

# GIMC 構造の磁気浮上システムへの応用

## Application of GIMC Structure to Magnetic Suspension Systems

丸山 英人 (長岡技術科学大学)

滑川 徹 (長岡技術科学大学)

Hideto Maruyama Nagaoka University of Technology

Toru Namerikawa Nagaoka University of Technology

This paper deals with a high performance and robust control scheme based on Generalized Internal Model Control(GIMC) Structure proposed by Kemin Zhou. We apply the GIMC structure to the magnetic suspension system and construct a high performance and robust control system. GIMC structure can switch two controllers which have high performance and high robustness respectively. We design two controllers using  $H_\infty$  mixed sensitivity problem. We show effectiveness of GIMC structure via some experimental results.

*Keywords:* Generalized Internal Model Control(GIMC), High Performance Robust Control, Robustness and Performance, Magnetic Suspension System

### 1 はじめに

通常のフィードバック制御構造では、性能とロバスト性にはトレードオフの関係がある。このため、高い性能を得るためにはロバスト性を犠牲にし、逆に高いロバスト性を得るには性能を犠牲にして制御系設計を行うことが一般的である。

従来の  $H_\infty$  制御や  $\mu$  設計法などのロバスト制御系設計は、到底起こりえない最悪ケースに基づいた設計法であるために、モデルの不確かさ、外乱などに対してはロバストではあるがノミナル時においては良好な性能を満たすことは出来ない [4]。しかし、最悪ケースにおいても不安定とはならず、安定性を保証することは非常に重要なことである。つまり望ましい特性とはノミナル時において良好な応答を示し、モデル変動時には最悪でも安定性を維持できるものである。この問題に対して、GIMC 構造は性能とロバスト性のトレードオフ問題を考えることなく、上記の望ましい特性を得ることができる制御構造として提案されている [1,2]。これは安定化補償器のパラメトリゼーションを利用したもので、耐故障性を有する制御系設計にも応用が可能である [3]。

GIMC 構造では高い性能を持つノミナルコントローラ  $K_0$  と高いロバスト性を持つロバストコントローラ  $K$  を使い分け、ノミナル時では  $K_0$  で、モデル変動時

では  $K$  で制御し、性能とロバスト性を両立が可能である。

本研究ではこの GIMC 構造を不安定なメカトロシステムである磁気浮上系 [5] に適用し、その有効性を実験的に検証する。

### 2 GIMC 構造について

はじめに制御対象  $\tilde{G}(s)$  とそのノミナルモデル  $G(s)$  とし、 $G(s)$  に対する安定化コントローラ  $K_0(s)$  が存在するとする。ここで  $G$  と  $K_0(s)$  は式 (1) の左既約分解表現されるとする。

$$G = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}, \quad K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U} \quad (1)$$

このとき、全ての安定化コントローラ  $K(s)$  はフリーパラメータ  $Q(s) \in RH_\infty$  を用いて式 (2) で表されることが知られている。ただし、フリーパラメータ  $Q \in RH_\infty$  は式 (3) の関係を満たすものとする。

$$K(s) = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M}) \quad (2)$$

$$\det(\tilde{V} - Q\tilde{N})(\infty) \neq 0 \quad (3)$$

GIMC 構造はこの式 (1),(2) の関係を用いて Fig.1 で表される。これは通常のフィードバックループ ( $K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U}$ ) に内部フィードバックループが加わった構造を有している。この構造は IMC (Internal Model Control) と類似しており、そのため GIMC 構造と呼ばれる。フリーパラメータ  $Q \in RH_\infty$  は本来式 (3) を満たす範囲で自由に選ぶことができるが、 $Q(s)$  を固定すると  $K(s)$  が一意に決まる。以下では  $Q(s)$  を固定して議論する。

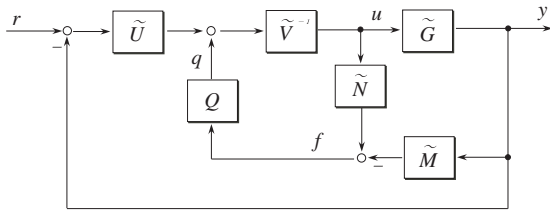


Fig. 1: GIMC structure

GIMC 構造が性能とロバスト性を両立できることは、 $K_0$  と  $K$  を切り替えて制御できることにあり、これは内部信号  $f$  によるものである。Fig.1 において内部信号  $f(s)$  に着目すると式 (4) で表されることが分かる。

$$f = \tilde{N}u - \tilde{M}y \quad (4)$$

この信号  $f$  は推定出力と観測出力の誤差であり [2]、制御対象とモデルが一致する  $\tilde{G} = G$  の場合と、制御対象とモデルが一致しない  $\tilde{G} \neq G$  の場合の二つの状態がある。

$\tilde{G} = G$ : モデルに不確かさ、外乱、故障が存在しない場合は  $f = 0$  となり、信号  $q = 0$  となる。そのため  $K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U}$  で制御される。

$\tilde{G} \neq G$ : モデルに不確かさ、外乱、故障が存在する場合は  $f \neq 0$  で、信号  $q$  が制御ループに伝わり内部ループが有効となる。その結果  $K = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M})$  で制御される。

このように、GIMC 構造では内部信号  $f(s)$  を使い制御構造を切り替えることでコントローラ  $K_0(s)$ 、 $K(s)$  の切り替えが可能となる。この切り替え特性により、 $K_0(s)$  を高い性能を有するように、 $K(s)$  を高いロバスト性を有するように設計すれば、ノミナル時 ( $f(s) = 0$ ) では高い性能を有したノミナルコントローラ  $K_0(s)$  で、モデル変動時 ( $f(s) \neq 0$ ) では高いロバスト性を有したコントローラ  $K(s)$  で制御されることになり、望ましいコントローラを得ることができる。

これらのことより、GIMC 構造のコントローラの設計は次のように行う。

設計手順[1]

Step 1. ノミナルモデル  $G(s)$  に対して高い性能を持つノミナルコントローラ  $K_0(s)$  を設計する

Step 2. 変動モデル  $\tilde{G}(s)$  に対して高いロバスト性を持つロバストコントローラ  $K(s)$  を設計する

Step 3. 内部コントローラ  $Q(s)$  を以下の式で求める

$$Q = \tilde{V}(K - K_0)(\tilde{N}K + \tilde{M})^{-1} \quad (5)$$

このように設計することで内部コントローラ  $Q$  はノミナル時には使用されず、ノミナルコントローラ  $K_0(s)$  で制御され、モデル変動時には内部コントローラが使用されロバストコントローラ  $K(s)$  で制御されることになる。

しかし実際には制御対象を完全に  $\tilde{G} = G$  とモデル化すること非常に困難なことで、ノミナル時では  $\tilde{G} \simeq G$  となり  $K_0(s)$  ではなく  $K(s)$  で制御されてしまう。そこで Fig.2 のような内部信号に検出器とスイッチを加えた構造を与える。このようにすることで  $\tilde{G} = G$  と制御対象を完全にモデル化できなくても、 $\tilde{G} \simeq G$  で高性能なコントローラ  $K_0$  で制御することができる。また、少しのモデル化誤差であれば性能を優先して制御させることが可能である。

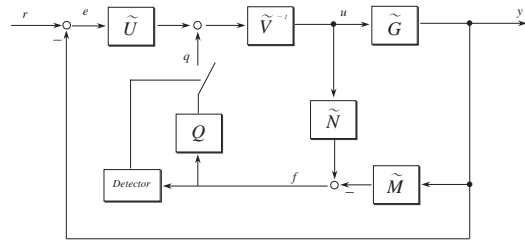


Fig. 2: GIMC structure with Detector and Switch

### 3 制御対象

本研究で用いる制御対象は Fig.3 で示される一軸制御型磁気浮上システムである [5]。図中の各変数は、 $m$ : 浮上体質量、 $f(t)$ : 電磁石吸引力、 $x(t)$ : 変位、 $v(t)$ : 印加電圧、 $i(t)$ : 印加電流である。このシステムの運動方程式は式 (6) で表され、電磁石吸引力は式 (7) で表される。

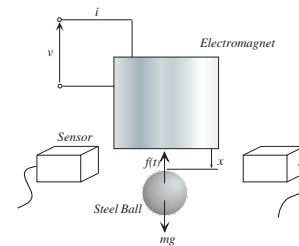


Fig. 3: Magnetic Suspension System

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = mg - f(t) \quad (6)$$

$$f(t) = k \left( \frac{i(t)}{x(t) + x_0} \right)^2 \quad (7)$$

式 (7) 中の  $k, x_0$  は同定によって求まる電磁石係数である。式 (7) で表される電磁石吸引力式を線形化 [5] することによって式 (8) の状態空間表現を導出することができる。

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ k_x & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ -k_i \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \boldsymbol{x}\end{aligned}\quad (8)$$

Table 1: Nominal Parameters

$m$	0.357[kg]
$k$	$11.641 \times 10^{-4} [\text{Nm}^2/\text{A}^2]$
$x_0$	$4.737 \times 10^{-3} [\text{m}]$
$X$	$5 \times 10^{-3} [\text{m}]$
$I$	0.54[A]

#### 4 制御系設計

GIMC 構造のコントローラ設計は上記の3つのステップを踏むことになる。始めに Step1,2 のノミナルコントローラ  $K_0$  とロバストコントローラ  $K$  を  $H_\infty$  混合感度問題により設計する。

$H_\infty$  混合感度問題とは式 (9) の条件を満たす制御則  $K$  を見つける問題である。式中の記号は  $S$ :感度関数,  $T$ : 相補感度関数,  $W_S$ :感度関数重み,  $W_T$ :相補感度関数重みである。

$$\left\| \begin{array}{c} W_S S \\ W_T T \end{array} \right\|_\infty < 1 \quad (9)$$

$H_\infty$  混合感度問題で用いる一般化プラントを Fig.4 に示す。

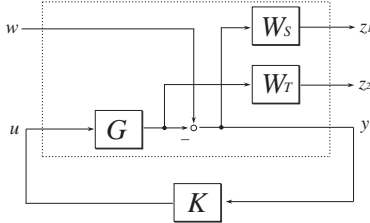


Fig. 4: Generalized Plant

$K_0$  の設計に用いる重みを式 (10),  $K$  の設計に用いる重みを式 (11) に示す。添え字の  $P$  は  $K_0$ ,  $R$  は  $K$  に対する重みを表す。  $K_0, K$  のコントローラ設計では  $K_0$  を高い性能を,  $K$  を高いロバスト性を持たせるように設計した。求めた  $H_\infty$  コントローラ  $K_0, K$  を Fig.5 に示す。実線が  $K_0$ , 破線が  $K$  である。設計した二つのコントローラは,  $K_0$  が高ゲインで高性能,  $K$  が低ゲインでモデル変動に対してロバストであることが分かる。

$$\begin{aligned}W_{SP} &= \frac{500}{s + 0.01}, \\ W_{TP} &= 1 \cdot 10^{-6} \cdot (s + 0.02)(s + 0.1) \quad (10) \\ W_{SR} &= \frac{10}{s + 0.01}, \\ W_{TR} &= 1 \cdot 10^{-5} \cdot (s + 0.02)(s + 800) \quad (11)\end{aligned}$$

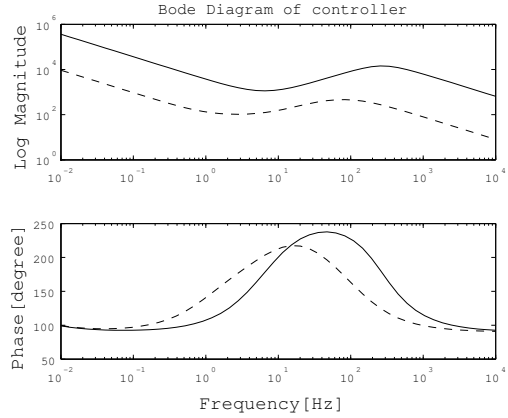


Fig. 5: Bode Diagram of Controllers

最後に Step3 の内部コントローラ  $Q$  を求めた  $K_0, K$  を用いて導出する。始めに  $K_0, K$  を既約分解した後, 式 (5) を用いて  $Q(s)$  を求める。

#### 5 制御実験による検証

通常のフィードバック構造と GIMC 構造の違いを比較するため, 設計により求めた二つのコントローラ  $K_0, K$  と GIMC 構造の三つの応答を示す。この実験ではプラントの変動として鉄球の質量と信号の遅れを Table 2 のように考慮した。

Table 2: Perturbation of Parameters

	Nominal Parameters	Perturbed Parameters
$m[\text{kg}]$	0.357	0.197
delay[s]	0.000	0.001

##### 5.1 GIMC 構造

まず Fig.1 の GIMC 構造をそのまま用いた場合について検証を行う。実験内容は定常浮上位置 5[mm] から 4[mm] への目標値を与え, ノミナルでは Table 1 のパラメータを用い, 変動時には Table 2 のパラメータを用いた。ノミナルの応答を Fig.6 に, 変動時の応答を Fig.7 に示す。図中の実線が GIMC 構造, 破線が  $K_0$ , 一点鎖線が  $K$  の応答である。

Fig.6 から, ノミナル時の応答では  $K_0$  は良い応答を示しているが, GIMC 構造は  $K_0$  と一致した良い応答ではない。そして Fig.7 から, 変動時では  $K_0$  は非常に大きく変動しているが, GIMC 構造はあまり変化をしていない。またそれぞれの  $H_\infty$  コントローラは性能, ロバスト性のどちらかしか確保できていない。

##### 5.2 GIMC 構造

Fig.6 において, ノミナル時で GIMC の応答が  $K_0$  と一致しないのはノミナル時でさえ,  $\tilde{G}$  と  $G$  に誤差があ

り,  $f(s) \neq 0$  となるためである. そこで, 2 のような検出器とスイッチを付加した構造での応答を Fig.8 に示す. これによりノミナル性能が達成されていることが確認できる. Fig.2 の構造を用いて同様にモデル変動時の応答を計測したが, 結果は Fig.7 とほぼ一致した.

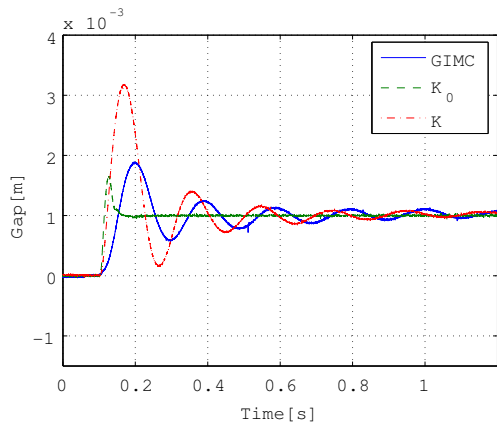


Fig. 6: Step Responses of Nominal Plant

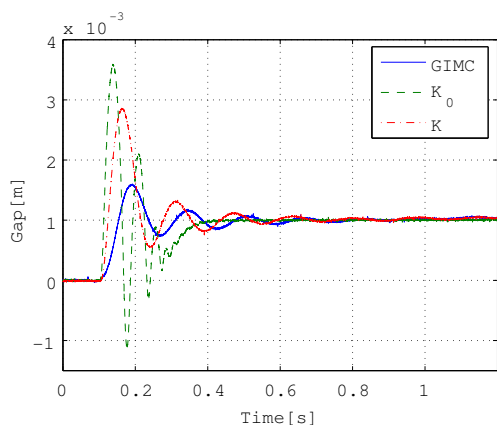


Fig. 7: Step Responses of Perturbed Plant

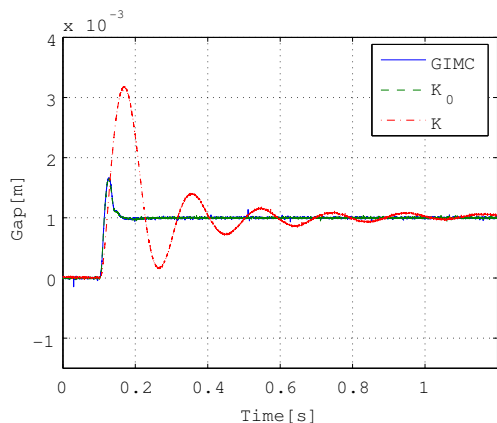


Fig. 8: Step Responses of Nominal Plant with Detector and Switch

Fig.8 の検出器とスイッチを加えた GIMC 構造の応答は, GIMC と  $K_0$  の応答が一致していることが分かる. このように検出器とスイッチを付加することによってノミナルプラントで良好な性能を実現し, 変動プラントで良好なロバスト性を実現した. つまり GIMC 構造により高性能ロバスト制御が実現可能であることが確認された.

## 6 おわりに

本稿では GIMC 構造が高性能とロバスト性を両立できることを実験により確認した. GIMC 構造は高性能なコントローラと高ロバストなコントローラの二つを内部信号によって切り替えることができる. 実際に GIMC 構造を磁気浮上システムに応用し,  $H_\infty$  制御と比較検討することによって, 高性能かつロバストなコントローラが実現できることを示した. 今後は本制御構造の拡張とその耐故障性について検討を進める.

## 参考文献

- [1] Kemin Zhou, A Natural Approach to High Performance Robust Control: Another Look at Youla Parameterization, *Proceedings of SICE Annual Conference 2004*, pp.869-874, 2004
- [2] Kemin Zhou and Zhang Ren, A New Controller Architecture for High Performance, Robust, and Fault-Tolerant Control, *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol.46, No.10, pp1613-1618, 2001
- [3] Daniel U, Campos-Delgado and Kemin Zhou, Reconfigurable Fault-Tolerant Control Using GIMC Structure, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.48, No.5, pp1613-1618, 2003
- [4] G.J.Balas, J.C.Dolye, K.Glover, A.Packard and R.Smith,  *$\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox*, MUSYN Inc. and The MathWorks, Inc., 1993
- [5] Masayuki Fujita, Toru Namerikawa, Fumio Matsumura and Kenko Uchida,  $\mu$ -Synthesis of an Electromagnetic Suspension System, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.40, No.3, pp530-536, 1995