

Fig.2 Two-wheeled vehicle model

Table 1 Definition of Symbols

$M_f, M_r, M_c$	Mass of each part
$H_f, H_r, H_c$	Vertical length from a floor to a center-of-gravity of each part
$L_{Ff}, L_F$	Horizontal length from a front wheel rotation axis to a center-of-gravity of part of front wheel and steering axis.
$L_r, L_R$	Horizontal length from a rear wheel rotation axis to a center-of-gravity of part of rear wheel and steering axis.
$L_c$	Horizontal length from a rear wheel rotation axis to a center-of-gravity of the cart system.
$l$	Horizontal length from a rear wheel rotation axis to a center-of-gravity of Two-wheeled Vehicle.
$J_x, J_z$	Moment of inertia around center-of-gravity $x$ axially and $z$ axially.
$\mu_x, \mu_z$	Viscous coefficient around $x$ axially and $z$ axis.
$V$	Velocity of Two-wheeled Vehicle.
subscript $f, r, c$	Part of front wheel, rear wheel, and cart system respectively

サーボアンプにより駆動される。

### 5. 線形化において2次以降の微小項は無視する。

上記の仮定のもと運動方程式を導出する。なお、以後の式中出现する記号の説明を Table 1 に示す。

二輪車が速度  $V$  で走行する場合、静止時の場合 [7] との違いは  $y$  方向へ次式の並進運動を伴うことである [8]。

$$\dot{y}(t) = V \sin \theta(t) - \frac{l}{L} V \sin \{\psi(t) - \Theta(t)\} \quad (1)$$

以上の関係を考慮して Lagrange 法により運動方程式を導出し、平衡点 ( $d(t) = \phi(t) = \psi(t) = \theta(t) = 0$ ) 周りで線形化を行う。この際、ハンドルを切ることによって生ずる  $x'$  軸と後輪部とのなす角  $\Theta(t)$  は、二輪車が直線走行するものと仮定しているので、次式の近似式に置き換えて導出する。

$$\Theta(t) = \frac{L_F}{L_F + L_R} \psi(t) \quad (2)$$

また、台車系とハンドル系は仮定よりその運動方程式が次式で与えられる [9] として導出した。

$$\begin{cases} \ddot{d}(t) + \alpha \dot{d}(t) = \beta u_c(t) \\ \ddot{\psi}(t) + \gamma \dot{\psi}(t) = \delta u_h(t) \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  はモータ系の物理パラメータであり、実験により決定される。

モデルの出力は台車の移動量  $d(t)$ 、二輪車の傾き  $\phi(t)$ 、ハンドルの切れ角  $\psi(t)$ 、後輪部の方位角  $\theta(t) + \Theta(t)$  であるので、状態量を式 (4) と置けば、状態空間モデルは式 (5) となる。

$$x = [d(t) \ \phi(t) \ \psi(t) \ \theta(t) \ \dot{d}(t) \ \dot{\phi}(t) \ \dot{\psi}(t) \ \dot{\theta}(t)]^T \quad (4)$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\alpha & 0 & 0 & 0 \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & 0 & a_{65} & a_{66} & a_{67} & a_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & 0 & a_{83} & a_{84} & a_{85} & a_{86} & 87 & a_{88} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \beta & 0 \\ b_{61} & b_{62} \\ 0 & \delta \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{43} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x \quad (5)$$

ここで、

$$\begin{aligned} den &= M_f H_f^2 + M_r H_r^2 + M_c H_c^2 + J_x \\ a_{61} &= -\frac{M_c g}{den}, \quad a_{62} = \frac{(M_f H_f + M_r H_r + M_c H_c) g}{den} \\ a_{63} &= -\frac{(M_f L_{Ff} L_R + M_r L_r L_F + M_c L_c L_F) g}{(L_F + L_R) den} \\ a_{65} &= -\frac{M_c H_c \alpha}{den}, \quad a_{66} = -\frac{\mu_x}{den} \\ a_{67} &= \frac{M_f H_f L_{Ff} \gamma}{den} + \frac{l L_R (M_f H_f + M_r H_r + M_c H_c) V}{(L_F + L_R)^2 den} \\ a_{68} &= -\frac{(M_f H_f + M_r H_r + M_c H_c) V}{den} \\ a_{83} &= -\frac{l L_R (M_f + M_r + M_c) V^2}{(L_F + L_R)^2 J_z} \\ a_{84} &= \frac{(M_f + M_r + M_c) V^2}{J_z}, \quad a_{85} = -\frac{M_c V}{J_z} \\ a_{86} &= \frac{(M_f H_f + M_r H_r + M_c H_c) V}{J_z} \\ a_{87} &= \frac{(M_f L_{Ff} L_R + M_r L_r L_F + M_c L_c L_F) V}{(L_F + L_R) J_z}, \quad a_{88} = -\frac{\mu_z}{J_z} \\ b_{61} &= \frac{M_c H_c \beta}{den}, \quad b_{62} = -\frac{M_f H_f L_{Ff} \delta}{den} \\ c_{43} &= \frac{L_F}{L_F + L_R} \end{aligned}$$

である。静止時の場合には、二輪車の姿勢角  $\theta(t)$  に関する項が存在しない。また、走行速度  $V = 0$  であるので、走行速度に依存した項も存在しない。式 (5) から上記の項を取り除くと静止時の状態空間モデルに一致する。静止時のモデリングについては文献 [7] を参照されたい。

なお、二輪車の物理パラメータは同定実験によって求めた。その詳細を Table 2 に示す。

## 4 制御系設計 [10]

まず、二輪車に加わる外乱について考える。二輪車の姿勢は系を安定化する台車系とハンドル系の挙動に左右される。これらのシステムの不確かさはプラントの入力部における摂動として表現できる。この影響を表現するために、外乱  $w_1$  を操作量に加わる外乱として定義する。

さらに、モデル化の際の簡略化などによる起因するモデルの不確かさや、ライダの搭乗や荷物の搭載などの外的要因によっても

Table 2 Physical parameters of Two-wheeled vehicle

Parameter	Value	Parameter	Value
$M_f$ [kg]	2.14	$H_f$ [m]	0.0800
$M_r$ [kg]	5.91	$H_r$ [m]	0.161
$M_c$ [kg]	1.74	$H_c$ [m]	0.0980
$L_{Ff}$ [m]	0.0390	$L_F$ [m]	0.133
$L_r$ [m]	0.128	$L_R$ [m]	0.308
$L_c$ [m]	0.259	$l$ [m]	0.2112
$J_x$ [kgm <sup>2</sup> ]	0.2	$J_x$ [kgm <sup>2</sup> ]	0.3218
$\mu_x$ [kgm <sup>2</sup> /s]	0.333	$\mu_z$ [kgm <sup>2</sup> /s]	0.333
$\alpha$	735	$\beta$	64
$\gamma$	111	$\delta$	253
$V$ [m/s]	1.0		

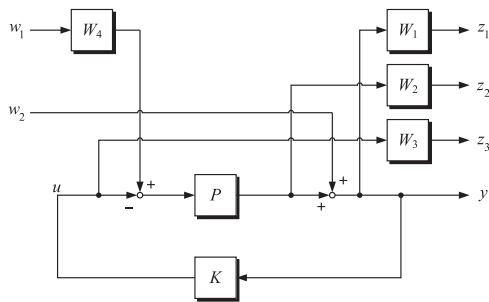


Fig.3 Generalized plant

二輪車の姿勢は左右される．そこで，これらをまとめて外乱  $w_2$  として定義する．

次に，被制御量を設定する．制御の基本仕様が二輪車の安定走行であるので，二輪車の姿勢  $(d(t), \phi(t), \psi(t), \theta(t))$  に重み付けした被制御量  $z_1, z_2$  を定義する．同様に過度の制御入力を抑えるために，制御入力  $u$  に重み付けした被制御量  $z_3$  を定義する．

最終的に，制御対象と重み行列をまとめて一般化プラントを Fig.3 のように構成した．このように一般化プラントを構成すると， $W_1$  は感度関数に関する重み， $W_2$  は乗法的な不確かさに関する重み， $W_3$  は制御入力に対する重み， $W_4$  は入力外乱に対する重みに対応する．

本制御系設計での制御問題は，系を内部安定化し，かつ条件

$$\left\| \begin{array}{cc} T_{z_1 w_1}(s) & T_{z_1 w_2}(s) \\ T_{z_2 w_1}(s) & T_{z_2 w_2}(s) \\ T_{z_3 w_1}(s) & T_{z_3 w_2}(s) \end{array} \right\|_{\infty} < \gamma \quad (6)$$

を満たすコントローラ  $K(s)$  を構成する問題である．ここで， $T_{z_i w_i}(s)$  は外乱  $w_i$  から，被制御量  $z_i$  までの伝達関数行列を表す．

安定化制御器の設計には  $H_{\infty}$  制御系設計問題を用い，次式的设计重みを用いた．ノミナルモデルとして，二輪車の走行速度は  $V = 1.0$  [m/s] と設定した．

$$\begin{aligned} W_1(s) &= \text{diag}(W_{11}, W_{12}, W_{13}, W_{14}) \\ W_2(s) &= \text{diag}(W_{21}, W_{22}, W_{23}, W_{24}) \\ W_3 &= \text{diag}(15, 100), \quad W_4 = \text{diag}(50, 10) \\ W_{11} &= \frac{35000}{s+50}, \quad W_{12} = W_{13} = W_{14} = \frac{20}{s+0.001} \\ W_{21} = W_{22} = W_{23} = W_{24} &= \frac{s+0.5 \times 2\pi}{0.5 \times 2\pi} \times \frac{10 \times 2\pi}{s+10 \times 2\pi} \end{aligned} \quad (7)$$

## 5 姿勢制御実験

得られたコントローラを 0.2 [msec] で離散化して実装した．姿勢制御実験として安定走行中のインパルス外乱応答を行う．ここでは，二輪車の走行速度を  $V = 1.0$  [m/s] (ノミナルモデル) と変動させた場合 ( $V = 0.5, 1.5, 2.0$  [m/s]) について実験する．

インパルス外乱応答は，安定走行中に台車の操作量に 4.7 [V] の電圧を 0.1 [sec] 間印加した．その応答結果を Fig.4 に示す．グラフは上から台車の移動量，二輪車の傾き角，ハンドルの切れ角である．外乱はグラフの 1 [sec] 時に印加している．

Fig.4(b) はノミナルモデルの実験結果である．制御器の設計時に設定した走行速度であるので，安定した走行が実現できた．安定走行時の台車の移動量，二輪車の傾き角，ハンドルの切れ角はそれぞれ  $\pm 10$  [mm]， $\pm 0.5$  [deg]， $\pm 0.7$  [deg] 以内に収まっており，良好な結果が得られた．外乱入力後には一度大きな姿勢変化が起きるが，不安定になることなく姿勢を収束させ，安定走行できていることが確認できる．

ノミナルモデルよりも走行速度が上がるにつれて，二輪車の傾き角の挙動が落ち着いていくことが確認できる (Fig.4(c),4(d))．その際，台車による補正動作は弱まってくるが，逆にハンドルによる補正動作が強まり，ハンドル操作による補正動作がより支配的になってくることを表している．一方，ノミナルモデルよりも走行速度が下がると (Fig.4(a))，二輪車の挙動は落ち着かず，ある一定の周期で横揺れしながら走行している．走行を止めると ( $V = 0$ ) 二輪車は倒れはしないものの，非常に大きな振幅の周期振動で安定化されている．これらは，二輪車の安定性が走行速度に依存しており，安定性が走行速度の上昇に伴い増す一方，静止時には非常に不安定であるという事実に合致した結果である．

## 6 おわりに

本研究では，静止状態において安定化させる目的で開発した自立走行二輪車に対し，走行安定化を目的とした制御系を構成した．走行を考慮したモデリングを行い，導出した数学モデルが静止時の場合の拡張となっていることを確認した． $H_{\infty}$  制御系設計問題を用いて安定化制御器を設計し，姿勢制御実験を行った．ノミナルモデルでは安定した走行を実現できた．姿勢制御実験の結果，インパルス外乱が入力されても，安定に走行する制御系を構成することができた．さらに，自立走行二輪車の走行速度を変化させた場合においても安定化が実現でき，ロバスト姿勢制御系が構成できた．

## 文献

- [1] R.S.Sharp, The Stability and Control of Motorcycles, *Jurnal Mechanical Engineering Science*, Vol.13, No.5 (1971), pp.1316-329
- [2] D.J.N.Limebeer and R.S.Sharp, Single-Track Vehicle Modeling and Control, *IEEE Control Systems Magazine*, (2006), pp.34-61
- [3] S.Evangelou, D.J.N.Limebeer, R.S.Sharp and M.C.Smith, Control of Motorcycle Steering Instabilities, *IEEE Control Systems Magazine*, (2006), pp.78-88
- [4] 仁木, 村上: ハンドル制御による電気自転車の走行安定化に関する一考察, 電気学会論文集 D, Vol.125, No.8 (2005), pp.779-785

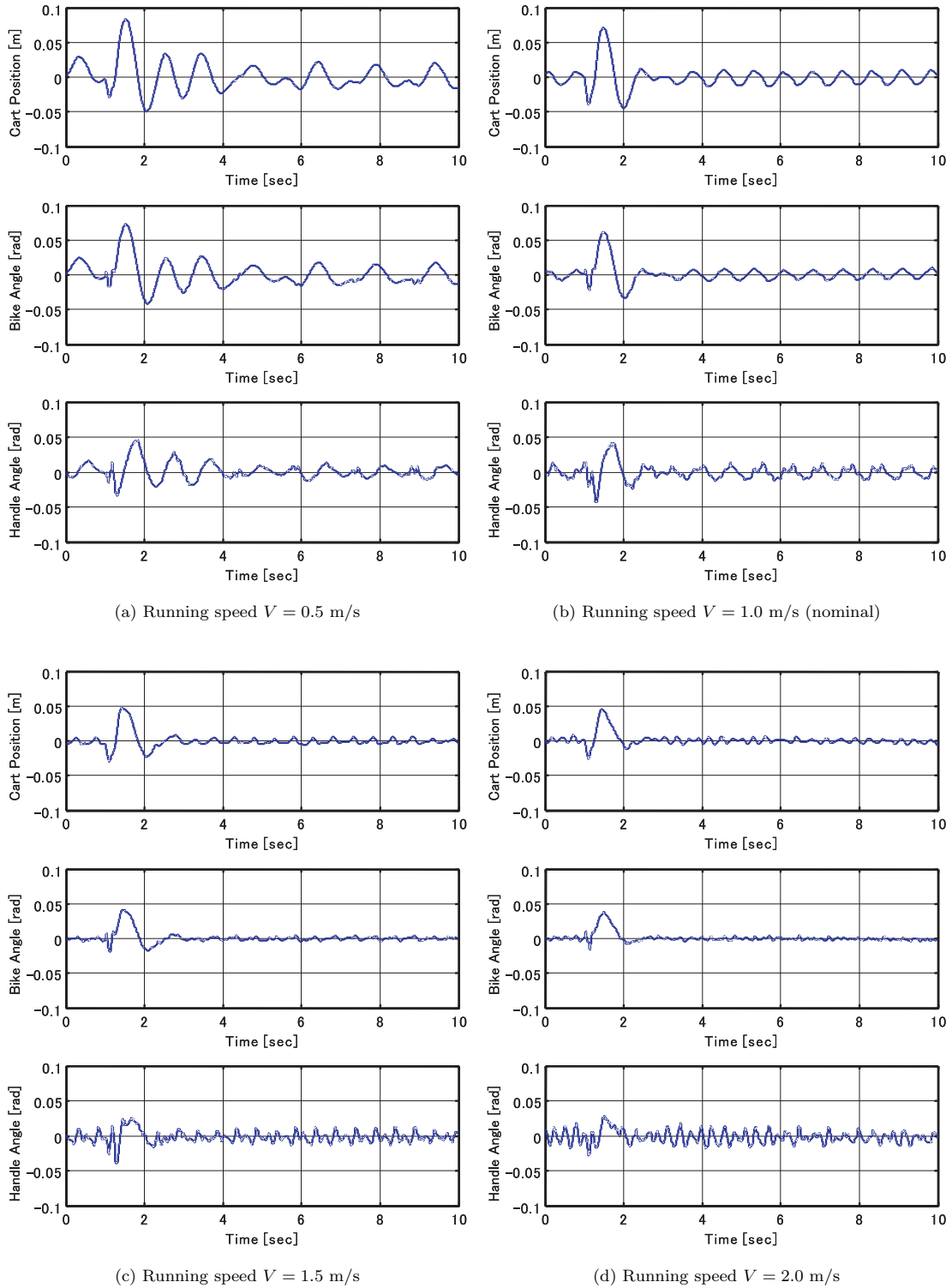


Fig.4 Experimental results for the running speed change

- [5] 佐口, 高橋, 吉田: 自立走行自転車ロボットの安定化走行制御, Dynamics and Design Conference 2006 講演論文集, No.06-7 (2006-8), CD-ROM (No.546)
- [6] 山北, 関口, 歌野, 大田, 池田, 倉林: バランサー搭載型二輪車の自動制御: 実験的検証, ロボティクス・メカトロニクス講演会 2006 予稿集, (2006-5), 2P2-E25
- [7] 佐藤, 滑川: 静止時における自立走行二輪車のモデリングとロボスタ姿勢制御, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.72, No.719 (2006), pp.2130-2136
- [8] 安部 正人: 自動車の運動と制御, (1992), 山海堂
- [9] 高木 章二: メカトロニクスのための制御工学, (2000), pp.68-69, コロナ社
- [10] 細江, 荒木: 制御系設計 -  $H_\infty$  制御とその応用 -, (1994), 朝倉書店