

# GIMC 構造による故障診断とその磁気浮上システムへの応用

中曾裕次郎 滑川徹 (金沢大学)

## GIMC-based Fault Isolation and Its Application to Magnetic Suspension System

\*Y. Nakaso and T. Namerikawa (Kanazawa University)

**Abstract**— This paper deals with a fault detection and isolation for a magnetically suspended steel plate system by using a switching control based on Generalized Internal Model Control (GIMC) structure which is implemented a robust fault detection filter, it is obtained by the multiple objective optimization problem. It is shown that the designed filter can isolate actuator faults experimentally.

**Key Words:** Fault Tolerant Control System, Fault Detection and Isolation, GIMC Structure, Magnetically Suspended Steel Plate System, Reconfigurable Control System.

### 1 はじめに

これまでの制御技術は、システム全体の性能をいかに向上させるかを主題としており、そのためにシステムの構造を改良したり、またセンサやアクチュエータをどのようにいくつ配置するかということを考えていた。しかし、これらセンサやアクチュエータなどは故障する可能性があり、このとき、システムの性能は著しく劣化し、最悪の場合不安定化することもある。このため、制御対象に故障や特性変動が生じた場合でもシステムの安定性を保持し、あるいはある程度の性能を維持することにより、システムの安定性だけでなく、安全性や信頼性を向上させることが期待されている。制御対象に故障が発生した場合、その故障に対応してシステムの安定性を維持できる制御系を耐故障制御系という。耐故障制御系では、主に次の 3 つの機能によって耐故障性を有する。まず故障が発生しているかどうかを検出する故障検出をおこなう。故障が発生したと判断した場合、どの部分が故障したのかを判断する故障診断をおこなう。最後に、検出あるいは診断した故障に対応する制御系に再構成することで、システムの安定性を維持する。これらの機能によって、正常時には高性能な制御系であり、故障が発生しても安定性が保証されるシステムを構築することが可能となる。このような耐故障制御系について様々な研究がされており、文献<sup>1, 2)</sup>でまとめられている。

特に最近では、例えば、オブザーバによって制御対象の特性変動を検出することで故障検出をおこなう方法が提案されている<sup>3, 4)</sup>。しかし、文献<sup>3)</sup>ではシステムのパラメータ変動等も故障として取り扱うため、制御対象の特性変動も故障として誤認識してしまうおそれがある。また、その故障に対する制御系へ再構成することを考えているものは少ない。

この問題に対し、従来研究ではモデルの左既約分解表現を用い、推定誤差信号を用いて制御対象の特性変動を検出することができる GIMC 構造による制御系設計が提案されており<sup>5, 6)</sup>、磁気浮上系へ適用することで制御対象がノミナルな状態では高性能であり、制御対象が変動した場合は高ロバスト性を有する制御系として有効であることが示されている<sup>7)</sup>。

文献<sup>8)</sup>では、故障検出フィルタの設計法として、故障による影響の最大化問題を定式化している。また、数値

例を通してそれに対する故障検出フィルタを導出し、その有効性を示している。しかし、検出部分のみの検証となっており、仮想的な故障信号を用いたシミュレーションをおこなっているのみである。一方、複数の故障に対してロバストフィルタを設計し、故障診断をおこなっている研究もある<sup>9, 10)</sup>。しかし、検出フィルタが高次元になり、さらに故障の種類の数だけフィルタを用意する必要があったり、あるいはすべての状態が観測できなければならないという制約がある。また、これらもシミュレーションによる評価しかされていない。これに対し筆者らは、ロバスト制御の観点から、外乱による影響を抑えるために故障検出フィルタに関して外乱による影響の最小化問題を新たに定式化し、それに対する最適な故障検出フィルタを導出した<sup>11)</sup>。また、磁気浮上システムに対して耐故障制御系を構築し、故障検出フィルタの有効性を実験的に示した。しかし、SISO システムを扱っており、故障診断をおこなっていないため、耐故障制御系としての機能を有しているとは言い難い。

そこで本稿では、先行研究<sup>11)</sup>の故障検出法を MIMO システムへ応用し、さらに故障診断をおこなうことを目的とする。鋼板磁気浮上システムを制御対象とし、アクチュエータ故障を複数想定した制御系設計をおこない、それらに対して安定性を維持するような GIMC 構造に基づく耐故障制御系を構築する。さらに故障診断をおこなうためのアルゴリズムを適用し、どのアクチュエータが故障しているかどうか診断できることを実験的に示す。

### 2 故障検出フィルタ

#### 2.1 数学的準備

次のような LTI システムを考える。

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + B_u u + B_d d + B_f f \\ y &= Cx + D_u u + D_d d + D_f f \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 $x \in \mathbb{R}^n$  は状態、 $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  は制御入力、 $d \in \mathbb{R}^{n_d}$  は外乱、 $f \in \mathbb{R}^{n_f}$  は故障信号、 $y \in \mathbb{R}^{n_y}$  は観測出力を表す。このとき、式 (1) の伝達関数表現は

$$y(s) = G_u(s)u(s) + G_d(s)d(s) + G_f(s)f(s) \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} G_u & G_d & G_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_u & B_d & B_f \\ C & D_u & D_d & D_f \end{bmatrix} \quad (3)$$

となる。このシステムに対し、次のような仮定をおく。

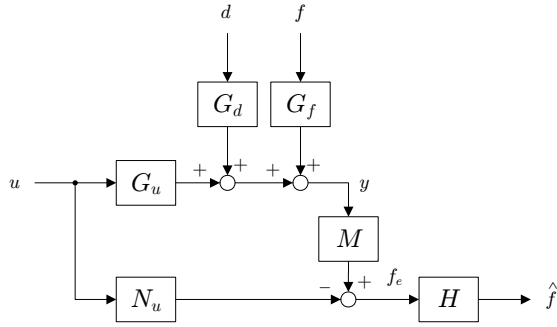


Fig. 1: Block Diagram for the Fault Detection

仮定 1  $(A, C)$  は可検出である.

仮定 2  $D_f$  は行フルランクである.

仮定 3 伝達行列  $G_f$  が虚軸上に伝達零点を持たない.

ただし、一般的に 1 つの出力に対して 1 つのセンサを用いるため、センサ故障信号も出力と 1 対 1 対応となる。したがって仮定 2 はごく自然に成立する。

$G_u, G_d, G_f$  は行列  $A, C$  が共通であるため、仮定 1 より、それぞれの左既約分解表現は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} G_u & G_d & G_f \end{bmatrix} = M^{-1} \begin{bmatrix} N_u & N_d & N_f \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} M & N_u \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} A + L_p C & L_p B_u + L_p D_u \\ \hline C & I D_u \end{array} \right] \quad (5)$$

ただし、 $L_p$  は  $A + L_p C$  を安定とする行列である。 $N_d, N_f$  に関しても同様である。このとき、式 (2)(4) より、Fig. 1 に示すような、推定誤差信号  $f_e$  に対する故障検出フィルタ  $H \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$  を考える。式 (4) より推定誤差信号  $f_e$  は、

$$f_e = My - N_u u = N_d d + N_f f \quad (6)$$

となる。上式から、推定誤差信号  $f_e$  は外乱と故障信号に依存している。また、仮定 2 および 3 より  $W_f W_f^* = N_f N_f^*$  を満たす可逆な正方伝達行列  $W_f \in \mathcal{RH}_\infty$  が存在する<sup>11)</sup>。

## 2.2 故障検出フィルタに関する最適化問題

Fig. 1 から、故障検出フィルタ  $H$  の入出力関係は、

$$\hat{f} = H f_e = H N_d d + H N_f f = G_{\hat{f}d} d + G_{\hat{f}f} f \quad (7)$$

となる。ただし、 $G_{\hat{f}d}$  は外乱  $d$  からフィルタ出力  $\hat{f}$  までの伝達行列、 $G_{\hat{f}f}$  は故障信号  $f$  からフィルタ出力  $\hat{f}$  までの伝達行列を表す。フィルタ出力  $\hat{f}$  を用いて故障検出をおこなうが、この信号は故障信号だけでなく、外乱の影響も受けてしまう。このため、故障検出フィルタ  $H$  には外乱除去性能と、故障信号に対する高感度性を同時に要求される。そこで、本節では 2 つの問題を定式化し、それに対する最適解を導出する。

## 2.3 フィルタ A

故障検出フィルタに関して次のような問題を定式化する。

問題 1 (フィルタ A) システム (1) に対してある正数  $\beta > 0$  を考える。このとき、次式を最適とする安定な伝達行列  $H \in \mathcal{RH}_\infty^{n_y \times n_y}$  を見つけよ。

$$\min_{H \in \mathcal{RH}_\infty^{n_y \times n_y}} \left\{ \|H N_d\|_\infty : \|H N_f\|_- \geq \beta \right\} \quad (8)$$

問題 1 では、故障による影響を  $\beta$  に保ちながら外乱の影響を最小化する問題となっている。この問題に対する最適解として、次の定理が成り立つ。

定理 1<sup>11)</sup> (フィルタ A) システム (1) に対して仮定 1-3 が成り立つとする。このとき、問題 1 に対する最適故障検出フィルタ  $H$  は次式で与えられる。

$$H = \beta W_f^{-1} \quad (9)$$

定理 1 より、パラメータ  $\beta$  を与えることで問題 1 に対する最適な故障検出フィルタを得る。

## 2.4 フィルタ B

前節では、全周波数帯域において故障の影響のレベルを保持しつつ外乱の影響を最小化する問題を考えた。ここではある周波数領域を限定して評価することで、故障検出フィルタ設計に関して自由度を与える。すなわち、次のような問題を定式化する。

問題 2 (フィルタ B) システム (1) に対してある正数  $\beta > 0$  を考える。このとき、次式を最適とする安定な伝達行列  $H \in \mathcal{RH}_2^{n_y \times n_y}$  を見つけよ。

$$\min_{H \in \mathcal{RH}_2^{n_y \times n_y}} \left\{ \|H N_d\|_2 : \|H N_f\|_-^{[f_1, f_2]} \geq \beta \right\} \quad (10)$$

この問題に対して、次の定理が成り立つ。

定理 2<sup>11)</sup> (フィルタ B) システム (1) に対して仮定 1-3 が成り立つとする。このとき、故障検出フィルタ  $H$  を

$$H = \Psi W_f^{-1}, \quad \Psi \in \mathcal{RH}_2^{n_y \times n_y} \quad (11)$$

$$(12)$$

とすると、問題 2 は次のような問題と等価となる。

$$\min_{\Psi \in \mathcal{RH}_2^{n_y \times n_y}} \left\{ \|\Psi W_f^{-1} N_d\|_2 : \|\Psi\|_-^{[f_1, f_2]} \geq \beta \right\} \quad (13)$$

フィルタ B は定理 2 で得られた問題を Simplex 法などによって解くことで導出することができる。また、フィルタ A よりフィルタ B のほうが設計自由度が高く、フィルタの速応性や外乱抑制性能を時間応答を見ながら設計することができる。

## 3 鋼板磁気浮上システム

### 3.1 制御対象と故障状況について

本稿で扱う鋼板磁気浮上システムは Fig. 2 に示すように、四隅に配置された電磁石の吸引力によって鋼板を浮上させる装置である<sup>12)</sup>。ただし、後述する検証実験のために、浮上体である鋼板の上にはアルミ板 2 枚を乗せている。この鋼板磁気浮上システムは、Fig. 3 に示

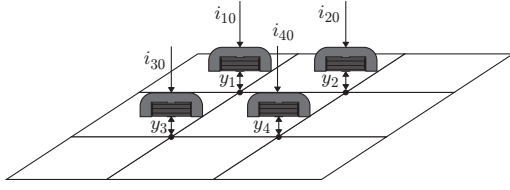


Fig. 2: Magnetically Suspended Steel Plate System

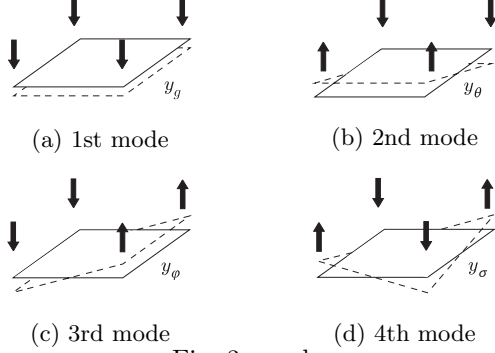


Fig. 3: modes

すような 4 つの運動モードを考えることでその状態空間表現を得る<sup>13)</sup>. そこで、各運動モードの運動方程式を考えると以下ようになる. ただし、実際に各電磁石へ流れる電流を  $i_0^{mag} = [i_{10} \ i_{20} \ i_{30} \ i_{40}]^T$ , 各運動モードに対する電流を  $i_0 = [i_{g0} \ i_{\theta 0} \ i_{\phi 0} \ i_{\sigma 0}]^T$  とおく.

$$i_0^{mag} = T i_0, \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\ddot{y}_g = \frac{4K_y}{m} y_g - \frac{4K_i}{m} i_{g0} + d_{g0} \quad (15)$$

$$\ddot{y}_\theta = \frac{4K_y}{m_\theta} y_\theta - \frac{4K_i}{m_\theta} i_{\theta 0} + d_{\theta 0} \quad (16)$$

$$\ddot{y}_\phi = \frac{4K_y}{m_\phi} y_\phi - \frac{4K_i}{m_\phi} i_{\phi 0} + d_{\phi 0} \quad (17)$$

$$\ddot{y}_\sigma = \frac{4K_y - K_\sigma}{m_\sigma} y_\sigma - \frac{C_\sigma}{m_\sigma} \dot{y}_\sigma - \frac{4K_i}{m_\sigma} i_{\sigma 0} + d_{\sigma 0} \quad (18)$$

ここで、 $d_0 = [d_{g0} \ d_{\theta 0} \ d_{\phi 0} \ d_{\sigma 0}]^T$  は各運動モードにおける外乱である. また、それぞれのパラメータを Tables 1, 2 に示す. さらに、制御入力に対してアクチュエータ故障信号が加法的に作用するものとする、各運動モードに対する制御入力  $i = [i_g \ i_\theta \ i_\phi \ i_\sigma]^T$  に対して次式が成り立つ.

$$i_0 = i + f_a \quad (19)$$

ただし、 $f_a = [f_{ag} \ f_{a\theta} \ f_{a\phi} \ f_{a\sigma}]^T$  はアクチュエータ故障信号である. 同様に、センサ故障を出力に対する加法的な作用として考えると、

$$y = y_0 + f_s \quad (20)$$

が成り立つ. ただし、 $y = [y_g \ y_\theta \ y_\phi \ y_\sigma]^T$  は観測出力、 $y_0 = [y_{g0} \ y_{\theta 0} \ y_{\phi 0} \ y_{\sigma 0}]^T$  は真値、 $f_s = [f_{sg} \ f_{s\theta} \ f_{s\phi} \ f_{s\sigma}]^T$  はセンサ故障信号を表す. これらをまとめると次式を得る.

Table 1: System Parameters

	記号	値
鋼板の質量 [kg]	$m$	2.543
慣性質量 [kg·m <sup>2</sup> ]	$I_x$	$5.087 \times 10^{-2}$
慣性質量 [kg·m <sup>2</sup> ]	$I_z$	$5.087 \times 10^{-2}$
電磁力作用点 [m]	$a$	0.125
4 次モードの質量 [kg]	$m_\sigma$	6.511
減衰項 [Ns/m]	$C_\sigma$	10.0
ばね定数 [N/m]	$K_\sigma$	$5.0 \times 10^4$
吸引力係数 [Nm <sup>2</sup> /A <sup>2</sup> ]	$k$	$12.340 \times 10^{-4}$
電磁石補正項 [m]	$y_0$	$1.044 \times 10^{-3}$
定常ギャップ [m]	$y_\infty$	$5.0 \times 10^{-3}$
定常電流 [A]	$I$	0.431

Table 2: Auxiliary Variables

$K_i = \frac{2kI}{(y_\infty + y_0)^2}$	$m_\theta = \frac{I_x}{a^2}$
$K_y = \frac{2kI^2}{(y_\infty + y_0)^3}$	$m_\phi = \frac{I_z}{a^2}$

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= A_0 x_0 + B_0 i_0 + B_{d0} d_0 \\ &= A_0 x_0 + B_0 (i + f_a) + B_{d0} d_0 \\ &= A_0 x_0 + B_0 i + B_d d_0 + B_f f \end{aligned} \quad (21)$$

$$y = C_0 x_0 + D_f f \quad (22)$$

ただし、 $x_0 = [y_g \ y_\theta \ y_\phi \ y_\sigma \ \dot{y}_g \ \dot{y}_\theta \ \dot{y}_\phi \ \dot{y}_\sigma \ y_\sigma]^T$  は状態、 $f = [f_{ag} \ f_{sg} \ f_{a\theta} \ f_{s\theta} \ f_{a\phi} \ f_{s\phi} \ f_{a\sigma} \ f_{s\sigma}]^T$  は故障信号を表す.

さらに、本稿では外乱と故障信号との分離をよりはっきりとさせるために、外乱信号にあらかじめ周波数重みを付加する. そこで、制御対象モデル (21) に対してパラメトリックな不確かさを与え、乗法的な不確かさを見積もる. 質量  $m$ 、定常電流  $I$ 、電磁力の作用点間の距離  $a$  について変動を与え、その周波数特性を覆うような重み関数を設定する. このとき、それぞれの運動モードの重み関数を次式に示す.

$$W_{d_g} = 0.126 \cdot \frac{(\frac{1}{2\pi \cdot 4} s + 1)}{(\frac{1}{2\pi \cdot 20} s + 1)} := \begin{cases} \dot{x}_{d_g} = A_{d_g} x_{d_g} + B_{d_g} d_g \\ d_{g0} = c_{d_g} x_{d_g} + D_{d_g} d_g \end{cases} \quad (23)$$

$$W_{d_\theta} = 0.126 \cdot \frac{(\frac{1}{2\pi \cdot 10} s + 1)}{(\frac{1}{2\pi \cdot 20} s + 1)} := \begin{cases} \dot{x}_{d_\theta} = A_{d_\theta} x_{d_\theta} + B_{d_\theta} d_\theta \\ d_{\theta 0} = c_{d_\theta} x_{d_\theta} + D_{d_\theta} d_\theta \end{cases} \quad (24)$$

$$W_{d_\phi} = 0.126 \cdot \frac{(\frac{1}{2\pi \cdot 10} s + 1)}{(\frac{1}{2\pi \cdot 20} s + 1)} := \begin{cases} \dot{x}_{d_\phi} = A_{d_\phi} x_{d_\phi} + B_{d_\phi} d_\phi \\ d_{\phi 0} = c_{d_\phi} x_{d_\phi} + D_{d_\phi} d_\phi \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} W_{d_\sigma} &= 0.251 \cdot \frac{(\frac{1}{2\pi \cdot 1} s + 1)(\frac{1}{2\pi \cdot 2} s + 1)(\frac{1}{2\pi \cdot 90} s + 1)^2}{(\frac{1}{2\pi \cdot 10} s + 1)^4} \\ &:= \begin{cases} \dot{x}_{d_\sigma} = A_{d_\sigma} x_{d_\sigma} + B_{d_\sigma} d_\sigma \\ d_{\sigma 0} = c_{d_\sigma} x_{d_\sigma} + D_{d_\sigma} d_\sigma \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

このとき、制御対象の状態空間表現は次式となる.

$$\begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu + B_d d + B_f f \\ y &= Cx + Du + D_d d + D_f f \end{cases} \quad (27)$$

$$A = \text{diag}\{A_g, A_\theta, A_\phi, A_\sigma\}, \quad (28)$$

$$A_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{4K_y}{m} & 0 & \frac{1}{m} C_{d_g} \\ 0 & 0 & A_{d_g} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$A_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{4K_y}{m_\theta} & 0 & \frac{1}{m_\theta} C_{d_\theta} \\ 0 & 0 & A_{d_\theta} \end{bmatrix}, \quad (30)$$

$$A_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{4K_y}{m_\phi} & 0 & \frac{1}{m_\phi} C_{d_\phi} \\ 0 & 0 & A_{d_\phi} \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$A_\sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{4K_y - K_\sigma}{m_\sigma} & -\frac{C_\sigma}{m_\sigma} & \frac{1}{m_\sigma} C_{d_\sigma} \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_\sigma} A_{d_\sigma} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$B = \text{diag}\{B_g, B_\theta, B_\phi, B_\sigma\}, \quad (33)$$

$$B_g = \begin{bmatrix} 0 & \\ -\frac{4K_y}{m} & \\ 0 & \end{bmatrix}, B_\theta = \begin{bmatrix} 0 & \\ -\frac{4K_y}{m_\theta} & \\ 0 & \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$B_\phi = \begin{bmatrix} 0 & \\ -\frac{4K_y}{m_\phi} & \\ 0 & \end{bmatrix}, B_\sigma = \begin{bmatrix} 0 & \\ -\frac{4K_y}{m_\sigma} & \\ 0 & \end{bmatrix}, \quad (35)$$

$$B_d = \text{diag}\{B_{d_g}, B_{d_\theta}, B_{d_\phi}, B_{d_\sigma}\}, \quad (36)$$

$$B_{d_g} = \begin{bmatrix} 0 & \\ \frac{1}{m} D_{d_g} & \\ B_{d_g} & \end{bmatrix}, B_{d_\theta} = \begin{bmatrix} 0 & \\ \frac{1}{m_\theta} D_{d_\theta} & \\ B_{d_\theta} & \end{bmatrix}, \quad (37)$$

$$B_{d_\phi} = \begin{bmatrix} 0 & \\ \frac{1}{m_\phi} D_{d_\phi} & \\ B_{d_\phi} & \end{bmatrix}, B_{d_\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & \\ \frac{1}{m_\sigma} D_{d_\sigma} & \\ B_{d_\sigma} & \end{bmatrix}, \quad (38)$$

$$B_f = \text{diag}\{B_{f_g}, B_{f_\theta}, B_{f_\phi}, B_{f_\sigma}\}, \quad (39)$$

$$B_{f_g} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{4K_i}{m} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{f_\theta} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{4K_i}{m_\theta} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (40)$$

$$B_{f_\phi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{4K_i}{m_\phi} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{f_\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{4K_i}{m_\sigma} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (41)$$

$$C = \text{diag}\{[1 \ 0 \ 0], [1 \ 0 \ 0], [1 \ 0 \ 0], [1 \ 0 \ 0]\}, \quad (42)$$

$$D = 0, \quad D_d = 0, \quad (43)$$

$$D_f = \text{diag}\{[0 \ 1 \ 0], [0 \ 1 \ 0], [0 \ 1 \ 0], [0 \ 1 \ 0]\} \quad (44)$$

ただし,  $x = [y_g \ \dot{y}_g \ x_{d_g} \ y_\theta \ \dot{y}_\theta \ x_{d_\theta} \ y_\phi \ \dot{y}_\phi \ x_{d_\phi} \ y_\sigma \ \dot{y}_\sigma \ x_{d_\sigma}]^T$  は状態,  $u = i$  は制御入力,  $d = [d_g \ d_\theta \ d_\phi \ d_\sigma]^T$  は外乱を表す. このシステムは仮定 1-3 を満足する.

### 3.2 制御対象の左既約分解表現とスペクトル分解

システム (27) に対し, 行列  $L_p$  を極配置法によって決定する. それぞれのモードで次のような極を指定する.

$$\lambda(A_1 + L_{p1}C_1) = \{-50, -500, -1000\} \quad (45)$$

$$\lambda(A_2 + L_{p2}C_2) = \{-50, -500, -1000\} \quad (46)$$

$$\lambda(A_3 + L_{p3}C_3) = \{-50, -500, -1000\} \quad (47)$$

$$\lambda(A_4 + L_{p4}C_4) = \{-50, -500, -1000, -2000, -0.77 \pm j80.0\} \quad (48)$$

このとき, 既約分解行列  $L_p$  は次式ようになる.

$$L_p = \text{diag}\{L_{p1}, L_{p2}, L_{p3}, L_{p4}\} \quad (49)$$

$$L_{p1} = \begin{bmatrix} -1.42 \times 10^3 \\ -3.99 \times 10^5 \\ -7.96 \times 10^6 \end{bmatrix}, L_{p2} = \begin{bmatrix} -1.42 \times 10^3 \\ -3.99 \times 10^5 \\ -2.04 \times 10^7 \end{bmatrix} \quad (50)$$

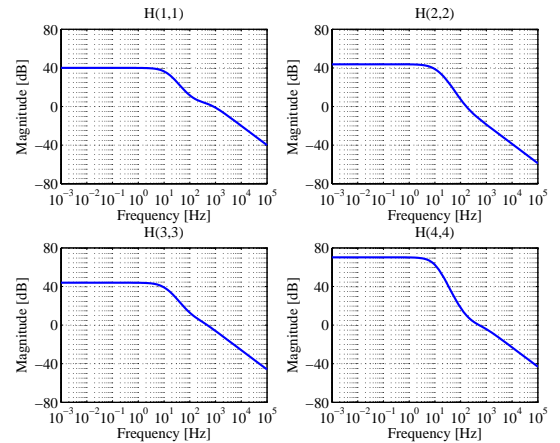
$$L_{p3} = \begin{bmatrix} -1.42 \times 10^3 \\ -3.99 \times 10^5 \\ -2.04 \times 10^7 \end{bmatrix}, L_{p4} = \begin{bmatrix} -3.30 \times 10^3 \\ -2.82 \times 10^6 \\ 9.83 \times 10^8 \\ -9.80 \times 10^8 \\ 8.51 \times 10^8 \\ -2.38 \times 10^8 \end{bmatrix} \quad (51)$$

### 3.3 故障検出フィルタの設計

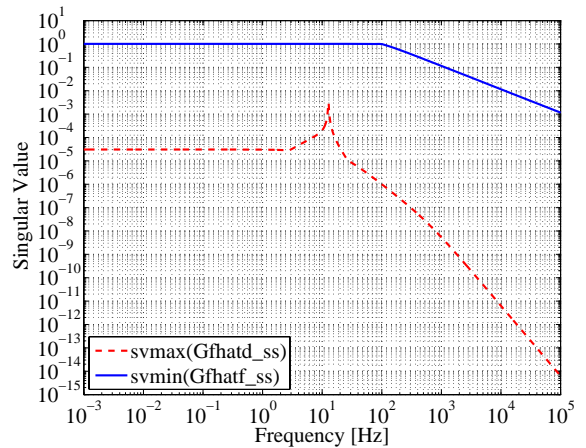
本節では, 定理 2 によって得られる故障検出フィルタの設計をおこなう.

$H_-$  ノルムの評価区間を  $[f_1, f_2] = [0.001, 10]$  とし,  $\beta = 1$ ,  $\Psi$  の次数を 4 とするとき, 定理 2 で与えられた最適化問題に対する最適な伝達行列  $\Psi$  は次式となった.

$$\Psi = \begin{bmatrix} -3817 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -366.9 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1569 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4363 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 6309 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 727.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3162 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4408 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (52)$$



(a) Bode Diagram of the Filter B



(b) The Singular Value of  $G_{fd}$  and  $G_{ff}$  with Filter B

Fig. 4: Property of the Fault Detection Filter

ただし, 最適化問題を解くにあたって, まず Simple Genetic Algorithm によってある程度まで解を収束させ, 得られた値を初期値として, 最終的に Nelder-Mead Simplex 法によって解を導出している<sup>11)</sup>.

上式を用いて, フィルタ B として  $H = \Psi W_f^{-1}$  を構成したとき, その周波数特性を Fig. 4 (a) に示す. また,  $G_{fd}$  の最大特異値および  $G_{ff}$  の最小特異値の周波数特性は Fig. 4 (b) のようになった. このとき,  $\|HN_f\|_{\infty}^{[0.001, 10]} = 1.0$ ,  $\|HN_d\|_2 = 3.33 \times 10^{-3}$  となる.

## 4 故障検出および故障診断

### 4.1 故障検出

他の運動モードと比べて 1 次運動モードのそれぞれの電磁石に対する影響がより強いことに注意し, 本稿では, 1 次運動モードに対するフィルタ出力  $\hat{f}_g$  を故障検出信号とし, この信号に対して閾値  $J_{th}$  を設ける. この閾値を超えることで故障を検出し, 故障診断をおこなうフェーズに移る.

### 4.2 故障診断

今, 鋼板を支えている 4 つの電磁石のうちの 1 つに対するアンプゲインが 50 % 低下するアクチュエータ故障を考える. つまり, この場合 4 種類のアクチュエータ故障が考えられる. どのアクチュエータが故障するかによって各運動モードへの影響が異なるため, どのア

Table 3: Actuator Fault and Fault Isolation Signal  $\eta$   
 +:larger than corresponding threshold value  $J_{thi}$   
 -:smaller than corresponding threshold value  $J_{thi}$

	$\hat{f}_1$	$\hat{f}_2$	$\hat{f}_3$	$\hat{f}_4$	$\eta$
no failure	-	-	-	-	0
failure $i_1$	+	-	-	-	1
failure $i_2$	-	+	-	-	2
failure $i_3$	-	-	+	-	3
failure $i_4$	-	-	-	+	4

クチュエータが故障しているかどうかを診断することが重要になる。

各電磁石に流れる電流  $i_0^{mag}$  は、各運動モードに対する電流  $i_0$  を用いて式 (19) より次のように変換できる。

$$i_0^{mag} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} i_0 = T i_0 \quad (53)$$

$$= T i + T f_a \quad (54)$$

$$= i^{mag} + f_a^{mag} \quad (55)$$

ただし、 $f_a^{mag} = [f_{a1} \ f_{a2} \ f_{a3} \ f_{a4}]^T$  である。つまり、各運動モードに対する故障信号  $f_a$  は変換行列  $T$  によって各電磁石に対する故障信号  $f_a^{mag}$  へ変換することができる。したがって、

$$f_a^{mag} = T f_a \quad (56)$$

となる。この式より、例えば 1 番目のアクチュエータが故障した場合、 $f_{a1}$  が発生することになるが、 $f_{a1}$  は各運動モードに対するアクチュエータ故障信号に対して正の方向に作用する。また、2 番目のアクチュエータが故障した場合は、 $f_{a2}$  が発生することになり、 $f_{a\phi}$ ,  $f_{a\sigma}$  には正の方向に作用し、 $f_{a\phi}$ ,  $f_{a\sigma}$  には負の方向に作用することになる。したがって、故障検出信号  $\hat{f} = [\hat{f}_g \ \hat{f}_\theta \ \hat{f}_\phi \ \hat{f}_\sigma]^T$  に対して、

$$\hat{f}^{mag} = [\hat{f}_1 \ \hat{f}_2 \ \hat{f}_3 \ \hat{f}_4]^T = T \hat{f} \quad (57)$$

を定義することで、Table 3 に示すような方法で故障診断をおこなうことができる。ここで、 $J_{thi}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) はそれぞれの故障検出信号  $\hat{f}_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) に対する閾値となる。この故障診断信号  $\eta$  を用いることでこのアクチュエータが故障しているかを診断する。閾値  $J_{thi}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) は実験によって試行錯誤的に決定する。

## 5 制御系設計

### 5.1 コントローラ設計

本稿では Fig. 5 に示すような GIMC 構造に基づく耐故障制御系を構築する。ここで、 $\tilde{P}$  は制御対象、 $U$  および  $V^{-1}$  はコントローラ  $K$  の左既約分解表現、 $Q$  は内部コントローラを表す。ここでは従来研究<sup>7)</sup> の設計指針と同様に、故障していない場合を想定したコントローラ  $K$  と、前節で想定した故障が発生した場合でもシステムが安定性を維持するようなコントローラ  $K_Q$  を混合感度問題を用いて設計する。さらに、コントローラ  $K$  は  $A_k + L_k C_k$  を安定とする行列  $L_k$  を用いて左既約分解をおこない、 $K = V^{-1} U$  とする。モデル  $P$  と同様、ここでは  $L_k$  を極配置法によって導出する。

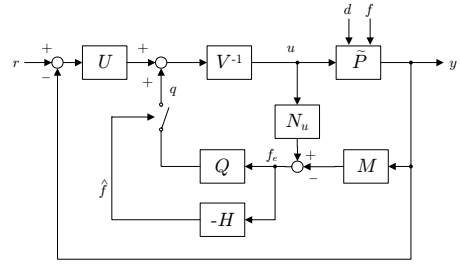


Fig. 5: GIMC-based Fault Tolerant Control

### 5.2 内部コントローラ $Q$

内部コントローラ  $Q$  は、 $Q = V(K_Q - K)(N_u K_Q + M)^{-1}$  から導出することができる。ただし、本稿では上式で導出した  $Q$  に対し、ハンケル特異値による平衡化実現をおこない、24 次の低次元内部コントローラ  $Q_{bal}$  を導出し、これを内部コントローラとしている。

## 6 検証実験

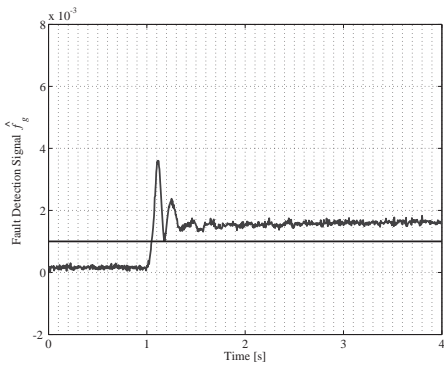
設計した故障検出フィルタを用いて、検証実験をおこなう。本実験では平衡状態を保持した状態からはじめ、1 [s] 後に各アクチュエータゲインが 50 % 低下するアクチュエータ故障を発生させる。ここで、故障診断信号  $\eta$  は Table 3 に基づいて変化するものとし、Table 3 以外の組み合わせとなった場合は  $\eta$  は変わらないものとする。また、故障は自動的に復帰することがないという考えから、 $\eta \neq 0$  から  $\eta = 0$  へは変化しないように設定している。

### 6.1 故障検出と制御系の再構成

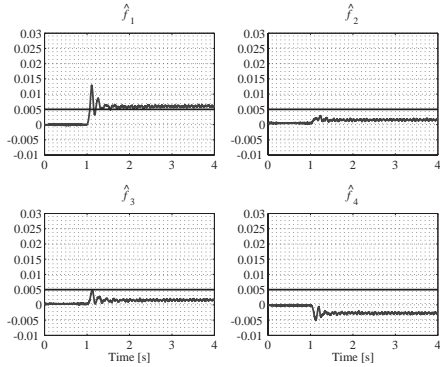
故障検出フィルタを用いた検証実験で得られたそれぞれの時間応答を Figs. 6 に示す。Fig. 6 (a) にフィルタ出力  $\hat{f}_g$  の時間応答を示す。1 [s] 後にアクチュエータ故障が起きたことによって  $\hat{f}_g$  が変化し、閾値  $J_{th} = 1 \times 10^{-3}$  を超えることで故障検出していることがわかる。引き続き、変換行列  $T$  によって生成した信号  $\hat{f}^{mag} = T \hat{f}$  によって故障診断をおこなう。Fig. 6 (b) に信号  $\hat{f}^{mag}$  の時間応答を示す。この信号に対し、閾値  $J_{thi} = 5 \times 10^{-3}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) とし、Table 3 に示すアルゴリズムを適用したとき、故障診断信号  $\eta$  の時間応答は Fig. 6 (c) のようになった。Table 3 にしたがって切り替えをおこなった結果、 $\eta$  が  $i_1$  が故障した場合と一致し、制御系を適切に切り替えることができる。同様に、 $i_1$  以外のアクチュエータが故障した場合も同じく故障診断信号  $\eta$  によって適切な切り替えがおこなわれていることを確認している。

### 6.2 外乱による故障検出信号への影響

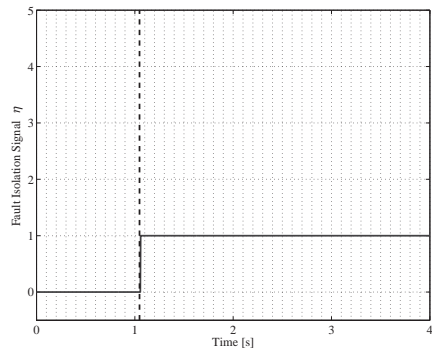
もしアルミ板を取り除いた場合、これはモデルのパラメータ誤差として影響する外乱となる。故障検出フィルタとしては、このような外乱の影響は抑え、故障信号と区別しなければならぬ。そこで、アルミ板を故意に取り除き、1 [s] 後に  $i_2$  に対するアクチュエータ故障を発生させる同様の実験をおこなう。これはモデルのパラメータ誤差として影響する外乱であるため、フィルタ出力  $\hat{f}$  への影響は少なく、いずれの場合においても正常に故障が診断されるべきである。Figs. 7 にそれぞれのフィルタ出力  $\hat{f}$  とそのときの故障診断信号  $\eta$  の時間応答を示す。実線がアルミ板を取り除かない場合、破線



(a) Filter Output  $\hat{f}_g$



(b) Filter Output  $\hat{f}_1, \hat{f}_2, \hat{f}_3$  and  $\hat{f}_4$



(c) Fault Isolation Signal  $\eta$

Fig. 6: Experimental Results with Faulty  $i_1$

が 1 枚、一点鎖線が 2 枚取り除いた場合の実験結果である。いずれの場合も、アルミ板の有無に関わらず故障診断できていることがわかる。

## 7 おわりに

本稿では、先行研究<sup>11)</sup>の故障検出法を MIMO システムである鋼板磁気浮上システムへ応用し、外乱の影響を考慮した最適故障検出フィルタを導出した。さらに複数のアクチュエータ故障を想定し、それらを区別するための診断アルゴリズムを適用した。複数のアクチュエータ故障に対してそれぞれ制御系設計をおこない、それらに対して安定性を維持するような内部コントローラを導出し、GIMC 構造に基づく耐故障制御系を構築した。最後に、アクチュエータ故障を発生させた検証実験をおこない、どのアクチュエータが故障しているかどうか診断できることを示した。また、制御対象に外乱が発生した場合にも故障診断をおこなうことができることを示した。

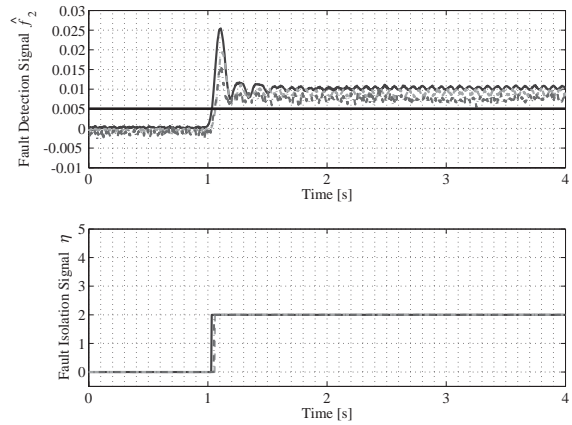


Fig. 7: Experimental Comparison with Faulty  $i_2$

## 参考文献

- 1) R. J. Patton, "Fault-Tolerant Control Systems: The 1997 Situation," *Proc. in IFAC Safeprocess Conference*, pp. 1033-1054, 1997.
- 2) Y. Zhang and J. Jiang, "Bibliographical Review on Reconfigurable Fault-Tolerant Control Systems," *Proc. in IFAC Safeprocess Conference*, pp. 265-276, 2003.
- 3) 越智, 佐伯, "反力センサを有する射出装置における故障検出器の設計法," 日本機械学会論文集 (C 編), 73 巻, 733 号, pp. 88-95, 2007.
- 4) 中澤, 千田, "Sliding mode observer によるシステムの異常検知フィルタの設計," 日本機械学会第 10 回「運動と振動の制御」シンポジウム, pp. 262-267, 2007.
- 5) K. Zhou and Z. Ren, "A New Controller Architecture for High Performance, Robust, and Fault-Tolerant Control," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 46, No. 10, pp. 1613-1618, 2001.
- 6) K. Zhou, "A Natural Approach to High Performance Robust Control: Another Look at Youla Parameterization," *Proc. in SICE Annual Conference*, pp. 869-874, 2004.
- 7) 滑川, 丸山, "GIMC 構造を用いた磁気浮上システムの高性能ロバスト制御," 計測自動制御学会論文集, Vol. 42, No.11, pp. 1181-1187, 2006.
- 8) N. Liu and K. Zhou, "Optimal Solutions to Multi-objective Robust Fault Detection Problems," *Proc. in IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 981-988, 2007.
- 9) D. U. Campos-Delgado, E. Palacios and D. R. Espinoza-Trejo, "Fault Detection, Isolation, and Accommodation for LTI Systems Based on GIMC Structure," *Journal of Control Science and Engineering*, Article ID 853275, 2008.
- 10) W. Wang, Y. Bo, K. Zhou and Z. Ren, "Fault Detection and Isolation for Nonlinear Systems with Full State Information," *Proc. in IFAC World Congress*, pp. 8908-8912, 2008.
- 11) 中曾, 滑川, "GIMC 構造に基づく故障検出とその磁気浮上システムへの応用," システム制御情報学会誌, vol. 21, no. 9, 2008.
- 12) T. Namerikawa, D. Mizutani and K. Kuroki, "Robust  $H_\infty$  DIA Control of Levitated Steel Plates," *Trans. on IEE of Japan*, vol. 126-D, no. 10, pp. 1319-1324, 2006.
- 13) H. Maruyama and T. Namerikawa, "GIMC-based Switching Control of Magnetically Suspended Steel Plates," *Proc. in IEEE Conference on Control Applications*, pp. 728-733, 2006.