SA8-1-3

第 49 回自動制御連合講演会
2006 年 11 月 25 日，26 日　神戸大学

補償器の初期状態を考慮した$\mathcal{H}_\infty$ DIA 制御と磁気軸受による過渡特性の検証

○瀬戸洋紀　（金沢大学）　滑川 徹　（金沢大学）

$\mathcal{H}_\infty$ DIA Control considering Initial-state Uncertainties of Controllers and Its Evaluation of Transient Property by Magnetic Bearings

*H. Seto and T. Namerikawa (Kanazawa University)

Abstract− This paper deals with $\mathcal{H}_\infty$ DIA control considering initial-state uncertainties of controllers and its evaluaiton of magnetic bearing. $\mathcal{H}_\infty$ DIA control is an $\mathcal{H}_\infty$ control problem which treats a mixed **D**isturbance and an **I**nitial-state uncertainty **A**ttenuation(DIA) and supplies $\mathcal{H}_\infty$ controls with good transients and assure $\mathcal{H}_\infty$ controls of robustness against initial-state uncertainty. Then we proposed an $\mathcal{H}_\infty$ DIA control which treats a mixed attenuation of disturbance and initial-state uncertainty of controllers and plant. We derive a necessary and sufficient condition of mixed attenuation problem. Furthermore we apply this proposed method to a magnetic bearing and evaluate the property of the proposed $\mathcal{H}_\infty$ DIA control.

Key Words: Initial-state Uncertainties of Controllers, $\mathcal{H}_\infty$ DIA Control, Transient Property, Magnetic Bearing

1　はじめに

従来の$\mathcal{H}_\infty$制御問題の枠組みでは制御対象の初期状態はゼロと仮定して理論展開されてきた．これに対して，外乱と初期状態の不確かさの混合減衰$\mathcal{H}_\infty$制御問題は従来の外乱減衰特性のみを考慮した$\mathcal{H}_\infty$制御に比べて良好な過渡特性を付加する．

外乱と初期状態の不確かさの混合減衰$\mathcal{H}_\infty$制御問題については，まず有限時間の場合の一般化$\mathcal{H}_\infty$制御問題に対する解が得られ [1)2)]，さらにこの問題は無限時間の外乱と初期状態の混合減衰問題へと拡張された [2)3)]．文献 [3)] で議論されているのは直交条件を含む制御対象に限定されていた [4)5)6)] が，文献 [7)] では従来の結果から直交条件をはずして，外乱と初期状態の不確かさの混合減衰無限時間区間$\mathcal{H}_\infty$制御問題を定式化し，可解条件の必要十分条件が導出された．文献 [8)] では文献 [7)] のアプローチを用いて磁気浮上システムに対して制御系設計を行い，提案手法の特性を実験的に検証し，過渡応答特性の改善に有用であることが確認されている．さらに，この$\mathcal{H}_\infty$ DIA 制御にロータの不釣合い振動を考慮し，磁気軸受に適用してその有効性を確認した結果もある [9)]．

また，従来手法では，制御対象の初期状態が考慮されいてるが，切替制御への応用を考えた場合，補償器の切替の際に補償器の初期状態の不確かさがシステムへ悪影響を及ぼすことが考えられる [10)11)]．文献 [12)] では，文献 [7)] の結果を応用し，外乱と補償器の初期状態の不確かさの影響の混合減衰$\mathcal{H}_\infty$制御問題を定式化し，可解条件の必要十分条件を導出した．さらに，文献 [13)] では，制御対象と補償器の両方に初期状態の不確かさが存在する場合の$\mathcal{H}_\infty$制御問題を定式化し，可解条件の必要十分条件を導出した．そして，磁気浮上システムに対して提案手法による制御系設計を行い，シミュレーションによりその有効性を検証している．

ここで，磁気軸受に対する切替制御の研究としては，文献 [14)] がある．これはそれぞれの速度域で設計された補償器を適切に切替えることにより，ロータの危険速度を安全に超えることを目的としている．その際，切替時に発生する応答劣化が問題となるが，文献 [14)] では，その劣化をできるだけ抑え滑らかな切替を実現している．

本稿では，文献 [13)] の提案手法を磁気軸受に適用し，補償器の特性や重み行列 N の大きさによる初期値応答の違いを検証し，性能指標としての有効性を評価する．また，有効性の評価には，シミュレーションと制御実験の両方を行い検証する．

2　準備

$t \in [0,\infty)$ で定義される以下の線形時不変システムを考える．

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dot{x} &=& Ax + B_1 w + B_2 u, \quad x(0) = x_0 \\ z &=& C_1 x + D_{12} u \\ y &=& C_2 x + D_{21} w \end{array}\right. \tag{1}$$

ここで，$x \in R^n$ は状態で $x(0) = x_0$ は初期状態;$u \in R^r$ は制御入力;$y \in R^m$ は観測出力;$z \in R^q$ は被制御量;$w \in R^p$ は外乱であり，$w(t)$ は区間 $[0,\infty)$ において 2 乗可積分な関数 ($w \in L^2[0,\infty)$) とする．

$A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{12}, D_{21}$ は適当な次元を有する定数行列であり，以下の条件を満たすとする．

- (A, B_1): 可安定，　(C_1, A): 可検出
- (A, B_2): 可制御，　(C_2, A): 可観測
- $D_{12}^T D_{12} = I, \quad D_{21} D_{21}^T = I$
- $D_{12}^T C_1 = 0, \quad B_1 D_{21}^T = 0$

システム (1) に対して，すべての許容制御則 $u(t)$ が以下の線形時不変システムで与えられ，(1),(2) により構成される閉ループ系が内部安定となるものとする．

$$\left\{\begin{array}{rcl} u &=& J\underline{x} + Ky \\ \dot{\underline{x}} &=& G\underline{x} + Hy, \quad \underline{x}(0) = \underline{x}_0 \end{array}\right. \tag{2}$$

ここで，$\underline{x}$ は補償器の状態で $\underline{x}(0) = \underline{x}_0$ は補償器の初期状態を表す．また，J, K, G, H は適当な次元を持つ定数行列である．

3 制御対象の初期状態を考慮した $\mathcal{H}_\infty$ 制御

従来の研究結果である制御対象の初期状態の不確かさを考慮した $\mathcal{H}_\infty$ 制御 ($\mathcal{H}_\infty$DIA 制御)[7] を示す．対象とするシステムおよびコントローラは前節の (1) 式および (2) 式である．ただし，それぞれの初期状態を $x(0) = x_0, \underline{x}(0) = 0$ とし，制御対象の初期状態のみを考慮する．

$\mathcal{H}_\infty$DIA 制御問題は次のように定義される．

問題 1 $\mathcal{H}_\infty$DIA 制御問題

すべての $w \in L^2[0,\infty)$ とすべての $x_0 \in R^n$ (ただし $(w, x_0) \neq 0$) に対して，z が以下を満たすような外乱と初期状態の不確かさを混合減衰させる許容制御則を見つけよ．

$$\|z\|_2^2 < \|w\|_2^2 + x_0^T N_1^{-1} x_0 \tag{3}$$

N_1 は制御対象の初期状態に対する重み行列である．

この問題に対して以下の仮定を設ける．

(A1) 以下の Riccati 方程式が可解で，解 $M > 0$ が存在する．

$$MA + A^T M - M(B_2 B_2^T - B_1 B_1^T)M + C_1^T C_1 = 0 \tag{4}$$

ここで，つぎの行列は漸近安定である．

$$A - B_2 B_2^T M + B_1 B_1^T M \tag{5}$$

(A2) 以下の Riccati 方程式が可解で，解 $P > 0$ が存在する．

$$AP + PA^T - P(C_2^T C_2 - C_1^T C_1)P + B_1 B_1^T = 0 \tag{6}$$

ここで，つぎの行列は漸近安定である．

$$A - PC_2^T C_2 + PC_1^T C_1 \tag{7}$$

(A3) 次のように定義される行列 S が正定となる．

$$S := (M^{-1} - P)^{-1} > 0 \tag{8}$$

注意 1 ここで，条件 (A3) は，$\rho(PM) < 1$ であることと等価である．ただし，$\rho(X)$ は X のスペクトル半径を表し，$\rho(X) = \max|\lambda_i(X)|$ である．

定理 1[7] システム (1) に対して仮定 (A1),(A2),(A3) が成り立つとする．このとき，$\mathcal{H}_\infty$ セントラルコントローラが (3) を満たすための必要十分条件は以下の条件 (A4) を満たすことである．

ただし，セントラルコントローラは以下で与えられる．

$$\left\{\begin{array}{lcl} u &=& -B_2^T S \underline{x} \\ \dot{\underline{x}} &=& A\underline{x} + B_2 u + PC_2^T(y - C_2\underline{x}) + PC_1^T C_1 \underline{x} \\ \underline{x}(0) &=& \underline{x}_0 \end{array}\right. \tag{9}$$

(A4) $Q + N_1^{-1} - P^{-1} > 0$

ここで，Q は以下の Riccati 方程式の最大解である．

$$\begin{array}{rcl} Q(A + B_1 B_1^T P^{-1}) + (A + B_1 B_1^T P^{-1})^T Q & & \\ -Q(B_1^T - D_{21}^T C_2 PL)^T (B_1^T - D_{21}^T C_2 PL)Q &=& 0 \end{array} \tag{10}$$

ここで，$L := (I - PM)^{-1}$．

4 閉ループ系の初期状態を考慮した $\mathcal{H}_\infty$ 制御

本節では，制御対象と補償器の両方の初期状態を考慮した $\mathcal{H}_\infty$ 制御を定式化し，可解条件の必要十分条件を示す．前節までと同様に対象と補償器は (1),(2) で与えられるものとする．ここでは，制御対象と補償器の初期状態を $x(0) = x_0, \underline{x}(0) = \underline{x}_0$ とする．初期状態をまとめて扱うために，閉ループ系の状態量 $\hat{x}(t) = [x(t)^T \ \underline{x}(t)^T]^T$ を導入し，閉ループ系の初期状態を $\hat{x}(0) = \hat{x}_0 = [x_0^T \ \underline{x}_0^T]^T$ とする．

制御対象と補償器の初期状態の不確かさを考慮した $\mathcal{H}_\infty$ 制御問題は以下で与えられる [13]．

問題 2

閉ループ系の初期状態の不確かさを考慮した $\mathcal{H}_\infty$ 制御問題

$N_3 \in R^{2n\times 2n} > 0$ が与えられた時，すべての $w \in L^2[0,\infty)$ とすべての $\hat{x}_0 \in R^{2n}$ に対して，被制御量 z が以下の不等式を満たすような外乱と初期状態の不確かさを混合減衰させる許容制御則を見つけよ．

$$\|z\|_2^2 < \|w\|_2^2 + \hat{x}_0^T N_3^{-1} \hat{x}_0 \tag{11}$$

上記の問題において，初期状態 $\hat{x}_0$ に対する重み行列 N_3 は閉ループ系の初期状態の不確かさの外乱減衰に対する相対的な重要性を表す．行列不等式の意味でより大きな N_3 を選ぶことは，閉ループ系の初期状態の不確かさをより減衰させる許容制御側を選ぶことを意味する．

この問題に対して，Riccati 条件 (A1),(A2),(A3) が成り立つとき，以下の結果が得られる．

補題 1 システム (1) に対して，仮定 (A1),(A2),(A3) が成り立つものとする．このとき $\mathcal{H}_\infty$ セントラルコントローラはすべての外乱 $w \in L^2[0,\infty)$ とすべての閉ループ系の初期状態 $\hat{x}_0 \in R^{2n}$ に対して，以下の条件を満たす．

$$\|z\|_2^2 < \|w\|_2^2 + \hat{x}_0^T M_{PS} \hat{x}_0 \tag{12}$$

ただし，$M_{PS} := \begin{bmatrix} P^{-1} & -P^{-1} \\ -P^{-1} & S + P^{-1} \end{bmatrix} \in R^{2n\times 2n}$.

補題 1 は行列 M_{PS} に関する条件であり，N_3 の条件ではない．そこで，以下の条件 (A6) を導入する．

(A6) $M_{QL} + N_3^{-1} - M_{PS} > 0$

ここで，$M_{QL} := \begin{bmatrix} Q & -QL \\ -L^T Q & L^T QL \end{bmatrix} \in R^{2n\times 2n}$.

(Q は (10) 式の Riccati 方程式の最大解である．)

このとき以下の結果が得られる．

定理 2[13] システム (1) に対して仮定 (A1),(A2),(A3) が成り立つとする．このとき，$\mathcal{H}_\infty$ セントラルコントローラ (9) 式が (11) を満たすための必要十分条件は条件 (A6) で与えられる．

5 磁気軸受への応用と過渡特性の検証

5.1 磁気軸受の数学モデル

得られた設計法と解析法を磁気軸受に適用し，提案手法の検証を行なう．Fig.1 に磁気軸受の模式図を示す．

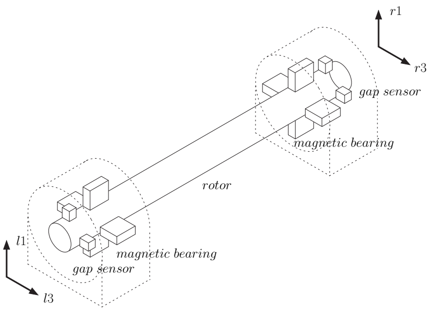

Fig. 1: Magnetic bearing

このシステムは以下の数学モデルで与えられる[15].

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\dot{x}_v\\ \dot{x}_h\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}A_v & pA_{vh}\\ -pA_{vh} & A_h\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_v\\ x_h\end{bmatrix}\\ &+\begin{bmatrix}B_v & 0\\ 0 & B_h\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u_v\\ u_h\end{bmatrix}\\ &+\begin{bmatrix}D_v & 0\\ 0 & D_h\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_v\\ v_h\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}y_v\\ y_h\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}C_v & 0\\ 0 & C_h\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_v\\ x_h\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}w_v\\ w_h\end{bmatrix} \qquad (13)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x_v &= [g_{l1}\ g_{r1}\ \dot{g}_{l1}\ \dot{g}_{r1}\ i_{l1}\ i_{r1}]^T\\ x_h &= [g_{l3}\ g_{r3}\ \dot{g}_{l3}\ \dot{g}_{r3}\ i_{l3}\ i_{r3}]^T\\ u_v &= [e_{l1}\ e_{r1}]^T, \quad u_h = [e_{l3}\ e_{r3}]^T\\ v_v &= [v_{ml1}\ v_{mr1}\ v_{Ll1}\ v_{Lr1}]^T\\ v_h &= [v_{ml3}\ v_{mr3}\ v_{Ll3}\ v_{Lr3}]^T\\ y_v &= [y_{l1}\ y_{r1}]^T, \quad y_h = [y_{l3}\ y_{r3}]^T\\ w_v &= [w_{l1}\ w_{r1}]^T, \quad w_h = [w_{l3}\ w_{r3}]^T\\ A_v &:= \begin{bmatrix}0 & I_2 & 0\\ K_{x1}A_1 & 0 & K_{i1}A_1\\ 0 & 0 & -(R/L)I_2\end{bmatrix}\\ A_h &:= \begin{bmatrix}0 & I_2 & 0\\ K_{x3}A_1 & 0 & K_{i3}A_1\\ 0 & 0 & -(R/L)I_2\end{bmatrix}\\ A_{vh} &:= \begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & A_2 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\\ B_v &= B_h := \begin{bmatrix}0\\ 0\\ (1/L)I_2\end{bmatrix}\\ C_v &= C_h := \begin{bmatrix}I_2 & 0 & 0\end{bmatrix}\\ D_v &= D_h := \begin{bmatrix}0 & 0\\ A_1 & 0\\ 0 & (1/L)I_2\end{bmatrix}\\ A_1 &:= \begin{bmatrix}1/m+l_m^2/J_y & 1/m-l_m^2/J_y\\ 1/m-l_m^2/J_y & 1/m+l_m^2/J_y\end{bmatrix}\\ A_2 &:= \begin{bmatrix}J_x/2J_y & -J_x/2J_y\\ -J_x/2J_y & J_x/2J_y\end{bmatrix}\end{aligned}$$

ここで $I_2 \in R^{2\times 2}$ は単位行列で，$K_{x1} = K_{xl1} = K_{xr1}$，$K_{x3} = K_{xl3} = K_{xr3}$，$K_{i1} = K_{il1} = K_{ir1}$,$K_{i3} = K_{il3} = K_{ir3}$ とする．(13) 式を以下のようにまとめる．

$$\begin{aligned}\dot{x}_g &= A_g x_g + B_g u_g + D_g v_0\\ y_g &= C_g x_g + w_0 \qquad (14)\end{aligned}$$

ここで，$x_g := [x_v^T\ x_h^T]^T$，$u_g := [u_v^T\ u_h^T]^T$，$v_0 := [v_v^T\ v_h^T]^T, w_0 = [w_v^T w_h^T]$ であり，$x(t)$:浮上体の変位，$u_g(t)$:制御入力，$v_m(t), v_L(t)$:外乱, ノイズ，$w_0(t)$:センサノイズや不確かさの影響である．(A_g, B_g) および (A_g, D_g) は可制御，(A_g, C_g) は可観測である．

5.2 制御系設計

外乱 $v_0(t)$ と $w_0(t)$ に関して考察する．v_0 は入力外乱で，低周波帯域で影響を及ぼす．また w_0 は出力外乱，およびモデルの不確かさを表す．それらに対して重み関数 W_v および W_w を導入する．以下のように 1 入出力の重み関数 W_{v0}, W_{w0} を用いて, 多入出力重み関数 W_v および W_w を導入し v_0，w_0 を定義する．ここで I_4 は 4 次の単位行列である．

$$\begin{aligned}v_0 &= W_v(s)w_2 \qquad (15)\\ W_v(s) &= \begin{bmatrix}I_2 & 0\\ I_2 & 0\\ 0 & I_2\\ 0 & I_2\end{bmatrix}W_{v0}(s)\\ w_0 &= W_w(s)w_1 \qquad (16)\\ W_w(s) &= I_4 W_{w0}(s)\end{aligned}$$

$W_v(s)$, $W_w(s)$ の状態空間表現を以下に示す．

$$\begin{aligned}\dot{x}_{w_v} &= A_v x_{w_v} + B_v w_2\\ v_0 &= C_v x_{w_v} + D_v w_2 \qquad (17)\\ \dot{x}_{w_w} &= A_w x_{w_w} + B_w w_1\\ w_0 &= C_w x_{w_w} + D_w w_1 \qquad (18)\end{aligned}$$

ここで，x_{w_v}, x_{w_w} は，それぞれ $W_v(s)$ と $W_w(s)$ の状態とする．次に被制御変数について考慮する．制御の基本仕様が浮上体の非接触支持であるため，被制御量として定常ギャップからの微小変位 $g_j(t)$ とその速度 $\dot{g}_j(t)$ を選ぶ．これらの状態変数に，レギュレーションのために行列 Θ で重み付けし，被制御量 z_1 を以下のように定義する．同様に制御入力のレギュレーションのために u_g に ρ で重み付けした被制御量 z_2 を定義する．

$$\begin{aligned}z_g &= F_g x_g, \quad F_g = \begin{bmatrix}I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0\end{bmatrix}\\ z_1 &= \Theta z_g, \quad \Theta = \mathrm{diag}\begin{bmatrix}\theta_{v1} & \theta_{v2} & \theta_{h1} & \theta_{h2}\end{bmatrix}\\ z_2 &= \rho u_g\end{aligned}$$

最終的には制御対象と重み行列をまとめ，以上により，一般化プラントを以下のように構成する．

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u\\ z &= C_1 x + D_{12} u\\ y &= C_2 x + D_{21} w \qquad (19)\end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_g & D_g C_v & 0 \\ 0 & A_v & 0 \\ 0 & 0 & A_w \end{bmatrix}, \tag{20}$$
$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & D_g D_v \\ 0 & B_v \\ B_w & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} B_g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$
$$C_1 = \begin{bmatrix} \Theta F_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \end{bmatrix},$$
$$C_2 = [C_g \ \ 0 \ \ C_w],\ D_{21} = [D_w \ \ 0].$$

ここで，$x := [x_g^T\ x_{w_v}^T\ x_{w_w}^T]^T$ であり，z, w, y, u は $z := [z_1^T\ z_2^T]^T$，$w := [w_1^T\ w_2^T]$，$y = y_g$，$u = u_g$ である．

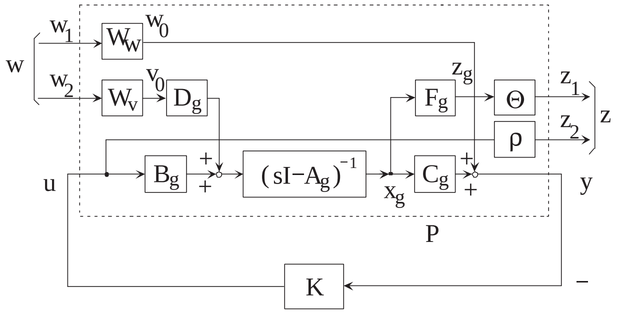

Fig. 2: Generalized Plant

5.3 $\mathcal{H}_\infty$ DIA 補償器の設計

上記の制御問題に対する解を得るため，MATLAB 上で繰り返し計算を行なうことによって以下の設計パラメータを選定した．$W_{v0}(s)$ は低周波数の帯域に重みを掛けるため一次の伝達関数で表す．また, $W_{w0}(s)$ は定数としている．

$$W_{v0}(s) = \frac{70000}{s+0.1},$$
$$W_{w0}(s) = 0.1$$
$$\Theta = \begin{bmatrix} \theta_{v1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_{v2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{h1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{h2} \end{bmatrix}$$
$$\theta_{v1} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{bmatrix},\quad \theta_{h1} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$$
$$\theta_{v2} = \theta_{h2} = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0005 \end{bmatrix}$$
$$\rho = 8 \times 10^{-7} \times I_4$$

6 重み行列 N_3 の検証

条件 (11) 式を満足する $\mathcal{H}_\infty$DIA 補償器を得るため，繰り返し計算により，設計パラメータを選定することで (9) 式より補償器が直接的に得られる．条件 (A6) を満たす最大の行列 N_3 の計算においては後の検証の簡単化のため，構造を以下のように限定する．

$$N_3 = n_3 I \tag{21}$$

n_3 は正のスカラで I は 32 次の単位行列とする．制御問題で与えた不等式 $\|z\|_2^2 < \|w\|_2^2 + \hat{x}_0^T N_3^{-1} \hat{x}_0$ より，外乱除去性能と閉ループ系の初期状態の不確かさ減衰能力との間にはトレードオフが存在し，閉ループ系の初期状態 $\hat{x}_0$ に対する重み行列 N_3 は閉ループ系の初期状態の不確かさの影響の抑制と外乱の抑制の相対的な重要性の指標と考えられる．N_3 の性能指標としての有効性を検証するため，設計パラメータを変更し別の $\mathcal{H}_\infty$ DIA 補償器を設計した．ここでは，理想化や簡略化によりモデル化されなかったダイナミクスによる不確かさの影響を表す外乱 w_0 に対する重み W_w を変更し，Table 1 に示す 4 つの補償器を設計した．得られた補償器のボード線図を Fig.3 に示す．n_3 が大きくなるに従って，低周波のゲインが低くなっていることが分かる．また，位相線図から n_3 が大きくなるにつれて中間周波数帯からの位相進みが見られ，ロバスト性が向上していることが分かる．

Table 1: n_3 with changing W_w

$Controller$	W_w	n_3
K_{DIA1}	0.1	5.117×10^{-5}
K_{DIA2}	0.3	5.157×10^{-5}
K_{DIA3}	0.5	5.167×10^{-5}
K_{DIA4}	0.8	5.173×10^{-5}

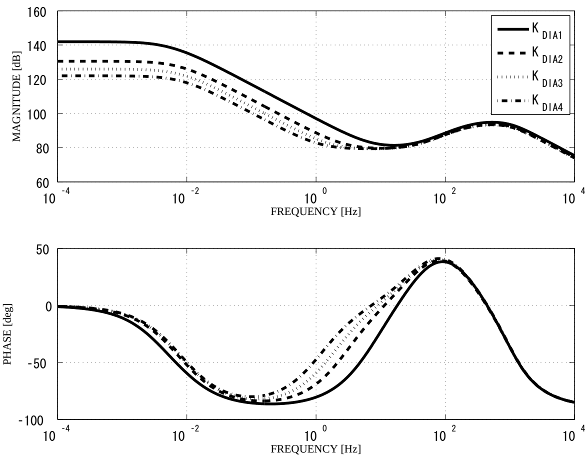

Fig. 3: Bode diagram of $\mathcal{H}_\infty$ DIA controllers

6.1 初期値応答による重み行列 N_3 の検証

得られた補償器を使って，制御対象と補償器に初期状態を与えた初期値応答のシミュレーションと制御実験を行い，補償器の特性と重み行列 N_3 の効果を検証した．

Fig.4 に制御対象と補償器に初期状態を与えたときの初期値応答のシミュレーション結果を示す．ここで，制御対象の初期状態は，$x_g(0) = x_{g0} = [9.0 \times 10^{-5}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$ とし，補償器の初期状態は，$\underline{x}(0) = \underline{x}_0 = [8.0 \times 10^{-5}\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0]$ とした．n_3 の値が小さい順からアンダーシュートが小さくなっているのが分かる．よって，n_3 の値が最も大きい K_{DIA4} は，アンダーシュートが最小となることが分かる．また，Fig.3 のゲイン線図からもわかるように n_3 の減少に伴って低周波ゲインが高くなるため，n_3 が減少すると共に補償器の定常特性が改善し整定時間が短くなっていることが分かる．

続いて，Fig.6 に制御対象と補償器に初期状態を与え

たときの初期値応答の実験結果を示す．初期値応答の制御実験では，ロータが落下している時の変位を初期値として，制御を開始した瞬間からの応答を取得した．よって，実験条件によって初期値に多少のばらつきがあるが，概ねシミュレーションの条件と一致させている．

Fig.4 に比べてオーバーシュートが顕著に表れてることが分かる．このオーバーシュートは，初期状態からさらに落下しいることを意味し，その後，平衡位置まで浮上していることが分かる．シミュレーション結果と同様にアンダーシュートが見られるが，その大きさは n_3 の大きい順にアンダーシュートが大きくなっていることが分かる．また，n_3 が小さい順に低周波ゲインも減少するため，最も低周波ゲインの低い K_{DIA4} が最も整定時間が長くなっていることが分かる．

6.2 外乱応答による重み行列 N_3 の検証

続いて，外乱応答のシミュレーションと制御実験を行い，重み行列 N_3 の効果を検証した．ここで，外乱は，ステップ状外乱とした．Fig.5 に閉ループ系に初期状態を与えた時の外乱応答のシミュレーション結果を示す．Fig.4 に比べると，逆の傾向が確認できる．n_3 の増加に伴って外乱応答が劣化していることが分かる．これは，初期状態の不確かさに対する重み N_3 が外乱と初期状態の不確かさに対してトレードオフの関係を持っていることを示しており，相対的に初期状態の不確かさに強ければ外乱に弱く，外乱に弱くなると初期状態の不確かさに強くなるという傾向が確認できた．

また，定常特性に関しては，Fig.4 と Fig.5 共に同様の傾向を示していることが分かる．Fig.7 は，外乱応答の実験結果である．入力した外乱は同じ大きさのステップ状外乱であるが，応答の振幅はシミュレーション結果と比べて 3 倍近く大きくなっている．しかし，4 つの補償器の示す特性は，Fig.5 のシミュレーション結果と同じである．

7 おわりに

本論文では外乱と閉ループ系の初期状態の不確かさの混合減衰 $\mathcal{H}_\infty$ 制御問題について考察した．まず，外乱と閉ループ系の初期状態の不確かさの影響の混合減衰 $\mathcal{H}_\infty$ 制御問題を定式化し，可解条件の必要十分条件を示した．また磁気軸受に提案手法を適用して制御系設計を行い，シミュレーションと制御実験による検証により，提案手法が初期状態の不確かさの減衰性能を有する補償器の設計に対して有効な評価指標となることを示した．

参考文献

1) K.Uchida and M.Fujita, “Controllers Attenuating Disturbance and Initial-Uncertainties for Time-Varying Systems,” *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol.156, Springer-Verlag, pp.187-196, 1991.

2) P.P.Khargonekar, K.M.Nagpal and K.R.Poolla, “$\mathcal{H}_\infty$ Controll with Transient,” *SIAM J.Control and Optimization*, vol.29, pp.1373-1393,1991.

3) K.Uchida and A.Kojima and M.Fujita, “$\mathcal{H}_\infty$ control attenuating initial-state uncertainties,” *Int.J.of Control*, vol.66, no.2, pp.245-252,1997.

4) A.Kojima, M.Fujita, K.Uchida and E.Shimemura, “Linear Quadratic Differential Games and $\mathcal{H}_\infty$ Control - A Direct Approach Based on Completing the Square -,” *Trans.of the Society of Instrument and Control Engineers*, vol.28, no.5, pp.570-577,1992.

5) J.C.Doyle, K.Glover, P.P.Kharogonekar, and B.A.Francis, “State-Space Solutions to Standard $\mathcal{H}_2$ and $\mathcal{H}_\infty$ Control Problems,” *IEEE Trans. Automatic Control*, vol.34, no.8, pp.831-847,1989.

6) T.Namerikawa, M.Fujita, and R.S.Smith, “$\mathcal{H}_\infty$ Control System Design Attenuating Initial State Uncertainties: Evaluation by a Magnetic Suspension System,” *Proc.of IEEE Conf. on Decision and Control*, pp.87-92, 2001.

7) T.Namerikawa, M.Fujita, R.S.Smith and K.Uchida, “On the $\mathcal{H}_\infty$ Control System Design Attenuating Initial State Uncertainties”, *Trans.of the Society of Instrument and Control Engineers*, Vol.40,No.3,307/314, 2004.

8) 滑川 徹, 藤田政之, “初期状態の不確かさを考慮した $\mathcal{H}_\infty$DIA 制御系設計とその磁気浮上システムへの応用,” 第 *3* 回 *SICE* 制御部門大会資料, pp. 659-662,2003.

9) Hiroki Seto, Toru Namerikawa and Masayuki Fujita, ”Experimental Evalution on H_∞ DIA Control of Magnetic Bearings with Rotor Unbalance,” *10th International Symposium on Magnetic Bearings*, Hotel du Parc, Martigny, Switzerland, August 21-23, 2006.

10) 浅井 徹, “切換に起因する外乱応答を抑制する制御系の設計, ” 計測自動制御学会論文集 , Vol.41, No.10, pp.846-855, 2005.

11) 浅井 徹, “切換に起因する外乱応答を抑制する制御系の設計-低次の切換時補償器の設計-, ” 計測自動制御学会論文集 , Vol.42, No.7, pp.775-782, 2006.

12) 滑川 徹, 丸山和伸, “コントローラの初期状態の不確かさを考慮した $\mathcal{H}_\infty$ 制御,” 第 *34* 回 *SICE* 制御理論シンポジウム, pp. 237-240, コスモスクエア国際交流センター, 大阪府, 2005 年 10 月 31 日-11 月 2 日.

13) Toru Namerikawa and Kazunobu Maruyama, “An $\mathcal{H}_\infty$ Control Considering Initial State Uncertainties of Controllers,” *17th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, pp. 1958-1965, Kyoto International Conference Hall, Kyoto, Japan, July 24-28, 2006.

14) Guoxin Li, Paul E. Allaire, Zongli Lin, Bin Huang, “Dynamic Transfer of Robust AMB Controllers,” *8th International Symposium on Magnetic Bearing*, pp.471-476, Mito, Japan, Aug.26-28, 2002.

15) Toru Namerikawa, Wataru Shinozuka and Masayuki Fujita, ”Disturbance and Initial State Uncertainty Attenuation Control for Magnetic Bearings,” *Proc. of the 9th International Symposium on Magnetic Bearings*, Radisson Plaza Hotel, Lexington, Kentucky, Aug. 3-6 2004.

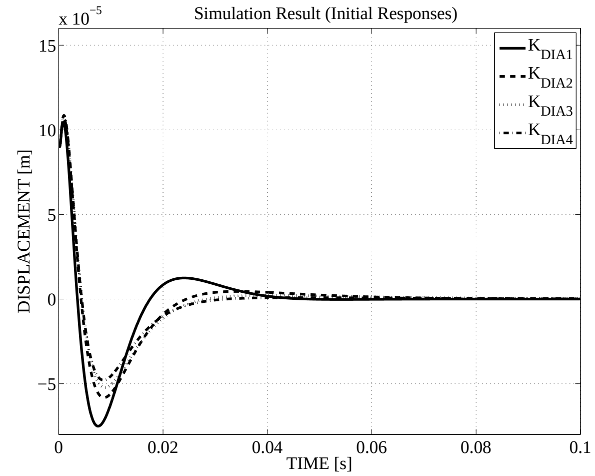

Fig. 4: Initial Responses by Simulation

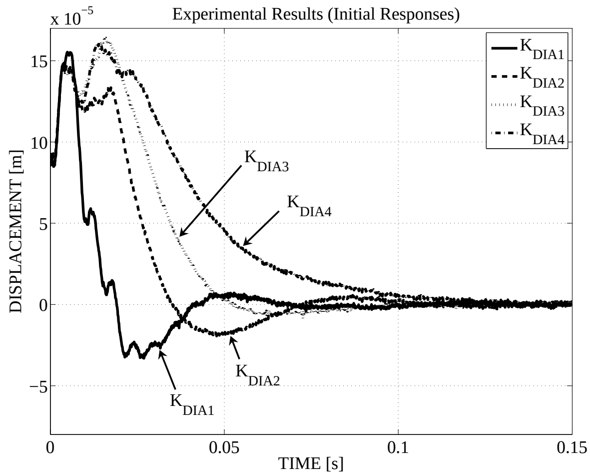

Fig. 6: Initial Responses by Experiment

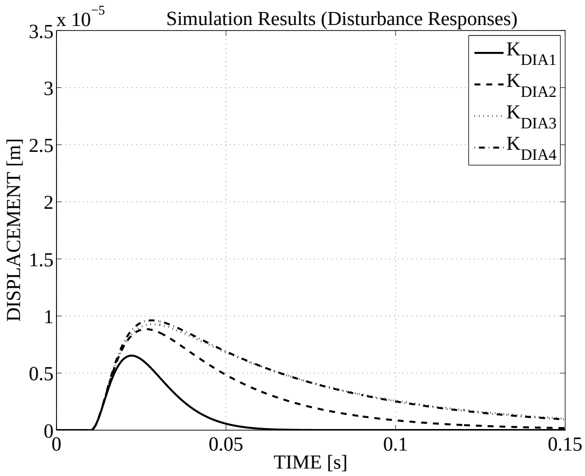

Fig. 5: Disturbance Responsed by Simulation

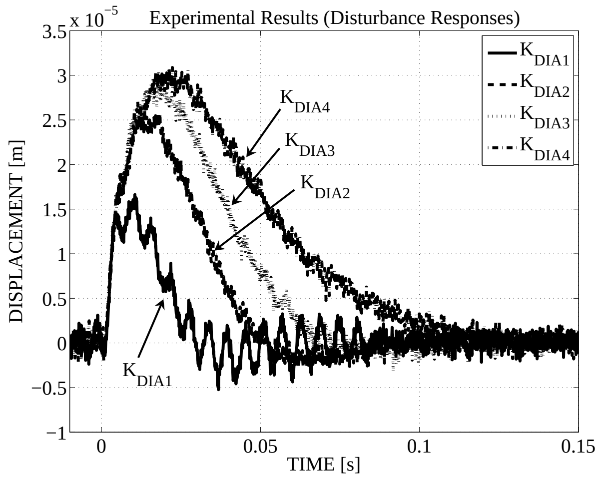

Fig. 7: Disturbance Responses by Experiment