通信遅延を考慮したGIMC構造とそのメカトロニクスシステムへの応用

宮川純一*，滑川徹（金沢大学）

GIMC Structure Considering Communication Delay and Its Application to Mechatronic System

Junichi Miyakawa*, Toru Namerikawa (Kanazawa University)

Abstract

This paper deals with a new GIMC structure considering communication delay by using Smith Predictor and its application to mechatronic system. First, we stabilize the unstable mechatronic system by a PD controller and define the stabilized system as a new augmented plant. We design the proposed GIMC structure using Smith predictor based on $\mathcal{H}_\infty$ controllers for the new stabilized augmented plant. Finally, the proposed structure is evaluated experimentally and the effectiveness of the proposed approach is proven. In addition, we apply the proposed structure to a networked control mechatronic system.

キーワード：GIMC 構造, スミス法, 通信遅延, 磁気浮上系
(Generalized Internal Model Control(GIMC), Smith Predictor, Communication Delay, Magnetic Suspension System)

1. はじめに

フィードバック制御構造において, 制御性能とロバスト性の間にトレードオフの関係があることはよく知られている事実である [1]．高い性能を得るためにはロバスト性を犠牲にし, 逆に高いロバスト性を達成するには性能を悪くせざるを得ない．しかし性能とロバスト性のトレードオフ問題を考えることなく, 望ましい特性を得ることができる制御構造として GIMC 構造が提案されている [2] [3]．この GIMC 構造は耐故障性に優れており, 様々な議論がされている [4]．これまでジャイロスコープやモータなどに応用され [5] [6], センサ故障などの制御対象の変動にも安定性を保証することが確認されている．

GIMC 構造は高い性能を持つノミナルコントローラ K_0 と高いロバスト性を持つロバストコントローラ K を使い分け, ノミナル時には K_0 で, モデル変動時には K で制御し, 性能とロバスト性を両立する．この GIMC 構造は高いロバスト性を持っているため, 僅かなむだ時間 (通信遅延) に対しては安定性が保証されるが, ネットワーク通信のような大きな通信遅延には対応できていない [7]．このように, むだ時間を含むフィードバック制御構造では信号伝達が遅れて有効な制御が難しくなってしまう．

一方, 制御ループ内部に制御対象のモデルとむだ時間のモデルを持ち, むだ時間後の出力を予測して, それに基づいて制御する方法としてスミス法が良く知られている [8] [9]．スミス法は制御対象からのむだ時間後の出力をモデル出力で相殺することで, むだ時間要素を考えずに制御系設計を行うことができる．

そこで, 本稿ではスミス法を用いてむだ時間を考慮した GIMC 構造の提案を行い, 不安定なメカトロニクスシステムである磁気浮上系に応用し, 有効性を検証する．更に, この構造が大きな通信遅延を有するネットワークを介した制御システムにも有効であることを示す．

まず, GIMC 構造の原理と設計手順・スミス法の原理について説明し, スミス法を用いた GIMC 構造の提案を行う．次に, 制御対象である磁気浮上系について述べる．ここで, スミス法では不安定系を直接扱うことができないため, PD 制御によって安定化した対象を拡大系として新しく定義する．この拡大系に対して H_∞ 混合感度問題による 2 つのコントローラを設計し, それらを基にスミス法を用いた GIMC 構造に基づく制御系を設計する．そして, 制御実験を行うことで, スミス法を用いた GIMC 構造がむだ時間を含む系でも高性能かつ高ロバストな制御を行うことができることを示す．最後に, スミス法を用いた GIMC 構造をコントローラと制御対象がネットワークで結合されたシステム [10] に応用し, その有効性を実際に確認する．

2. スミス法を用いた GIMC 構造

〈2•1〉 GIMC 構造　線形時不変の制御対象 $\tilde{P}(s)$ のノミナルモデルを $P(s)$ とし, $P(s)$ に対する安定化コントローラ $K_0(s)$ が存在するとする．ここで P と K_0 は以下のように左既約分解表現されるとする．

$$P(s) = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}, \quad K_0(s) = \tilde{V}^{-1}\tilde{U} \tag{1}$$

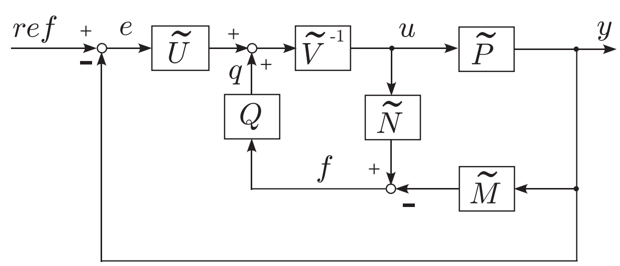


図 1　GIMC 構造
Fig. 1.　GIMC Structure

このとき, 全ての安定化コントローラ $K(s)$ は内部コントローラ $Q(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ を用いて式 (2) で表されることが知られている [2] [3]. ただし, 内部コントローラ $Q \in \mathcal{RH}_\infty$ は式 (3) の関係を満たすものとする.

$$K(s) = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M}) \qquad (2)$$

$$\det(\tilde{V} - Q\tilde{N})(\infty) \neq 0 \qquad (3)$$

フィードバック制御構造はこの式 (1), (2) の関係を用いて図 1 で表される. ここで, 制御対象が $\tilde{P}(s)$ で表現されていることに注意されたい. 図 1 は通常のフィードバックループ $(K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U})$ に内部フィードバックループが加わった構造である. この構造は IMC(Internal Model Control) にフィードバック補償器を加え, より汎用性を高めているため, GIMC(Generalized Internal Model Control) 構造と呼ばれる. 内部コントローラ $Q(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ は本来式 (3) を満たす範囲で自由に選ぶことができるが, Q を固定すると K が一意に決まる. 以下では Q を固定して議論する.

GIMC 構造は, 内部信号 $f(s)$ によって K_0, K を切り替えて制御できるため, 性能とロバスト性を両立できる. 図 1 において内部信号 f に着目すると, $f(s)$ は式 (4) で表されることが容易にわかる [3].

$$f(s) = \tilde{N}(s)u(s) - \tilde{M}(s)y(s) \qquad (4)$$

この内部信号 f は, 推定出力と観測出力の誤差とみなすことができ, $f(s) = 0$ の場合と $f(s) \neq 0$ の場合でフィードバック構造が次のように変化する.

$f(s) = 0$: モデルの不確かさ, 外乱, 故障が存在しない場合は $\tilde{P} = P$ となり, 信号 $q = Qf = 0$ となる. そのため $K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U}$ で制御される.

$f(s) \neq 0$: モデルの不確かさ, 外乱, 故障が存在する場合は $\tilde{P} \neq P$ となり, 信号 $q \neq 0$ となり内部ループが有効となる. その結果 $K = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M})$ で制御される.

このように, GIMC 構造では内部信号 $f(s)$ によって制御構造を切り替えることで, コントローラ $K_0(s)$, $K(s)$ の切り替えが可能となる. この切り替え特性により, K_0 を高い性能を有するように, K を高いロバスト性を有するように設計すれば, ノミナル時 $(f = 0)$ では高い性能を有したノミナルコントローラ K_0 で, モデル変動時 $(f \neq 0)$ では高いロバスト性を有したコントローラ K で制御され, 望ましい特性を得ることができる.

以上より, GIMC 構造のコントローラの設計は次のように行う.

設計手順 [2] [7]

Step 1. ノミナルモデル $P(s)$ に対して高い性能を持つノミナルコントローラ $K_0(s)$ を設計する.

Step 2. 変動モデル $\tilde{P}(s)$ に対して高いロバスト性を持つロバストコントローラ $K(s)$ を設計する.

Step 3. 内部コントローラ Q を以下の式で求める.

$$Q = \tilde{V}(K - K_0)(\tilde{N}K + \tilde{M})^{-1} \qquad (5)$$

このように設計することで, 内部コントローラ Q はノミナル時には影響を及ぼさず, ノミナルコントローラ K_0 で制御され, モデル変動時にはロバストコントローラ K で制御されることになる.

しかし, 実際には制御対象を完全に正確にノミナルモデル P で表現することは困難であるので, $\tilde{P} = P$ を維持することは容易でない. そこで, 図 2 のような内部信号に検出器とスイッチを加えた構造を与える. これにより $\tilde{P} \simeq P$ と制御対象を完全に表現できなくても, 高性能なコントローラ K_0 を用いて制御できる. 検出器はフィルタと閾値設定などで構成可能である.

〈2・2〉 スミス法 スミス法はスミス補償器などともよばれ, むだ時間系の設計法としてよく知られている [8] [9]. この基本概念を図 3 に示す. ここで, $P(s)e^{-\tau s}$ は安定なむだ時間系であり, $P(s)$ は安定な有理伝達関数である. $K(s)$ はコントローラで有理伝達関数で表される.

図 3 のスミス法の構成においては, 内側のループでは出力予測モデル P を用いてむだ時間経過後に現れる出力の予測値を発生させ, これを基にして制御対象 $\tilde{P}(s)e^{-\hat{\tau}s}$ に対する制御入力が決定される. そして, 外側のループでむだ時間経過後に現れる実際の制御対象の出力を制御対象モデル $P(s)e^{-\tau s}$ の出力で相殺し, 予測制御への影響をなくす構造となっている.

〈2・3〉 スミス法を用いた GIMC 構造 ここでは, 本稿の目的の 1 つであるむだ時間を含む系でも高性能かつ高ロバストな制御を行うことができる構造として, 図 4 のよ

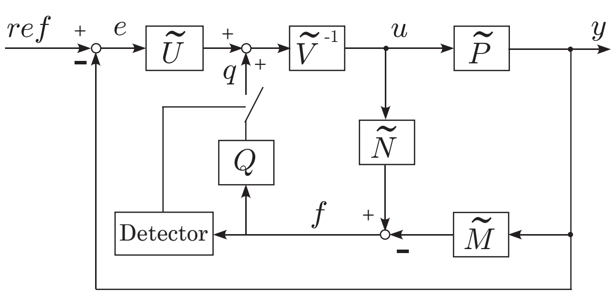


図 2 検出器とスイッチを加えた GIMC 構造
Fig. 2. GIMC Structure with Detector and Switch

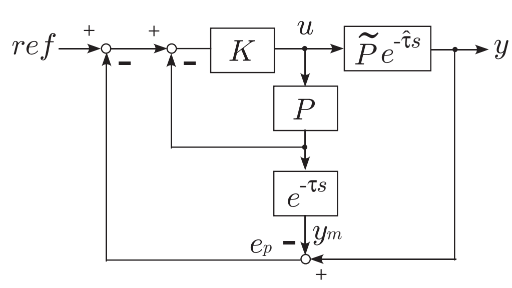


図 3 スミス法
Fig. 3. Smith Predictor

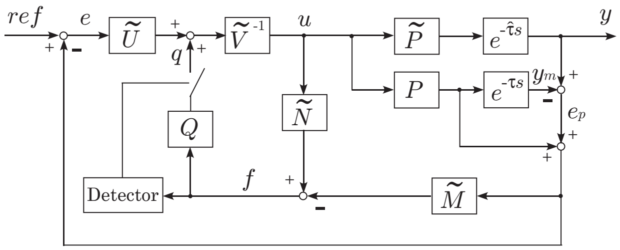


図 4　スミス法を用いた GIMC 構造
Fig. 4.　GIMC Structure with Smith Predictor

うな構造を提案する．図 4 は図 2 の GIMC 構造と図 3 のスミス法の組み合わせで構成されている．スミス法により, むだ時間経過後に現れる実際の制御対象の出力をモデルの出力で相殺し, 予測値をコントローラへ入力する．そのコントローラが GIMC 構造となっており, 高性能かつ高ロバストな制御を行うことができるような構造となっている．

3. 制御対象

本研究で用いる制御対象は図 5 で示される一軸制御型磁気浮上システムである [7]．図中の各変数は m:浮上体質量, $f_{\mathrm{mag}}(t)$:電磁石吸引力, $x(t)$: 変位, $i(t)$:印加電流を表す．

このシステムの運動方程式は式 (6) で表され, 電磁石吸引力は式 (7) で表される．

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = mg - f_{\mathrm{mag}}(t) \tag{6}$$

$$f_{\mathrm{mag}}(t) = k\left(\frac{i(t)}{x(t)+x_0}\right)^2 \tag{7}$$

式 (7) 中の k, x_0 は同定によって求まる係数である．

これらの式を平衡点近傍 (式 (8)) で線形化することにより, 式 (9) の線形モデルを導出することができる．ここで X:平衡位置, I:平衡電流, $\delta x(t)$:平衡位置からの微小変位, $\delta i(t)$:平衡電流からの微小電流である．

$$x(t) = X + \delta x(t),\ i(t) = I + \delta i(t) \tag{8}$$

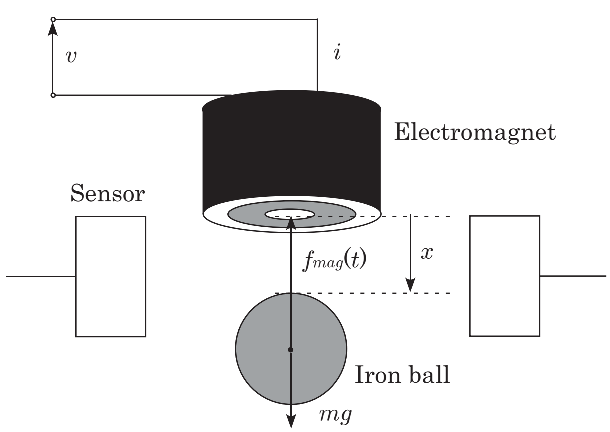


図 5　磁気浮上システム
Fig. 5.　Magnetic Suspension System

表 1　モデルパラメータ
Table 1.　Model Parameters

m	0.357[kg]
k	11.641×10^{-4}[Nm^2/A^2]
x_0	4.737×10^{-3}[m]
X	5×10^{-3}[m]
I	0.53[A]

$$\frac{d^2\delta x(t)}{dt^2} = K_x\delta x(t) - K_i\delta i(t) \tag{9}$$

$$K_x = \frac{2kI}{m(X+x_0)^2},\ K_i = \frac{2kI^2}{m(X+x_0)^3} \tag{10}$$

ここで, もう一度 $x = \delta x, i = \delta i$ と再定義し, 状態 $\boldsymbol{x} = [x\ \ \dot{x}]^T$, 観測出力 $y = x$, 制御入力 $u = i$ として状態空間表現すると式 (11) となり, 伝達関数 P_0 は式 (12) となる．モデルパラメータを表 1 に示す．

$$\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ K_x & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ -K_i \end{bmatrix}u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\boldsymbol{x} \tag{11}$$

$$P_0(s) = \frac{-K_i}{s^2 - K_x} \tag{12}$$

4. 制御系設計

〈4・1〉 制御対象の安定化　スミス法では不安定系を直接扱うことができないため, PD 制御によって安定化した対象を拡大系として新しく定義する．PD コントローラ K_{PD} は

$$K_{PD}(s) = K_P + \frac{K_D s}{1 + 1/K_N s} \tag{13}$$

で与え, 拡大系 P のブロック線図は図 6 で表される．

ここで, PD コントローラのパラメータは

$$K_P = 180,\ \ K_D = 6,\ \ K_N = 800 \tag{14}$$

とする．拡大系 P のボード線図を図 7 に示す．またこのコントローラは安定化することが目的であり, 性能を重視していない．

〈4・2〉 コントローラ設計　GIMC 構造のコントローラ設計は〈2・1〉節の 3 つのステップを踏むことになる．始めに Step 1, Step 2 のノミナルコントローラ K_0 とロバストコントローラ K を H_∞ 混合感度問題により設計する．

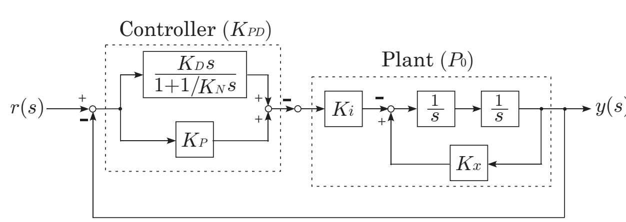


図 6　拡大系 P
Fig. 6.　New Augmented Plant P

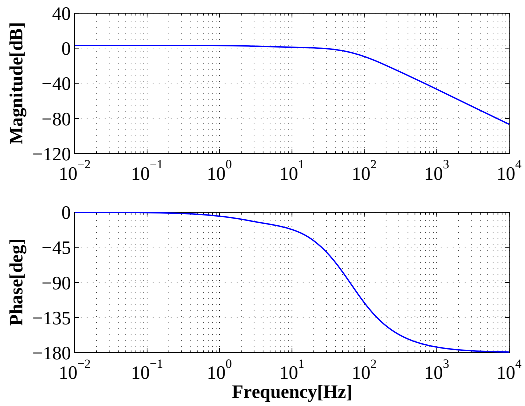


図 7　拡大系 P のボード線図
Fig. 7.　Bode Diagram of New Augmented Plant P

H_∞ 混合感度問題は, 良く知られているように式 (15) の条件を満たす制御則を見つける問題で, $S(s)$ は感度関数, $T(s)$ は相補感度関数, $W_S(s)$ は感度関数に対する周波数重み, $W_T(s)$ は相補感度関数に対する周波数重みである.

$$\left\| \begin{array}{c} W_S(s)S(s) \\ W_T(s)T(s) \end{array} \right\|_\infty < 1 \tag{15}$$

H_∞ 混合感度問題で用いる一般化プラントを図 8 に示す.

K_0 の設計に用いる重みを式 (16) に, K の設計に用いる重みを式 (17) にそれぞれ示す.

$$\begin{aligned} W_{S_{K_0}} &= \frac{60}{s+0.01} \\ W_{T_{K_0}} &= (s+0.02)(s+0.1)\times 10^{-4} \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} W_{S_K} &= \frac{10}{s+0.01} \\ W_{T_K} &= (s+0.02)(s+80)\times 10^{-3} \end{aligned} \tag{17}$$

K_0, K のコントローラ設計では K_0 を高い制御性能を有するように, K には高いロバスト性を持たせるようにした. 得られた H_∞ コントローラ K_0, K を図 9 に示す. 実線が K_0, 破線が K である. 設計した二つのコントローラは K_0 が高ゲインで高性能, K が低ゲインでモデル変動に対してロバストであることがわかる.

最後に Step 3 の内部コントローラ Q を K_0, K を用いて導出する. 実際の Q の計算のためには P, K_0 の状態空間表現を用いた方が便利である. P, K_0 の状態空間表現が以下で与えられたとしよう.

$$P = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array}\right], \quad K_0 = \left[\begin{array}{c|c} A_k & B_k \\ \hline C_k & D_k \end{array}\right] \tag{18}$$

ここで (A, B) は可制御, (C, A) は可観測, 同様に (A_k, B_k) は可制御, (C_k, A_k) は可観測である.

このとき P, K_0 の左既約分解の状態空間表現は式 (19), (20) で与えられる. ここで, フィードバックゲイン L, L_k はそれぞれ $A+LC$, $A_k+L_kC_k$ を安定化し, 固有値が式 (21), (22) となるようにする.

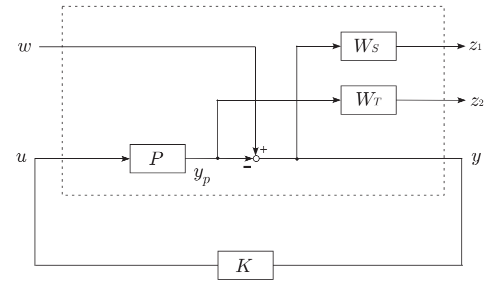


図 8　一般化プラント
Fig. 8.　Generalized Plant for Control System Design

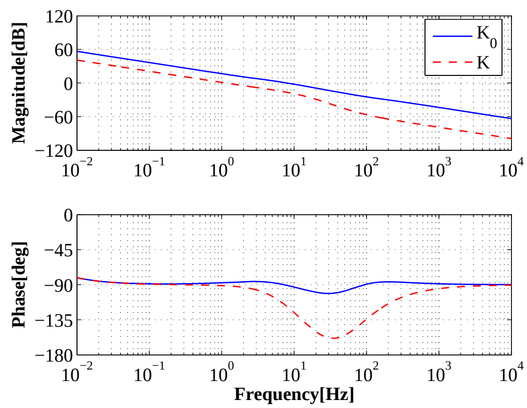


図 9　K_0 と K のボード線図
Fig. 9.　Bode Diagram of Controllers K_0 and K

$$[\tilde{N} \quad \tilde{M}] = \left[\begin{array}{c|cc} A+LC & B+LD & L \\ \hline C & D & I \end{array}\right] \tag{19}$$

$$[\tilde{V} \quad \tilde{U}] = \left[\begin{array}{c|cc} A_k+L_kC_k & L_k & B_k+L_kD_k \\ \hline C_k & I & D_k \end{array}\right] \tag{20}$$

$$\lambda(A+LC) \;=\; \{-100, -110, -260\} \tag{21}$$

$$\lambda(A_k+L_kC_k) \;=\; \{-300, -310, -400, -410\} \tag{22}$$

5.　制御実験による検証

提案したスミス法を用いた GIMC 構造の検証を行う.

〈5・1〉　制御性能の検証　　まず, 図 4 の検出器を手動で制御することにより, コントローラ $K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U}$ および $K = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M})$ の制御性能を検証する. むだ時間を表 2 のノミナルパラメータとし, 目標値として 1×10^{-3}[m] のステップ信号を 0.1[s] 後に与えたときの応答を図 10 に示す. 実線が K_0, 破線が K を用いた場合である. 図 10 より K_0 の方が K よりも過渡応答特性が良いことがわかる. よって, ノミナルパラメータでは K_0 は K より高い性能を持っているといえる. なお, K_0 において約 0.35[s] に見られるオーバーシュートは, 約 0.25[s] のオーバーシュートによる誤差がむだ時間 0.1[s] 後にフィードバックされるため生じている.

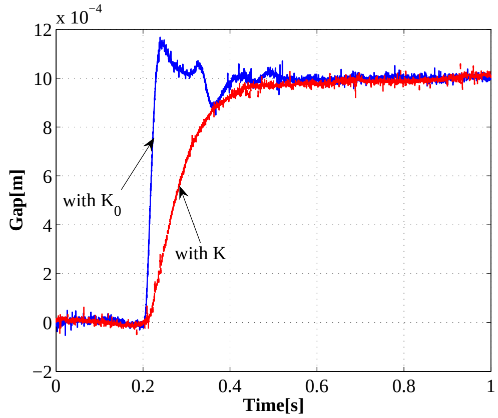
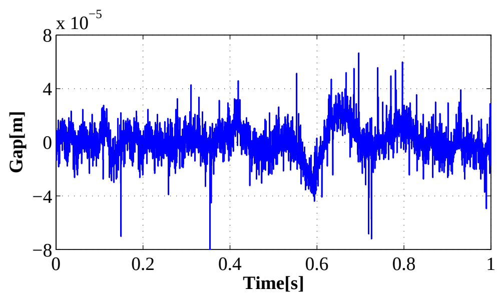
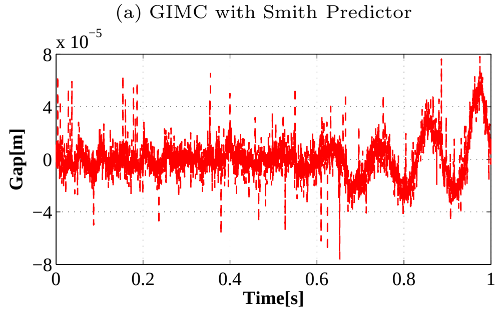


図 10　ステップ応答 (ノミナルパラメータ)
Fig. 10.　Step Responses with Nominal Parameters



(a) GIMC with Smith Predictor



(b) K_0

図 11　変動パラメータによる時間応答
Fig. 11.　Time Response for Perturbed Parameters

表 2　変動パラメータ
Table 2.　Perturbed Parameters

	Nominal Parameters	Perturbed Parameters
τ[s]	0.1	0.1
$\hat{\tau}$[s]	0.1	0.15

〈5・2〉 安定性の検証　図 4 でコントローラの切り替えを検出器で自動的に行い, 安定性を保持できるかどうかを検証する. 表 2 の変動パラメータのむだ時間を 0.1[s] 後に加えたときの時間応答を図 11 に示す. 図 11-(a) はスミス法を用いた GIMC 構造を用いた応答であり, 図 11-(b) はノミナルコントローラ K_0 だけの応答である. また, 内部コントローラ出力 q の時間応答を図 12 に示す. 図 11-(b) より, K_0 だけでは信号が徐々に発散し, 安定性を保つことができない. しかし図 11-(a) では, むだ時間が加えられた瞬間から振動が大きくなり発散しようとしているが, 約 0.7[s] で振動が抑えられて安定となっていることがわかる. これは図 12 からわかるように, 約 0.5[s] でコントローラが切り替わったためである. つまり, むだ時間誤差がない場合 ($\hat{\tau} - \tau = 0$) には高性能な制御を行うことができ, 誤差が生じて ($\hat{\tau} - \tau \neq 0$) ノミナルコントローラで対応できなくなると, 切り替えが行われ安定性が保持されることが確認された.

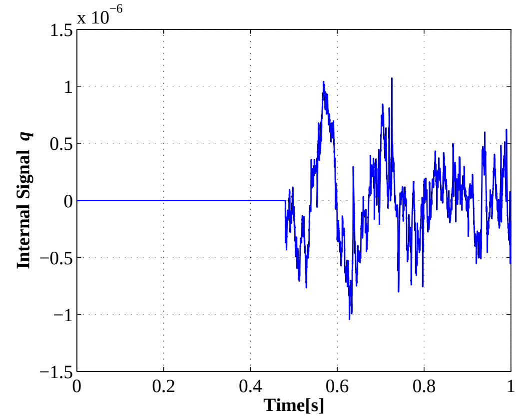


図 12　スミス法を用いた GIMC 構造の内部信号 q
Fig. 12.　Internal Signal q of GIMC with Smith Predictor

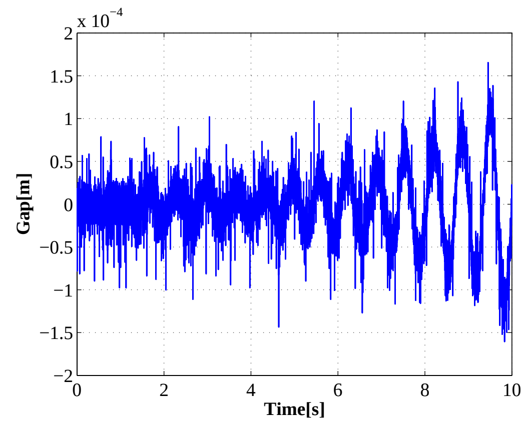


図 13　GIMC 構造による時間応答
Fig. 13.　Time Response of GIMC Structure

〈5・3〉 安定限界　前節と同様の実験を行い, むだ時間の長さとむだ時間誤差について検証する. その結果, むだ時間誤差がない場合だと $\tau = \hat{\tau} = 10$[s] 以上のむだ時間を加えても安定となった. また, むだ時間誤差 $|\hat{\tau} - \tau|$ は 0.16[s] 程が限界であった. ここで, 従来研究の GIMC 構造 [7] において拡大系 P に対して 0.15[s] のむだ時間を加えたときの時間応答を図 13 に示す. 図より 5[s] 付近より振動が大きくなり発散していることがわかる. よって, スミス法を用いることにより, 大きなむだ時間に対応できることが確認された.

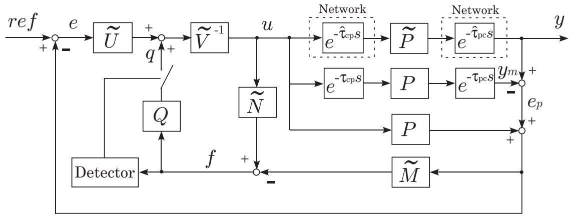


図 14　ネットワークを介した制御システム
Fig. 14.　Networked Control System

6.　ネットワークを介した制御システムへの応用

この節では, コントローラと制御対象をネットワーク結合したシステムに対して提案法を応用する．そのときの構造を図 14 に示す．ここでは, コントローラから制御対象への通信遅延を $\hat{\tau}_{\rm cp}$ とし, 制御対象からコントローラへの通信遅延を $\hat{\tau}_{\rm pc}$ としている．通信遅延が $\hat{\tau}_{\rm cp}, \hat{\tau}_{\rm pc}, \tau_{\rm cp}, \tau_{\rm pc} = 0.05$[s] から $\hat{\tau}_{\rm cp}, \hat{\tau}_{\rm pc} = 0.075$[s] へと 0.1[s] で変動したときの出力を考える．そのときの時間応答と内部コントローラ出力 q を図 15 と図 16 に示す．図 15 より, 通信遅延が加えられた瞬間から振動が大きくなり発散しようとしている．しかし図 11-(a) の応答と同じように約 0.6[s] で振動が抑えられ, 安定化されていることがわかる．これは図 16 からわかるように, 約 0.4[s] でコントローラが切り替わったためである．以上より図 14 の構造においても, 〈5･2〉節と同様の結果が得られた．よって, コントローラと制御対象をネットワーク結合したシステムに対しても有効であることが確認された．

7.　おわりに

本稿では, スミス法を用いた GIMC 構造の提案を行い, その構造がむだ時間を含む系でも高性能かつ高ロバストな制御を行えることを実験的に示した．GIMC 構造は性能とロバスト性を両立できる構造であり, スミス法はむだ時間を考慮できる制御方法である．実際に, スミス法を用いた GIMC 構造を磁気浮上システムに応用し, むだ時間誤差がない場合には高性能な制御を行い, 安定性を損なうような誤差を生じた場合はコントローラの切り替えを行い, 安定性を保持できることを示した．また, コントローラと制御対象をネットワーク結合したシステムに対してもスミス法を用いた GIMC 構造が有効であることを示した．

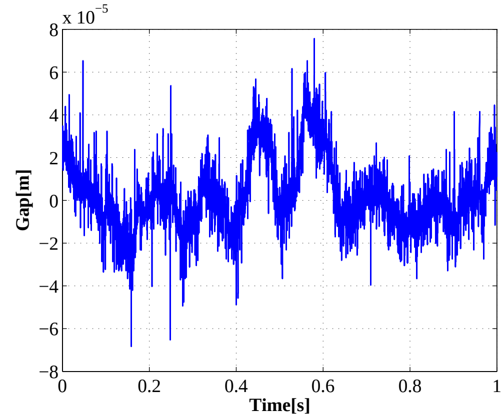


図 15　ネットワークを介した制御構造の時間応答
Fig. 15.　Time Response of Networked Control System

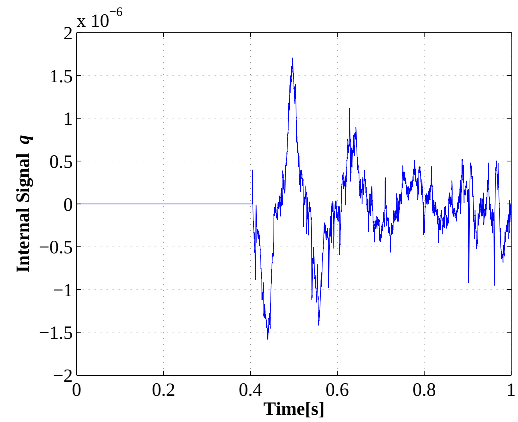


図 16　ネットワークを介した制御構造の内部信号 q
Fig. 16.　Internal Signal q of Networked Control System

参考文献

（1） K. Zhou and J. C. Doyle: Essential of Robust Control, Prentice Hall (1998)

（2） K. Zhou: “A Natural Approach to High Performance Robust Control: Another Look at Youla Parameterization,” Proceedings of SICE Annual Conference, pp. 869-874 (2004)

（3） K. Zhou and Z. Ren: “A New Controller Architecture for High Performance, Robust, and Fault-Tolerant Control,” IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 46, no. 10, pp. 1613-1618 (2001)

（4） H. Niemann and J. Stoustrup: “Passive Fault Tolerant Control of a Double Inverted Pendulum - A Case Study,” Control Engineering Practice, vol. 13, no. 8, pp. 1047-1059 (2005)

（5） D. U. Campos-Delgado and K. Zhou: “Reconfigurable Fault-Tolerant Control Using GIMC Structure,” IEEE Transactions on Automatic Control, vol.48, no.5, pp. 832-838 (2003)

（6） D. U. Campos-Delgado, S. M. Martinez and K. Zhou: “Integrated Fault Tolerant Scheme with Disturbance Feedforward,” Proceeding of the American Control Conference, pp. 1799-1804 (2004)

（7） 滑川徹 丸山英人: “GIMC 構造を用いた磁気浮上システムの高性能ロバスト制御,” 第 5 回計測自動制御学会制御部門大会, pp. 323-326 (2005)

（8） O. J. M. Smith: “A Controller to Overcome Dead Time,” ISA Journal, vol. 6, no. 2, pp. 28-33 (1959)

（9） 阿部直人 延山英沢: “第 1 回:むだ時間システム入門 1− 伝達関数からのアプローチ −,” 計測と制御, 44-11, pp. 799-804 (2005)

（10） Y. Tipsuwan and M. Chow: “Control Methodologies in Networked Control Systems,” Control Engineering Practice, vol. 11, no. 10, pp.1099- 1111 (2003)