

# 仮想構造を用いたマルチビークルシステムのフォーメーション制御

○吉岡 愛 滑川 徹 (金沢大学)

## Virtual Structure Based Formation Control Strategies for Multi-vehicle System

\*C. Yoshioka and T. Namerikawa (Kanazawa University)

**Abstract**— This paper deals with the formation control using Virtual Structure (VS) for multi-vehicle system. We consider VS consensus, VS Flocking and VS Flocking with collision-avoidance problem under nonholonomic system. First, We consider Virtual Vehicle for the feedback linearization. Then, We propose VS consensus and Flocking control law. Simulation and Experiment results are provided that demonstrate VS Consensus and Flocking.

**Key Words:** Multi-Vehicle, Virtual Structure, Consensus Problem, Flocking Problem, Collision-Avoidance

### 1 はじめに

近年、分散型ネットワーク化制御システムに対する協調制御問題に関して、グラフ理論とシステム制御理論が融合し、新しい理論が急速に展開・発展している。その一つにマルチエージェントシステムに関する研究がある。マルチエージェントシステムの制御目的は、他のエージェントの情報を用いて各エージェントが自律的に望ましい動作をすることである。

マルチエージェントシステムの制御に関する研究の一つに合意問題がある。すべてのエージェントの状態が一致することを合意といい、文献<sup>1)</sup>では、合意に達成するための制御則などマルチエージェントシステムの制御問題について詳しく報告されている。合意問題は、フォーメーション制御に応用することができ、車両や飛行船など移動ロボットのフォーメーション形成は、複数のロボットが効率よく作業を行うための重要な要素である。一般的な車両は、車輪が横すべりしないなど速度拘束を受ける非ホロノミックシステムであり、非ホロノミックシステムのフォーメーション制御に関して、盛んに研究されている<sup>3) 4)</sup>。文献<sup>3)</sup>では、マルチエージェントシステムの Flocking 問題について衝突回避を含めた形での制御則が提案されている。しかし、相対位置の制御は行われていないため、任意のフォーメーションを形成することはできない。また、文献<sup>4)</sup>では、偏差モデル (Virtual Robot) を用いて任意のフォーメーションを形成する制御則を提案している。しかし、これは、リーダー・フォロア型によるフォーメーション制御であり、エージェント間の情報交換がされていない。

そこで本稿では、文献<sup>4)</sup>の偏差モデルをマルチエージェントシステムへと発展させ、任意のフォーメーションを形成する合意制御則を提案する。最後に合意制御則と衝突回避を含めた制御則を提案し、シミュレーションにて提案した制御則の有効性を検証する。

### 2 マルチビークルシステム

本稿では、エージェントをビークルとし、 $N$  台がネットワークで繋がっているマルチビークルシステムを制御対象とする。フォーメーションを達成するマルチビークルシステムを構成するために次のような仮定を置く。

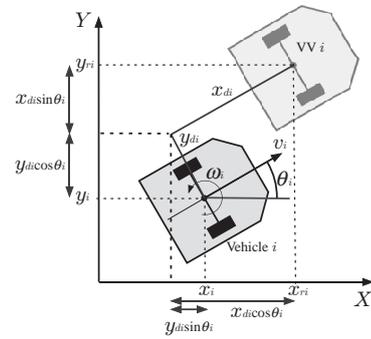


Fig. 1: Real Vehicle and Virtual Vehicle

[仮定 1]  $i$  番目のビークルと  $j$  番目のビークルとの情報交換の経路 (ネットワーク) が必ず存在する。

ネットワーク構造は、グラフで表現することができる。仮定で用いられるグラフ構造は、双方向通信が可能なグラフ (無向グラフ) の場合、連結グラフであり、単一方向通信を含むグラフ (有向グラフ) の場合、強連結グラフとなる。

本稿では、グラフ構造を数学的に扱うためにグラフラプラシアン  $L$  を用いる。 $j$  番目のビークルから  $i$  番目のビークルに情報が渡される場合を  $a_{ij} = 1$  とすると、グラフラプラシアン  $L = [l_{ij}]$  とは、 $l_{ii} = \sum_{j \neq i} a_{ij}$ 、 $l_{ij} = -a_{ij}$  と表される行列である。

#### 2.1 ビークルモデル

1 台のビークル (車両) は、Fig. 1 (左下) のような独立 2 輪車両として考える。 $N$  台のビークルが同じダイナミクスで表され、摩擦等を考慮しないと仮定すると、 $i$  台目のビークルモデルは以下で表される。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $(x_i, y_i)$  は、 $i$  番目のビークルの重心位置。 $\theta_i$  は姿勢角であり、制御入力は、速度  $v_i$ 、角速度  $\omega_i$  で与えられる。また、車輪が横すべりしないことから

$$\dot{x}_i \sin \theta_i - \dot{y}_i \cos \theta_i = 0 \quad (2)$$

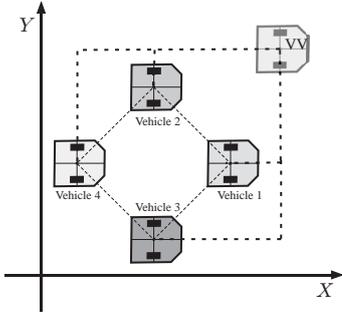


Fig. 2: Position of VSs

という速度に関する拘束式を得る. 時間で積分不可能なので, このシステムは, 非ホロノミックシステムとなる.

## 2.2 仮想構造 (VS)

Fig. 1 (右上) のように各ビークルに Virtual Vehicle<sup>4)</sup> (以下 VV) を与え, これを Virtual Structure (以下 VS) として捉える. ビークルと VV の位置関係を, Fig. 1 のように与えると, VV の状態 (重心位置と姿勢角) は以下で表される.

$$\begin{bmatrix} x_{ri} \\ y_{ri} \\ \theta_{ri} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i + x_{di} \cos \theta_i - y_{di} \sin \theta_i \\ y_i + x_{di} \sin \theta_i + y_{di} \cos \theta_i \\ \theta_i \end{bmatrix} \quad (3)$$

式 (3) を時間微分し, まとめると,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ri} \\ \dot{y}_{ri} \\ \dot{\theta}_{ri} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_i \\ B_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -x_{di} \sin \theta_i - y_{di} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & x_{di} \cos \theta_i - y_{di} \sin \theta_i \end{bmatrix}$$

$$B_\theta = [0 \quad 1]$$

となる.  $x_{di} \neq 0$  より,  $B_i$  は正則となる. 本稿では, この VS システムに対して, フォーメーション問題を考える.

## 3 VS 合意問題

本稿での制御目的は, ネットワーク上で他のビークルと情報交換を行いながら  $N$  台のビークルが任意のフォーメーションを形成することである. 任意のフォーメーションを形成するためには, Fig. 2 のように各ビークルの VV がすべて一致すればよい.

### 3.1 制御目的

各ビークルの VV が一致するためには, 少なくとも VV の重心位置, 姿勢の合意が必要である. この合意を VS 合意と呼ぶことにする. つまり,

$$x_{ri} \rightarrow x_{rj}, y_{ri} \rightarrow y_{rj}, \theta_{ri} \rightarrow \theta_{rj} \quad (t \rightarrow \infty) \quad (5)$$

となることである.

**補題 1:** <sup>2)</sup>  $N$  個の点からなる強連結グラフのグラフラプラシアン  $L$  を考える.  $\dot{x} = -(L \otimes I_m)x$  で表現されるシステムは,

$$x \rightarrow (x_{r1} x_{l1}^T \otimes I_m)x(0) = \mathbf{1} \otimes \alpha \quad (t \rightarrow \infty) \quad (6)$$

に収束する. ただし,  $x_{r1}, x_{l1}$  は,  $x_{l1}^T x_{r1} = 1, x_{l1}^T \mathbf{1} = 1$  を満たすグラフラプラシアン  $L$  の零固有値に対する右,

左固有ベクトルである.  $\otimes$  は, クロネッカ積を表し, 以降では,  $L \otimes I_m$  は,  $L_m$  と記述する.  $x = [x_1^T x_2^T \cdots x_N^T]^T \in \mathbb{R}^{Nm}$ ,  $x_i \in \mathbb{R}^m$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}^m$  は, 合意値,  $\mathbf{1} = [1 \ 1 \cdots 1]^T \in \mathbb{R}^N$  である.

つまり式 (6) は, 以下を示す.

$$x_1 = x_2 = \cdots = x_N = \alpha \quad (7)$$

### 3.2 制御則

本稿では, VS 合意を達成するために, 次のような各ビークルに与える制御則を提案する.

$$u_i = B_i^{-1} \left( -k \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (r_i - r_j) + \dot{r}_d \right) \quad (8)$$

ただし  $u_i = [v_i \ \omega_i]^T$  であり,  $r_i = [x_{ri} \ y_{ri}]^T$ ,  $\mathcal{N}_i$  は  $i$  の隣接集合,  $\dot{r}_d \in \mathbb{R}^2$  は一定目標速度である. また,  $k > 0$  は設計パラメータである.

**定理 1:** 式 (4) のダイナミクスを有する  $N$  台のマルチビークルシステムを考え, 各ビークルに対し, 制御則 (8) を適用する. ただし, [仮定 1] を満たし,  $k > 0$  かつ一定目標速度  $\dot{r}_d \neq 0$  とする. このとき, VS 合意が漸近的に達成される.

**証明:** 式 (4) で与えられる VS システムの重心位置  $r_i$  のみに対して,  $N$  台のマルチビークルシステムを考えると

$$\dot{r} = \oplus \sum_{i=1}^N B_i u \quad (9)$$

となる. ただし,  $r = [r_1^T \ r_2^T \ \cdots \ r_N^T]^T$ ,  $u = [u_1^T \ u_2^T \ \cdots \ u_N^T]^T$ ,  $\oplus \sum_{i=1}^N B_i$  は対角ブロック要素に  $B_i$  をもつ行列を表す. 制御入力  $u$  は, 式 (8) より,

$$u = \oplus \sum_{i=1}^N B_i^{-1} (-k L_{2r} r + \mathbf{1} \otimes \dot{r}_d) \quad (10)$$

とまとめて表すことができる. このとき式 (9) より,

$$\dot{r} = -k L_{2r} r + \mathbf{1} \otimes \dot{r}_d \quad (11)$$

となる. ここで, 偏差  $r_e = r - \mathbf{1} \otimes r_d$  として表すと,

$$\dot{r}_e = -k L_{2r} r_e \quad (12)$$

となる. 補題 1 より, 式 (12) で与えられるシステムが, 合意を達成することが分かる. つまり,  $t \rightarrow \infty$  で,  $r_e \rightarrow \mathbf{1} \otimes \alpha$  となる. この結果を  $r$  で考えると,

$$r \rightarrow \mathbf{1} \otimes (\alpha + r_d) \quad (t \rightarrow \infty) \quad (13)$$

であるから,  $r_i \rightarrow r_j \rightarrow \alpha + r_d$  に合意する.

次に姿勢  $\theta_{ri}$  について考える. 制御則 (8) を式 (4) の  $\dot{\theta}_{ri}$  に代入し,  $\dot{r}_d = [v_d \cos \theta_d \ v_d \sin \theta_d]^T$  として考えると,

$$\dot{\theta}_{ri} = -\frac{v_d}{x_{di}} \sin(\theta_{ri} - \theta_d) \quad (14)$$

を得る. この式から  $\theta_{ri} \rightarrow \theta_d$  ( $t \rightarrow \infty$ ) がいえる. よって制御則 (8) により, VS 合意は漸近的に達成されるので, ビークルは任意のフォーメーションを形成することができる.  $\square$

$B_i$  について考えると,  $x_{di} > 0$  と設定すれば, 正則であることから, 制御則による特異値も存在しない.  $x_{di}, y_{di}$  の値は,  $VV$  の値が合意に達成すればフォーメーションを形成するので, Fig. 2 のように  $VV$  の位置を適切に設定すると, 任意のフォーメーションを達成することができる.

次の定理では,  $VV$  の位置が,  $x_{d1} = x_{d2} = \dots = x_{dN}, y_{d1} = y_{d2} = \dots = y_{dN}$  である場合でもフォーメーションを達成することができることを示す.

**定理 2:** 式 (4) のダイナミクスを有する  $N$  台のマルチビークルシステムを考える. ただし, [仮定 1] を満たし,  $k > 0$  かつ一定目標速度  $\dot{r}_d \neq 0$  とする. このとき, 各ビークルでの VS の設定値が等しい場合, フォーメーションを達成する制御則は,

$$u_i = B_i^{-1} \left( -k \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left( (r_i - r_{ri}) - (r_j - r_{rj}) \right) + \dot{r}_d \right) \quad (15)$$

で与えられる. ただし,  $r_{ri}$  は,  $r_i$  に対する目標相対位置である.

**証明:** これは, 偏差  $\hat{r}_i = r_i - r_{ri}$  に対して,  $\hat{r}_1 = \hat{r}_2 = \dots = \hat{r}_N$  での VS 合意問題であるといえる. よって, 定理 1 から合意を達成できることは自明である.  $\square$

### 3.3 速度を考慮した VS 合意問題

3.2 節で提案した制御則 (8) には, 目標速度  $\dot{r}_d$  というフィードフォワード項がある. 実際のビークルを考えた場合, 個体差があり, 同じ入力を与えても同じ動作をしない場合がある. つまり, 制御則 (8) では, 重心位置での合意を達成したとしても速度が一致しない場合があるので, 姿勢合意を達成することはできない. そこで速度を考慮した VS 合意の有効性を達成するために新たな制御則

$$\begin{aligned} \dot{v}_{ri} &= -k_{vr}(v_{ri} - v^*) \\ u_i &= B_i^{-1} \left( -k \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left( (r_i - r_{ri}) - (r_j - r_{rj}) \right) + v_{ri} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

を提案する. ただし,  $v^*$  は目標速度で, 一定速度とし, 設計パラメータは  $k_{vr} > 0$  とする.

**定理 3:** 式 (4) のダイナミクスを有する  $N$  台のマルチビークルシステムを考え, 各ビークルに制御則 (16) を適用する. ただし, [仮定 1] を満たし,  $k, k_{vr} > 0$  かつ一定目標速度  $v_d \neq 0$  とする. このとき, VS 合意が漸的に達成される.

**証明:** 制御則 (16) をマルチエージェントシステムに代入すると

$$\begin{aligned} \dot{v}_r &= -k_v(v_r - \mathbf{1} \otimes v^*) \\ \dot{\hat{r}} &= -kL_2\hat{r} + v_r \end{aligned} \quad (17)$$

偏差  $v_{re} = v_r - \mathbf{1} \otimes v^*, r_e = \hat{r} - \int_0^t \mathbf{1} \otimes v^* d\tau$  としてまとめると

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_e \\ \dot{v}_{re} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -kL_2 & I_{2N} \\ 0 & -k_{vr}I_{2N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_e \\ v_{re} \end{bmatrix} \quad (18)$$

これより, 時間応答を考えると,

$$r_e \rightarrow \mathbf{1} \otimes \alpha \quad v_{re} \rightarrow 0 \quad (19)$$

となるのがわかる. よって,  $k, k_{vr} > 0$  ならば, 重心位置は合意を達成し, 速度は一定目標速度  $v^*$  に収束するので, フォーメーションを達成する.  $\square$

## 4 VS Flocking 問題

### 4.1 制御問題

Flocking とは, 各ビークルの速度が等しくなり, ビークル間の距離が等しくなることである. つまり,

$$\dot{r}_i \rightarrow \dot{r}_j \quad (20)$$

となることである. 前節では, フォーメーション形成つまり, 相対位置のみの VS 合意問題であった. 本節では, 速度も合意させる VS Flocking 問題を考える. 速度  $v_{ri} = [v_{xi} \ v_{yi}]^T$  として考えると,

$$\dot{v}_{ri} = a_i, \quad \dot{r}_i = v_{ri} \quad (21)$$

とできる. 加速度  $a_i$  は, 制御入力である.

### 4.2 制御則

VS Flocking 問題を達成するために次の制御則を提案する.

$$\begin{aligned} \dot{v}_{ri} &= - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} k_i \left( (\hat{r}_i - \hat{r}_j) + k_v(v_{ri} - v_{rj}) \right) \\ u_i &= B_i^{-1} v_{ri} \end{aligned} \quad (22)$$

ただし, 設計パラメータは,  $k_v, k_i > 0$  とする.

**定理 4:** 式 (4) のダイナミクスを有する  $N$  台のマルチビークルシステムを考え, 各ビークルに制御則 (22) を適用する. ただし, マルチビークルシステムは [仮定 1] を満たし, 合意速度  $v_i \rightarrow v_j \neq 0$  において,  $1 > |1 + 4/(k_v^2 \lambda_i)|$  が成り立つとする. このとき, VS Flocking 問題は漸的に達成される. ただし,  $\lambda_i$  は  $k_i$  を含んだ重みグラフラブラシアン  $L_w$  の固有値である.

**証明:** マルチビークルシステムの制御入力  $\dot{v}_r$  は,

$$\dot{v}_r = -L_w \cdot 2\hat{r} - k_v L_w \cdot 2v_r \quad (23)$$

と表すことができる. また,  $B_i^{-1}$  によって, VS システム (4) の位置座標は, 式 (21) で表現できる. よって, 式 (21) の 2 次システムに対する, Flocking 問題が達成できれば, VS システム (4) に対しても Flocking 問題が達成できる. 式 (21), (23) より, 以下が得られる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{r}} \\ \dot{v}_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & I_N \\ -L_w & -k_v L_w \end{bmatrix}}_{\Sigma} \otimes I_2 \begin{bmatrix} \hat{r} \\ v_r \end{bmatrix} \quad (24)$$

となる. 次に  $\Sigma$  の固有値を考えると, 零固有値の数は 2 である. このとき,  $1 > |1 + 4/(k_v^2 \lambda_i)|$  となるように  $k_v$  の値を設定した場合, 零固有値以外の固有値の実部は負となる<sup>5)</sup>. ただし,  $\lambda_i$  は  $-L_w$  の  $i$  番目の固有値である. 最後に式 (24) の時間応答を考える. このとき,  $\Sigma$  をジョルダン標準形  $J$  と任意のベクトルで構成され

る行列  $S$  に用いられる形  $\Sigma = SJS^{-1}$  に変換する。ただし,  $S = [\omega_1 \ \omega_2 \ \cdots \ \omega_{2N}]$ ,  $S^{-1} = [\nu_1 \ \nu_2 \ \cdots \ \nu_{2N}]^T$  で,  $\omega_1, \nu_2$  は,  $\lambda(\Sigma) = 0$  に対する  $\Sigma$  の右, 左固有ベクトルであり,  $\omega_2, \nu_1$  は,  $\Sigma\omega_2 = \omega_1, \nu_1^T \Sigma = \nu_2^T$  となるベクトルである。  $t \rightarrow \infty$  での状態は,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{r} \\ v_r \end{bmatrix} &= \lim_{t \rightarrow \infty} S \exp(Jt) S^{-1} \otimes I_2 \begin{bmatrix} \hat{r}(0) \\ v_r(0) \end{bmatrix} \\ &\rightarrow [\omega_1 \ \omega_2 \ \cdots \ \omega_{2N}] \begin{bmatrix} 1 & t & \cdot \\ 0 & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot [\nu_1 \ \nu_2 \ \cdots \ \nu_{2N}]^T \otimes I_2 \begin{bmatrix} \hat{r}(0) \\ v_r(0) \end{bmatrix} \\ &\rightarrow (\omega_1 \nu_1^T + \omega_1 \nu_2^T t + \omega_2 \nu_2^T) \cdot 2 \begin{bmatrix} \hat{r}(0) \\ v_r(0) \end{bmatrix} \quad (25) \end{aligned}$$

それぞれのベクトルは,

$$\omega_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \omega_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix}, \nu_1 = \begin{bmatrix} p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \nu_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ p \end{bmatrix}$$

となる。  $\mathbf{0} = [0 \ 0 \ \cdots \ 0]^T \in \mathbb{R}^N$  であり,  $p$  は,  $\lambda(-L_w) = 0$  の固有ベクトルで,  $p^T \mathbf{1} = 1$  である。これより, 次式を得る。

$$\begin{bmatrix} \hat{r} \\ v_r \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} (\mathbf{1}p^T) \cdot 2\hat{r}(0) + (\mathbf{1}p^T) \cdot 2v(0)t \\ (\mathbf{1}p^T) \cdot 2v(0) \end{bmatrix} \quad (26)$$

よって,  $\hat{r}_i \rightarrow \hat{r}_j$ ,  $v_{ri} \rightarrow v_{rj}$  が達成される。次に姿勢  $\theta_{ri}$  について考える。  $v_{ri} \rightarrow v_{rj} = [v_d \cos \theta_d \ v_d \sin \theta_d]^T$  に合意すると, 式 (14) と同様に  $\theta_{ri} \rightarrow \theta_{rj} \rightarrow \theta_d$  に収束する。以上より, VS Flocking 問題が, 漸近的に達成される。  $\square$

### 4.3 衝突回避を考慮した VS Flocking 問題

定理 4 より, VS Flocking 問題が達成されることによってフォーメーションが形成されることが分かった。しかし, 現実のビークル同士がフォーメーションを形成する際には, 衝突回避も重要な問題である。マルチビークルシステムでは, 人工ポテンシャル法を用いた衝突回避が有効であることが良く知られている<sup>3)</sup>。人工ポテンシャル法とはビークル同士が接近した場合, ビークル同士に人工的な斥力を働かせ, 衝突を回避する方法である。本稿では次のポテンシャルを用いる。

$$U_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} U_{ij}, \quad U_{ij} = \frac{d}{\|r_{ij}\|^2} + \log \|r_{ij}\| \quad (27)$$

ただし,  $r_{ij} = r_i - r_j$  とし,  $d$  は設計パラメータである。よって,  $VV$  の重心位置によって衝突回避を行うので,  $d > 2(\sqrt{x_{di}^2 + y_{di}^2} + R_v)$  とする。  $R_v$  はビークルの最大半径である。ここで, 衝突回避を考慮した制御則として以下を提案する。

$$\begin{aligned} \dot{v}_{ri} &= u_i^{co} + u_i^{ca} \\ u_i &= B_i^{-1} v_{ri} \end{aligned} \quad (28)$$

$u_i^{co}$  は, 合意のための制御入力,  $u_i^{ca}$  は, 衝突回避のための制御入力であり,

$$\begin{aligned} u_i^{co} &= -k_{vr}(v_{ri} - v^*) - \sum_{j \in \mathcal{N}_i} k_i \left( (\hat{r}_i - \hat{r}_j) + k_v(v_{ri} - v_{rj}) \right) \\ u_i^{ca} &= -\nabla_{r_i} U_i \left| \sum_{j \in \mathcal{N}_i} k_i (v_{ri} - v_{rj}) \right| \end{aligned} \quad (29)$$

となる。ただし,  $k_{vr}, k_v, k_i > 0$  は設計パラメータである。このとき, 以下の定理が成り立つ。

定理 5: 式 (4) のダイナミクスを有する  $N$  台の双方向通信可能なマルチビークルシステムを考え, 各ビークルに対し制御則 (28) を適用する。ただし, [仮定 1] を満たし, 目標速度  $v^* \neq 0$  において,  $k_{vr} + k_v \lambda_2 - f_{max} \|L_{w.2}\| > 0$  を満たすとする。このとき, VS Flocking 問題は漸近的に達成される。

証明:  $v_e = v_r - \mathbf{1} \otimes v^*$  とおくと, マルチビークルシステムの制御入力  $\dot{v}_e$  は,

$$\dot{v}_e = -k_{vr} v_e - L_{w.2} \hat{r} - k_v L_{w.2} v_e - \oplus \sum_i \nabla_{r_i} U_i |L_{w.2} v_e| \quad (30)$$

と表される。  $\oplus \sum_i \nabla_{r_i} U_i$  は, 各ブロックが  $\nabla_{r_i} U_i$  で表されるブロック対角行列である。リアプノフ関数候補として,

$$V = \frac{1}{2} (v_e^T v_e + \hat{r}^T L_{w.2} \hat{r}) \geq 0 \quad (31)$$

を考える。双方向通信可能なマルチエージェントシステムの情報構造は, 無向グラフなので  $L_{w.2} = L_{w.2}^T$  となる。リアプノフ関数の時間微分は,

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \hat{r}^T L_{w.2} \dot{\hat{r}} + v_e^T \dot{v}_e \\ &= \hat{r}^T L_{w.2} v_e - k_{vr} v_e^T v_e - v_e^T L_{w.2} \hat{r} - k_v v_e^T L_{w.2} v_e \\ &\quad - v_e^T \oplus \sum_i \nabla_{r_i} U_i |L_{w.2} v_e| \\ &= -k_{vr} \|v_e\|^2 - k_v v_e^T L_{w.2} v_e - v_e^T \oplus \sum_i \nabla_{r_i} U_i |L_{w.2} v_e| \\ &\leq -k_{vr} \|v_e\|^2 - k_v \lambda_2 \|v_e\|^2 + \|v_e^T \oplus \sum_i \nabla_{r_i} U_i |L_{w.2} v_e|\|^2 \\ &\leq -k_{vr} \|v_e\|^2 - k_v \lambda_2 \|v_e\|^2 + f_{max} \|L_{w.2}\| \|v_e\|^2 \\ &= -(k_{vr} + k_v \lambda_2 - f_{max} \|L_{w.2}\|) \|v_e\|^2 \end{aligned} \quad (32)$$

$\lambda_2$  は  $L_w$  の最小固有値であり,  $f_{max} = \max_{i=1, \dots, N} -\nabla_{r_i} U_i$  である。よって,

$$k_{vr} + k_v \lambda_2 - f_{max} \|L_{w.2}\| > 0 \quad (33)$$

のとき,  $\dot{V} \leq 0$  となる。よって VS システムは安定である。さらに,  $\dot{V} = 0$  は  $v_e = 0$  のときのみであり, ラサールの不変性原理より,  $v_e$  は 0 に漸近的に収束する。このことから, 速度合意  $v_{ri} \rightarrow v^*$  を達成することがわかる。また  $\hat{r}$  は,

$$\dot{v}_r = -L_{w.2} \hat{r} = 0 \quad (34)$$

よって,  $\hat{r}_i \rightarrow \hat{r}_j$  となる。このことから, 衝突回避を考慮した場合でも, VS Flocking 問題は漸近的に達成される。  $\square$

[注意 1] 衝突回避を考慮した制御則 (28) を  $u_{ca} = 0$  とすることで, 衝突回避を考慮しない制御則として考えることができる。この場合,  $f_{max} = 0$  なので,  $k_{vr} + k_v \lambda_2 > 0$  になればフォーメーションが可能となる。

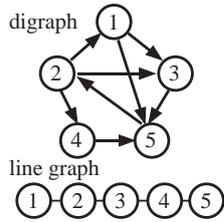


Fig. 3: Graph structure

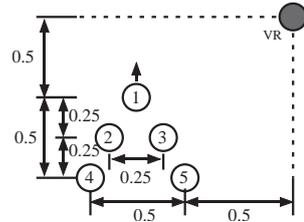


Fig. 4: Formation

Table 1: Information of vehicles

vehicle $i$	初期値 $(x_i, y_i, \theta_i)$	VS の位置 $(x_{di}, y_{di})$	初期速度 $(v_{xi}, v_{yi})$
1	$(0, 0, 0)$	$(0.5, -0.75)$	$(0.3, -0.1)$
2	$(-1, 0.5, \pi/4)$	$(0.75, -0.875)$	$(-0.1, 0.2)$
3	$(1, 0.5, \pi/3)$	$(0.75, -0.625)$	$(0.5, 0.3)$
4	$(-2, 1, \pi/2)$	$(1, -1)$	$(-0.3, -0.4)$
5	$(2, 1, \pi/2)$	$(1, -0.5)$	$(-0.1, 0.4)$

## 5 シミュレーションと制御実験による検証

VS 合意問題, VS Flocking 問題に対して, 提案した制御則の有効性をシミュレーションと制御実験により確認する. まず, 5 台のビークルに対し, Fig. 3 のようなグラフ構造を考える. 達成すべきフォーメーションの形と VS の設定値を Fig. 4 に示す. 各ビークルの初期値, 初期速度を Table 1 に示す.

### 5.1 VS 合意問題

制御則 (8) を適用する. 設計パラメータ  $k = 0.5$  とし, 目標速度  $\dot{r}_d = [0.1 \cos(\pi/2) \ 0.1 \sin(\pi/2)]^T$  とする. Fig. 5 から, フォーメーションを形成していること, Fig. 6 から VS 合意が達成されていることが確認出来る.

### 5.2 VS Flocking 問題

制御則 (22) を適用する. 設計パラメータ  $k_i = 0.1$ ,  $k_v = 1$  とする. Fig. 7 から, フォーメーションを達成していること, Fig. 8, Fig. 9 から VS Flocking が達成されていることがいえる.

### 5.3 衝突回避を考慮した VS Flocking 問題

制御則 (28) を適用する. 5 台のビークルのフォーメーションを考える. ネットワーク構造は, 線グラフ (Fig. 3 下) を考える. VS の設定値はすべて同じ値  $x_{di} = 0.05$ ,  $y_{di} = 0$  とする. 実験で用いるビークルの最大半径は  $R_v = 0.08$  なので, 衝突回避の設定値を  $d = 0.3$  とおく. 設計パラメータ  $k_{vr} = 1$ ,  $k_v = 2$ ,  $k_i = 0.3$  とし, 初期速度は, すべてのビークルで 0, 目標速度  $v^* = [0.1 \ \frac{\pi}{2}]^T$  とする. フォーメーションの形は Fig. 4 とし, 設定値  $r_{ri}$  と初期値  $R_i(0)$  を以下に示す.

$$\begin{aligned} r_{r1} &= [-0.25 \ 0], \quad r_{r2} = [-0.125, \ 0.25], \quad r_{r3} = [0, \ 0.5] \\ r_{r4} &= [0.125, \ 0.25], \quad r_{r5} = [0.25, \ 0] \\ R_1(0) &= [0 \ 0 \ \pi/2], \quad R_2(0) = [0.2 \ -0.2 \ \pi], \\ R_3(0) &= [0.4 \ -0.4 \ \pi/2], \quad R_4(0) = [0.6 \ -0.2 \ 0], \\ R_5(0) &= [0.8 \ 0 \ \pi/2] \end{aligned}$$

Fig. 10, 11 に衝突回避を考慮した場合と考慮しない場合 ( $u_i^{ca} = 0$ ) についてのシミュレーション結果を示す. Fig. 11 は, ビークル間の最小距離を示す. Fig. 10 から, 衝突回避を考慮した場合に対してもフォーメーションが達成されていること, Fig. 11 から, 衝突回避を考慮した場合のほうが接近が防がれていることがわかる.

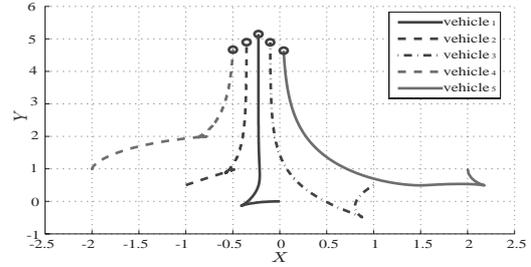


Fig. 5: Trajectory of five vehicles (VS Consensus)

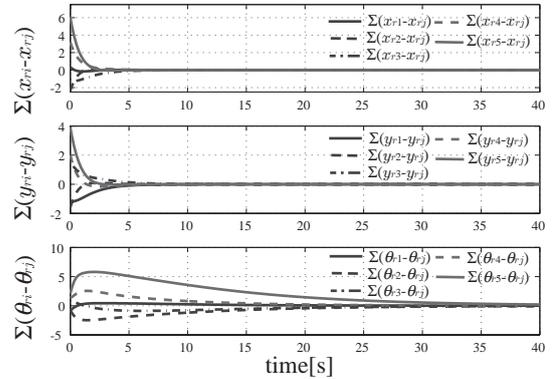


Fig. 6: Error of VSs (VS Consensus)

### 5.4 VS 合意問題の実験検証

3.3 節で提案した制御則 (16) に対して, Fig. 12 のような実験環境にて実機検証を行う. 2 台のビークルを用いる. サンプルタイムは, 無線通信の関係上  $0.2[s]$  とする.  $x_{d1} = x_{d2} = 0.5$ ,  $y_{d1} = y_{d2} = 0$ ,  $r_{r1} = [0 \ 0.15]^T$ ,  $r_{r2} = [0 \ -0.15]^T$ ,  $k_{vr} = 0.02$ ,  $k = 1$  で行う. 初期値は,  $R_1(0) = [0.27 \ 0.18 \ 0]^T$ ,  $R_2(0) = [0.27 \ -0.18 \ 0]^T$ , 目標速度は,  $v_d = [0.07 \ 0]^T$  とする. Fig. 13 にトラジェクトリを Fig. 14 に VS 同士の偏差を示す. 実線が実験結果で, 破線がシミュレーション結果である. わずかな誤差はあるものの実験でのビークルも合意を達成し, 任意のフォーメーションを形成していることがわかる.

### 5.5 VS Flocking 問題の実験検証

VS 合意問題と同様な実験環境で実験を行う.  $x_{d1} = x_{d2} = 0.1$ ,  $y_{d1} = y_{d2} = 0$ ,  $r_{r1} = [0 \ 0.15]^T$ ,  $r_{r2} = [0 \ -0.15]^T$ , 初期値は,  $R_1(0) = [0.3 \ 0.2 \ 0]^T$ ,  $R_2(0) = [0.3 \ -0.2 \ 0]^T$ , 目標速度は,  $v_d = [0.07 \ 0]^T$  とする. 実験では, 初期速度は 0 とするので, 衝突回避を考慮した制御則 (28) を  $u_i^{ca} = 0$  とした場合の制御則を用いて行う. 設計パラメータは,  $k_{vr} = 0.5$ ,  $k_i = 0.05$ ,  $k_v = 0.1$  とする. Fig. 15 にトラジェクトリ, Fig. 16 に VS 同士の偏差, Fig. 17 に VS の速度を示す. 実線が実験結果で, 破線がシミュレーション結果である. VS 合意と同様に任意のフォーメーションを形成していることがわかる.

## 6 おわりに

本稿では, 仮想構造を用いたマルチビークルシステムのフォーメーション制御手法を提案した. 非ホロノミック系において VS を用いることにより, 任意のフォーメーション形成が可能となった. また, Flocking 問題に対しても同様な制御則を提案し, その漸近安定性を示した. 最後に, 提案した制御則について, ビークル 5 台でのフォーメーションと制御実験を行い, その有効性を示した.

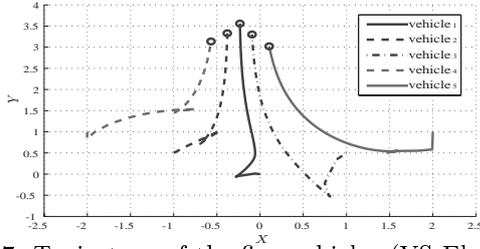


Fig. 7: Trajectory of the five vehicles (VS Flocking)

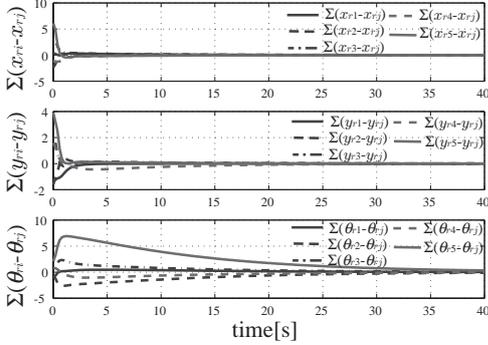


Fig. 8: Error of VSs (VS Flocking)

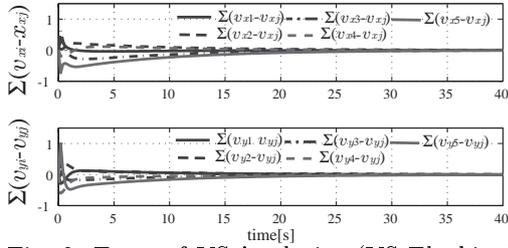


Fig. 9: Error of VSs' velocity (VS Flocking)

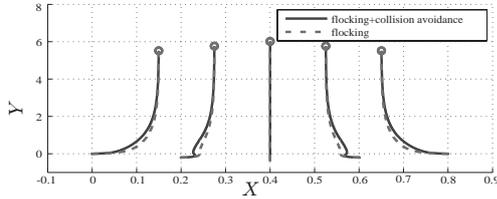


Fig. 10: Trajectory

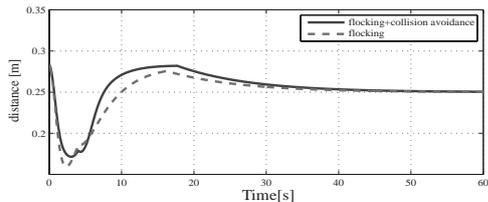


Fig. 11: Minimum distance between agents' centers of gravity

## 参考文献

- 1) Reza Olfati-Saber, J.Alex Fax, Richard Murray, "Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems," in *Proc. IEEE*, Jun, 2007. (to appear)
- 2) Reza Olfati-Saber and Richard Murray, "Consensus Problems in Networks of Agents With Switching Topology and Time-Delays," *IEEE Trans. AC*, Vol. 49, No. 9, pp.1520-1532, 2004.
- 3) Herbert G. Tanner, Ali Jadbabaie and George J. Pappas, "Flocking in Teams of Nonholonomic Agents," *Cooperative Control (Springer Lecture Notes in Control and Information Science)*, Vol. 309, pp.229-239, 2005.
- 4) 池田高志, Jurachart Jongusuk, 池田貴幸, 美多勉, "ノンホロノミック車両のフォーメーション制御," *IEEJ Trans. IA*, Vol. 124, No.8, pp.814-819, 2004.

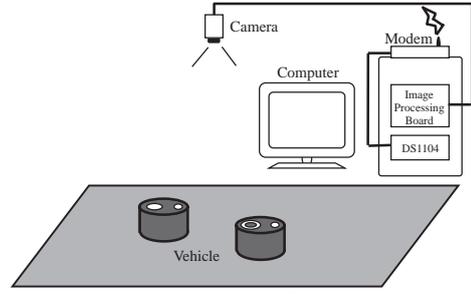


Fig. 12: Experimental environment

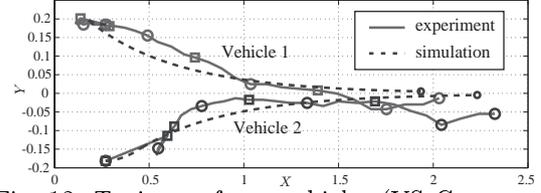


Fig. 13: Trajectory of two vehicles (VS Consensus)

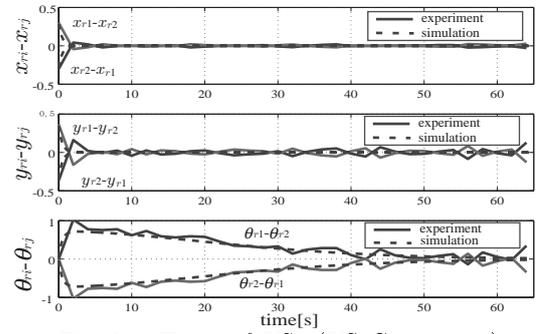


Fig. 14: Error of VSs (VS Consensus)

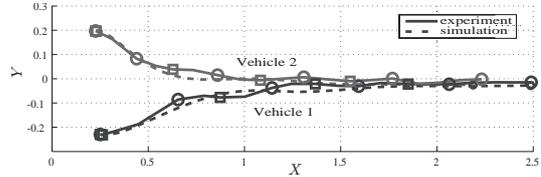


Fig. 15: Trajectory of two vehicles (VS Flocking)

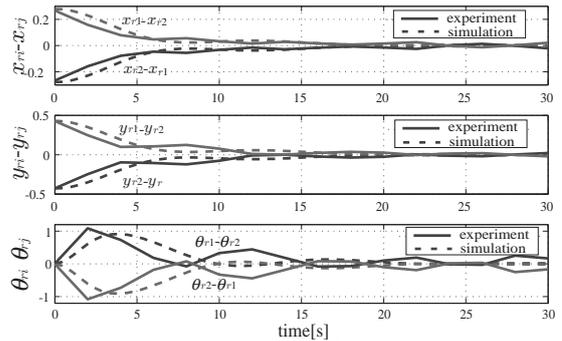


Fig. 16: Error of VSs (VS Flocking)

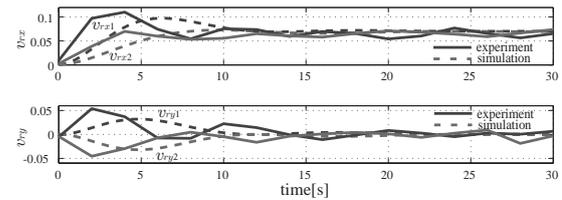


Fig. 17: Velocity of VS (VS Flocking)

- 5) Wei Ren, "Consensus Based Formation Control Strategies for Multi-vehicle System," in *Proc. ACC*, pp.4237-4242, June, 2006.