_0 = [1.3 \ 0.7 \ 0 \ 0]^T$$

$N = 4$ とし, カメラをセンサとして用いる. 各センサノードはそれぞれ以下のような観測モデルを持つとする.

$$\begin{aligned} y_k^1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k^1 \\ y_k^2 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k^2 \\ y_k^3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x_k + v_k^3 \\ y_k^4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + v_k^4 \end{aligned}$$

これら 4 台のセンサノードの位置関係を Fig. 7 に示す. 通信に必要なエネルギーはノード間の距離を x_d と

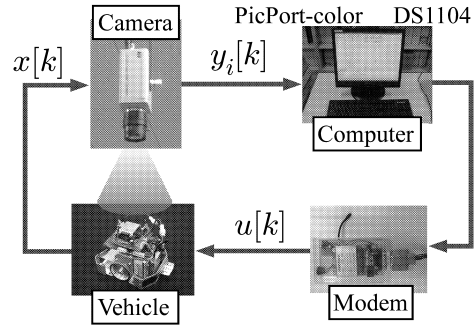


Fig. 6: experimental setup

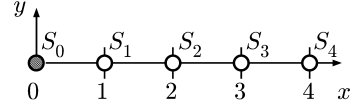


Fig. 7: Positions of sensor nodes

すると ϵx_d^2 , ($\epsilon \in \mathbb{R}$) で表わされ, 距離の 2 乗に比例するとする. 設計パラメータ $\bar{P}, Q_c, R_c, Q, \Pi_i$ は以下とした.

$$\bar{P} = 0.09, \quad Q = 0.0001I, \quad \Pi_i = 0.2, \quad (i = 1, \dots, 4)$$

$$Q_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}, \quad R_c = 200I$$

ネットワークはコンピュータ上で仮想的に構成し, 実験を行った. カメラ画像は Luetron Vision 社製画像入力ボード PicPort-color によりコンピュータに取り込み, その画像から Plant の状態を得る. Plant の制御, 状態推定には dSPACE 社製 DS1104 を用いた. Plant には無線モジュールを介して制御入力を送信する.

以上の条件で実験を行う. ただし 20 [step] で S_3 が故障し, 他ノードとの通信ができなくなるとする.

実験結果を Fig. 9 に示す. まず, ネットワーク切替アルゴリズムにより Fig. 8 の T_1 が生成され, 0 [step] から状態推定が行われる. $\gamma_1, \dots, \gamma_4 = 0.6$ とした. この時 $P_\infty(T_1) = 0.0833$ であり, $P_\infty \leq \bar{P}$ の条件を満たしている. システムの送信エネルギーは $E(T_1) = 4\epsilon$ である.

次に故障が起こった場合について考える. $k < 20$ では T_1 のネットワーク構造であるが, $k = 20$ で S_3 が故障したことでネットワーク構造は一時的に T_2 となる. この時, $P_\infty(T_2) = 0.0944 \geq \bar{P}$ であり条件を満たしていない. よって S_1, S_2, S_4 の 3 台によるネットワークを再構成する必要がある. 再びネットワーク切替アルゴリズムによりネットワークを再構成した場合の結果を Fig. 9 (a), (b) に, ネットワークを再構成せず T_2 のまま推定を行った結果を Fig. 9 (c), (d) に示す.

再構成を行った場合, $k > 20$ の時のネットワーク構造は T_3 となる. $\gamma_1, \gamma_2 = 0.8$ である. この時, $P_\infty(T_3) = 0.0804 \leq \bar{P}$, $E(T_3) = 9\epsilon$ である. 通信エネルギーは T_1 より大きくなってしまったが, $P_\infty \leq \bar{P}$ の条件が満たされていることがわかる.

一方, 再構成を行わなかった場合は $k > 20$ においても推定誤差の大きい T_2 のもとで推定を行っている. よっ

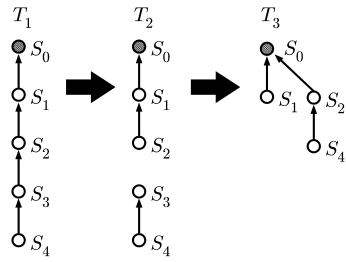


Fig. 8: Tree T_1, T_2, T_3

て Fig. 9 (d) と Fig. 9 (b) を比較すると、 $k > 20$ において (d) の推定値の方が振動的な応答となっていることがわかる。Fig. 9 (g) から $k > 20$ での推定値の振動によって平均 2 乗誤差も大きくなっていることがわかる。また Fig. 9 (a), (c) より推定値の振動によりピークルの応答も悪化していることがわかる。Plant の状態が完全に原点に収束しないのは推定値の振動の影響であると考えられる。

次に文献²⁾ のカルマンフィルタを用いた手法により推定を行った結果を Fig. 9 (e), (f) に示す。Fig. 9 (b), (f) より、振動的過渡応答が H_∞ フィルタでは低減されていることがわかる。また、 H_∞ 、カルマンフィルタそれぞれの平均 2 乗誤差を Fig. 9 (h) に示す。 H_∞ フィルタを用いた場合、過渡応答の改善により平均 2 乗誤差が小さくなることわかる。

6 おわりに

本稿では雑音の白色性についての仮定がない H_∞ フィルタによる状態推定アルゴリズムとその推定誤差と通信エネルギーを考慮したネットワークの切り替えアルゴリズムについて述べた。制御実験より、ネットワーク切替アルゴリズムによるネットワークの切り替えを行うことで、応答が改善することを確認した。また、 H_∞ フィルタを用いた場合、カルマンフィルタと比べて振動的な応答が軽減され、その結果、より小さな平均 2 乗誤差を得た。

参考文献

- 1) 佐藤 昌宏, 東 俊一, 杉江 俊治, “センサネットワーク型フィードバック制御に関する一考察,” 第 8 回制御部門大会, 54-2-2, 2008.
- 2) L. Shi, K. H. Johansson, R. M. Murray “Change Sensor Topology When Needed: How to Efficient Use system Resource in Control and Estimation over Wireless Network,” *proc. of IEEE Confrence Decision & Control*, pp.5478-5485, 2007.
- 3) R. Olfati-Saber, “Distributed Kalman Filter for Sensor Networks,” *proc. of IEEE Confrence Decision & Control*, pp. 5492-5498, 2007.
- 4) R. Carli, A. Chiuso, L. Schenato, S. Zampieri, “Distributed Kalman Filtering using consensus strategies,” *proc. of IEEE Confrence Decision & Control*, pp. 5486-5491, 2007.
- 5) F. L. Lewis, L. Xie, D. Pola, Optimal and Robust Estimation -With an Introduction to Stochastic Control Theory-, CRC Press, 2007.
- 6) Paolo Narváes, Kai-Yeung Siu and Hong-Yi Tzeng “New dynamic algorithms for shortest path tree computation,” *IEEE/ACM Transactions on Networking*, Vol. 8, No. 6, pp. 734-746, 2000.
- 7) 吉岡愛, 滑川徹, “マルチエージェントシステムの合意問題とそのフォーメーション制御への応用,” 計測自動制御学会論文集, Vol. 44, No. 8, pp. 663-669, 2008.

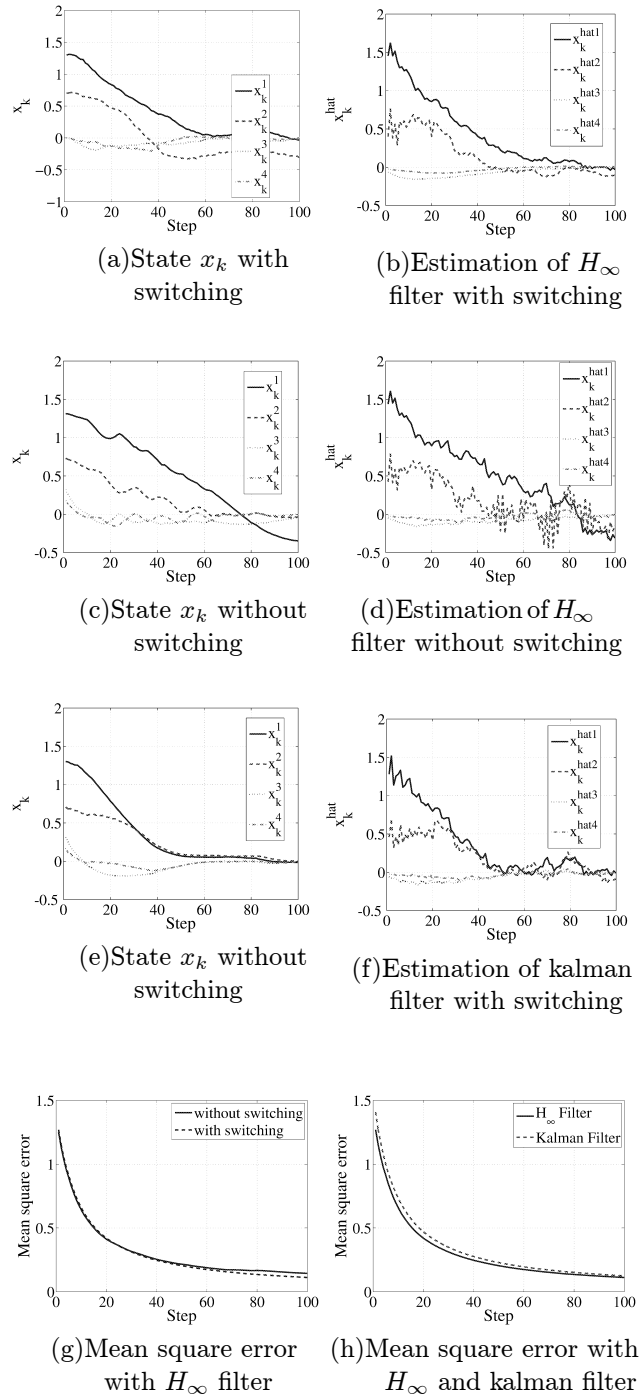


Fig. 9: experimental results