

受動性に基づく磁気浮上系の広域安定化

A Passivity-based Approach to Wide Area Stabilization of the Magnetic Suspension Systems

○河野 洋人 (長岡技術科学大学)

正 滑川 徹 (長岡技術科学大学)

Hiroto Kawano, Nagaoka University of Technology, Kamitomioka 1603-1, Nagaoka, Niigata

Toru Namerikawa, Nagaoka University of Technology

This paper deals with a passivity-based approach to wide area stabilization of the magnetic suspension systems. The magnetic suspension systems have strong nonlinearity. In order to take the leakage inductance of the electromagnet into account, we design the controller considering the leakage inductance of the electromagnet. The systems can be decomposed two subsystems, electrical subsystem and mechanical subsystem. We design a nonlinear passivity-based controller for each two subsystems. Steady-state and transient experimental results for some operating points show the effectiveness of the proposed method.

Key Words: Magnetic Suspension Systems, Passivity, Nonlinear Control, Wide Area Stabilization

1 はじめに

磁気浮上システムは、電磁力によって対象物を非接触支持することができるシステムで、磁気軸受やクリーンルーム内での搬送装置、磁気浮上鉄道などに用いられている。しかしこのシステムは本来不安定なシステムであるためにフィードバック制御が必要不可欠である⁽¹⁾。制御系設計をする際には、磁気浮上システムが非線形性の強いシステムであるため、磁気浮上システムを制御対象とした研究では、システムを線形化して、 H_∞ 制御などの線形コントローラ⁽²⁾を適用し、システムを平衡点近傍で安定化する手法が取られるのが一般的である。しかし本来非線形であるシステムを線形化するためシステムの駆動領域を大きくとることが困難である。

一方、Ortegaら⁽³⁾や清水ら⁽⁴⁾はロボット工学などの分野で用いられている受動性を基にした制御に着目し、システムの受動性に基づいた方法を用いてコントローラの導出を行っている。文献⁽³⁾⁽⁴⁾では電圧制御型の磁気浮上システムを電気系サブシステムと機械系のサブシステムの2つに分割し、それぞれのサブシステムに対してコントローラを設計することにより、広域での安定化を実現している。

文献⁽³⁾⁽⁴⁾では磁気浮上システムの特徴を簡略化したモデルを用いて受動性に基づくコントローラを導出している。そこで本研究ではより厳密な磁気浮上モデルに対して受動性に基づく非線形コントローラを導出し、システムの広域での安定化を図る。導出したコントローラを実際の磁気浮上実験装置に適用し、従来法⁽³⁾⁽⁴⁾と比較し、提案法の有効性を検証する。

2 受動的システム⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾

ここで受動的システムについて説明する。まず次のような非線形システムを考える。

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (1)$$

ただし、 $u \in R^m$ と $y \in R^m$ はそれぞれ外部入力と出力、 $x \in R^n$ は状態を表す。

定義 1 システム (1) が受動的 (passive) であるというのは、準正定関数 $H(x)$ ($H(x) \geq 0, \forall x$) が存在して消散不等式

$$H(x(t)) - H(x(0)) \leq \int_0^t y^T(\tau)u(\tau)d\tau, \quad \forall t \geq 0 \quad (2)$$

が任意の入力 $u(t)$ に関して成り立つことである。このとき $H(x)$ をストレージ関数と呼び、(2) 式を消散不等式と呼ぶ。

この (2) 式は

$$\text{蓄えられた仕事} \leq \text{外部からなされた仕事}$$

となることを示している。なお、正定関数 $Q(x)$ が存在して、

$$H(x(t)) - H(x(0)) \leq \int_0^t y^T(\tau)u(\tau)d\tau - \int_0^t Q(x(\tau))d\tau, \quad \forall u \quad (3)$$

が成り立つとき、この系は強受動的 (または厳密に受動的) であるという。

3 磁気浮上システムのモデルと受動性⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁸⁾

3.1 磁気浮上システムの数式モデル

本研究では、電圧制御型の磁気浮上システムを対象とする。

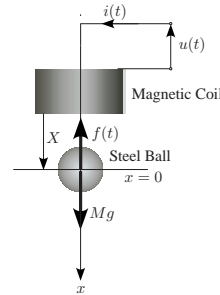


Fig. 1 Magnetic Suspension System

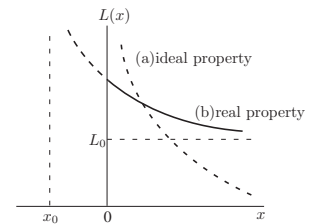


Fig. 2 Property of Inductance

Fig. 1 に示すような剛体球の磁気浮上系を考える。浮上体の定常浮上位置を X で表す。 X からの浮上体の変位を $x(t)$ で表し、鉛直下向きを正とする。また浮上体の質量を M とする。電磁石に印加する電圧を $u(t)$ 、電磁石に流れる電流を $i(t)$ とし、電磁力を $f(t)$ とする。ここで電磁石のインダクタンス L は浮上体の位置 $x(t)$ の関数として次式のような形で表せる。

$$L(x(t)) = \frac{2k}{x_0 + X + x(t)} + L_0 \quad (4)$$

ここで k は吸引力係数、 x_0 は補正項、 L_0 は漏れインダクタンスとし、変位 $x(t)$ は $x(t) > -(X + x_0)$ とする。このインダクタ

ンスの特性を Fig. 2 に示す. 曲線 (a) は電磁石の漏れ磁束がない, 鉄心の透磁率が無限などの理想的なもので, 曲線 (b) は漏れ磁束が存在し, 透磁率が有限であるといった実際のインダクタンスの特性である. (b) の場合 (4) 式のように x_0, L_0 を用いて $L(x)$ を表現する. 文献⁽³⁾⁽⁴⁾では漏れインダクタンス L_0 が小さいと考え, $L_0 = 0$ としたインダクタンス $L(x)$ でコントローラを導出している. 本研究では L_0 を考慮したモデルを取り扱う.

システムの数式モデルは電気回路方程式が (5) 式, 運動方程式が (6) 式のように書ける. ここで R は電磁石の内部抵抗で, 電磁力 $f(t)$ は (7) 式とする.

$$L(x(t))\dot{i}(t) - \frac{2k}{(x_0 + X + x(t))^2}\dot{x}(t)i(t) + Ri(t) = u(t) \quad (5)$$

$$M\ddot{x}(t) + f(t) - Mg = 0 \quad (6)$$

$$f(t) = \frac{k}{(x_0 + X + x(t))^2}i^2(t) \quad (7)$$

ここで電磁石の発生する磁束 λ は次式のように書ける.

$$\lambda(t) = L(x(t))i(t) = \frac{2k + L_0(x_0 + X + x(t))}{x_0 + X + x(t)}i(t) \quad (8)$$

この λ を用いて磁気浮上系の電気回路方程式 (5) を書き換えると (5) 式は次式のように書ける.

$$\dot{\lambda}(t) = -\frac{R(x_0 + X + x(t))}{2k + L_0(x_0 + X + x(t))}\lambda(t) + u(t) \quad (9)$$

さらに電磁石の発生する電磁力 $f(t)$ (7) 式は λ を用いて次式のように書ける.

$$f(t) = \frac{k}{(2k + (x_0 + X + x(t))L_0)^2}\lambda^2(t) \quad (10)$$

この式を用いると運動方程式 (6) は次式となる.

ここで電気回路方程式と運動方程式をまとめると

$$\Sigma \begin{cases} \Sigma_1 : \begin{cases} \dot{\lambda}(t) = -\frac{R(x_0 + X + x(t))}{2k + L_0(x_0 + X + x(t))}\lambda(t) + u(t) \\ f(t) = \frac{k}{(2k + (x_0 + X + x(t))L_0)^2}\lambda^2(t) \end{cases} \\ \Sigma_2 : \begin{cases} M\ddot{x} = Mg - f(t) \end{cases} \end{cases} \quad (11)$$

を得る. (11) 式に示される磁気浮上系は電気系サブシステム Σ_1 と機械系サブシステム Σ_2 に分割でき, Fig. 3 に示すようなフィードバック結合した系と見なすことができる⁽³⁾⁽⁴⁾.

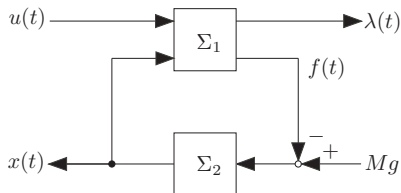


Fig. 3 Feedback Decomposition

3.2 受動性の検証

Fig. 3 のフィードバック結合で構成された磁気浮上システムの電気系サブシステム Σ_1 と機械系サブシステム Σ_2 の受動性について検証する.

まず電気系サブシステム Σ_1 の受動性について検証する. Σ_1 の入力 u , 出力 λ とする. Σ_1 のストレージ関数の候補を次式とする.

$$H_\lambda = \frac{1}{2}\lambda^2 \quad (12)$$

これを時間微分すれば次式が得られる.

$$\dot{H}_\lambda = \lambda\dot{\lambda} = -\frac{R(x_0 + X + x(t))}{2k + L_0(x_0 + X + x(t))}\lambda^2 + \lambda u \quad (13)$$

ここで $x(t) > -(X + x_0)$ より,

$$0 < \alpha \leq \frac{R(x_0 + X + x(t))}{2k + L_0(x_0 + X + x(t))} \quad (14)$$

のような正数 α を用いて (13) 式は次式のように書ける.

$$\dot{H}_\lambda \leq -\alpha\lambda^2 + \lambda u \quad (15)$$

上式の両辺を 0 から T まで時間積分すれば,

$$\int_0^T \lambda u dt \geq \alpha \int_0^T \lambda^2 dt + H_\lambda(T) - H_\lambda(0) \quad (16)$$

となり, (3) 式を満たすので電気系サブシステム Σ_1 は入力 u , 出力 y とする強受動的なシステムであることがわかる.

続いて機械系サブシステム Σ_2 の受動性について検証する. Σ_2 の入力 $Mg - f$, 出力 \dot{x} とする. まずストレージ関数の候補を運動エネルギーの次式とする.

$$H_m = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 \quad (17)$$

これを時間微分し, 次式を得る.

$$\dot{H}_m = M\dot{x}\ddot{x} = \dot{x}(Mg - f) \quad (18)$$

上式の両辺を 0 から T まで時間積分すれば,

$$\int_0^T \dot{H}_m dt = H_m(T) - H_m(0) \quad (19)$$

$$= \int_0^T \dot{x}(Mg - f) dt \quad (20)$$

が成立し, (2) 式を満たすので受動性を有しているといえる.

これらから磁気浮上系が強受動的な電気系サブシステム Σ_1 と受動的な機械系サブシステム Σ_2 より構成されていることが示された.

4 制御則の導出⁽³⁾⁽⁴⁾

4.1 制御系設計の方針

本研究では, 以下の指針で電気系サブシステムと機械系サブシステムに対して独立にコントローラを設計し, それらを結合することで磁気浮上系のコントローラを導出する.

1. 機械系サブシステムのコントローラでは, 位置誤差を 0 とするような電磁石が発生すべき目標制御力 f_d を計算する.
2. 電気系サブシステムでは機械系サブシステムのコントローラで得られた目標電磁力 f_d を発生させるような磁束 λ_d を計算し, さらに, 磁束が目標磁束 λ_d となるような制御入力 u を決定する.

4.2 制御入力 u の決定

機械系サブシステムが x を整定するために必要な電磁力 f_d と、それを発生させる目標磁束 λ_d が与えられているものとして、 $\lambda \rightarrow \lambda_d$ となるような制御入力 u を決定する。電気系サブシステムのエネルギーを整形し、所望する閉ループ系のストレージ関数が

$$H_d = \frac{1}{2} \tilde{\lambda}^2 \quad (21)$$

となるようなコントローラを考える。ここで、 $\tilde{\lambda} = \lambda - \lambda_d$ は磁束誤差である。いま、入力 u を以下のように置く。

$$u = \dot{\lambda}_d + \frac{R(x_0 + X + x(t))}{2k + L_0(x_0 + X + x(t))} \lambda_d + v \quad (22)$$

ただし v は $v = -R_{DI} \tilde{\lambda}$ で電気系サブシステムに関する誤差系のダイナミクスは (11) 式の第1式と (22) 式より

$$\dot{\tilde{\lambda}} = -\frac{R(x_0 + X + x(t))}{2k + L_0(x_0 + X + x(t))} \tilde{\lambda} + v \quad (23)$$

となる。このとき、誤差系 (23) はストレージ関数を (21) 式、入力を v 、出力を $\tilde{\lambda}$ とする強受動的であることがいえる。また、 $\alpha > 0$ ((14) 式) より、 $v \equiv 0$ のとき誤差系 (23) は指数安定となり、 $t \rightarrow \infty$ のとき $\lambda \rightarrow \lambda_d$ となることが保証される。

4.3 目標磁束 λ_d の決定

電磁力 f は、 $\tilde{\lambda}$ と λ_d を用いて次式のように書ける。

$$f = \frac{k}{(2k + (x_0 + X + x(t))L_0)^2} \{ \lambda_d^2 + \tilde{\lambda}(\tilde{\lambda} + 2\lambda_d) \} \quad (24)$$

前節の結果より、 $v \equiv 0$ のとき $\tilde{\lambda} \rightarrow 0$ が保証されているので、目標磁束 λ_d を (24) 式において $\tilde{\lambda} = 0$ 、 $f = f_d$ とした式

$$f_d = \frac{k}{(2k + (x_0 + X + x(t))L_0)^2} \lambda_d^2 \quad (25)$$

の解として選ぶ。(25) 式から目標磁束 λ_d は次式のようになる。

$$\lambda_d = (2k + (x_0 + X + x(t))L_0) \sqrt{\frac{f_d}{k}} \quad (26)$$

$$\dot{\lambda}_d = L_0 \sqrt{\frac{f_d}{k}} \dot{x} + \frac{(2k + (x_0 + X + x(t))L_0)}{2} \sqrt{\frac{1}{k f_d}} \dot{f}_d \quad (27)$$

ここで、目標電磁力 f_d の時間微分は既知であると仮定し、 $\lambda_d < 0$ となる解は用いない。このとき、(22) 式に (26)、(27) 式を代入すれば制御則 u は f_d と \dot{f}_d を用いて次のように書ける。

$$u = L_0 \sqrt{\frac{f_d}{k}} \dot{x} + \frac{(2k + (x_0 + X + x(t))L_0)}{2} \sqrt{\frac{1}{k f_d}} \dot{f}_d + R(x_0 + X + x(t)) \sqrt{\frac{f_d}{k}} + v \quad (28)$$

4.4 目標電磁力 f_d の決定

最後に機械系サブシステムを x に整定させるための目標電磁力 f_d を決定する。機械系サブシステムは単なる2次系であるので、ここではPID制御則を用いて目標電磁力 f_d を以下のように定義する。

$$f_d = -M \{ \ddot{x}_* - k_d \dot{\tilde{x}} - k_p \tilde{x} - k_i \int_0^t \tilde{x}(\tau) d\tau \} \quad (29)$$

ここで x_* は目標位置、 $\tilde{x} = x - x_*$ は位置誤差である。

Fig. 4 に導出したコントローラのブロック線図を示す。図中の C_1 は (28) 式に対応し、 C_2 は (29) 式に対応する。

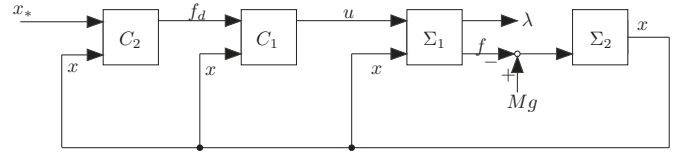


Fig. 4 Block Diagram of the Control System

5 制御実験

提案したコントローラの有効性を示すために実験を行い、その性能を検証した。

5.1 磁気浮上系のパラメータ

実験に使用した磁気浮上装置のパラメータは以下である。コントローラの設計にはこのパラメータを使用して実験を行った。

Table 1 Physical Model Parameters

変数	変数名	数値	単位
M	鉄球の質量	0.286	[kg]
X	定常位置	5.00×10^{-3}	[m]
k	電磁石吸引力係数	2.14×10^{-4}	[Nm ² /A ²]
x_0	補正項	4.36×10^{-3}	[m]
L_0	漏れインダクタンス	0.248	[H]
R	抵抗値	9.49	[Ω]

5.2 実験方法

本実験装置の浮上可能範囲は $0[\text{mm}] < X \leq 8[\text{mm}]$ である。コントローラの設計では $X = 5\text{mm}$ 、 $M = 286[\text{g}]$ をノミナル値としてコントローラを設計した。ノイズの影響を除去するためコントローラの微分器は擬似微分を用いた。微分器は \dot{f}_d と \dot{x} の値を求めるのに使うが、擬似微分のパラメータには異なるものを用いた。コントローラの設計にはPIDゲイン k_p, k_i, k_d を調整して設計する。設計したコントローラのパラメータを下表にまとめる。

Table 2 Parameters of the Controller

パラメータ名	従来法	提案法
\dot{f}_d の擬似微分	$\frac{s}{\frac{1}{50}s+1}$	$\frac{s}{\frac{1}{50}s+1}$
\dot{x} の擬似微分	$\frac{s}{\frac{1}{3000}s+1}$	$\frac{s}{\frac{1}{3000}s+1}$
k_p	4000	4000
k_i	4500	4500
k_d	420	420

実験ではコントローラの広域での安定性を検証するために定常浮上位置 X を 2, 5, 7mm の位置でその浮上の様子を観察した。また 2, 5, 7mm の位置で 1mm のステップ入力を加え、そのときの応答を観察した。これらの実験で従来法 ($L_0 = 0$) と L_0 を考慮した提案法とを比較する。

5.3 実験結果

実験結果を Fig. 5-13 に示す。

Fig. 5-7 は従来法による 2,5,7[mm] の定常応答, Fig. 8-10 は提案法による 2,5,7[mm] の定常応答である. 従来法と提案法ともに安定に浮上しており, 大きな違いは見られない. 若干, 2[mm] の浮上位置で従来法にふらつきが見られる.

Fig. 11-13 は 2,5,7[mm] の位置でのステップ応答である. 5[mm] でのステップ応答に比べて 2,7[mm] のステップ応答では従来法, 提案法共に応答の劣化が見られ, 目標値への整定が遅くなった. 従来法では過渡応答時に振動が見られるが, 提案法ではその振動が従来法に比べて抑えられた. ただ提案法のほうが従来法に比べ速度性は悪い.

6 おわりに

本研究では磁気浮上システムに対して漏れインダクタンス L_0 を考慮したモデルを考え, モデルを電気系サブシステムと機械系サブシステムの 2 つに分割し, その受動性を示した. そしてそれぞれサブシステムに対するコントローラを導出した実験では浮上位置 X を変更したときの応答やステップ応答, さらに浮上体の質量 M を変更したときの応答を観測した. 提案法では従来法に比べ過渡応答時の振動を抑えることができた. また $X = 2$ [mm] の定常応答では従来法に比べて鉄球のふらつきを抑えることができた.

今後の課題としてロバスト性を考慮し, ロバスト安定化や L_2 外乱抑制を含むコントローラを設計する⁽⁹⁾.

参考文献

- (1) 電気学会 磁気浮上応用技術調査専門委員会編, “磁気浮上と磁気軸受,” コロナ社, 1998.
- (2) 滑川徹, 瀬戸洋紀, “ H_∞ DIA 制御を用いた μ -シンセシスによる磁気浮上系のロバスト制御,” MOVIC2003, pp. 454-459, 中央大学, Oct. 2003.
- (3) R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson and H. Sira-Ramirez, “Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems,” Springer, 1998.
- (4) 清水年美, 佐々木実, “磁気浮上系に対する受動性をもとにした電流フィードバックを用いない非線形制御,” 日本機械学会論文集 (C 編), 68 巻 675 号, pp. 156-161, Nov. 2002.
- (5) C. I. Byrnes, A. Isidori, and J. C. Willems, “Passivity, feedback equivalence and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems,” IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 36, No. 11, Nov. 1991.
- (6) 申鉄龍, “受動性設計の基礎,” 計測と制御, 第 43 巻, 第 5 号, pp. 447-453, May 2004.
- (7) 井村順一, “システム制御のための安定論,” コロナ社, 2000.
- (8) 松村文夫, 日月栄, “大振幅動作に適した磁気吸引つり下げ系,” 電気学会論文集 B, 99, pp. 25-32, Jan. 1979.
- (9) 申鉄龍, “非線形ロバスト制御 (その 1),” 計測と制御, 第 43 巻, 第 6 号, pp. 508-514, June 2004.

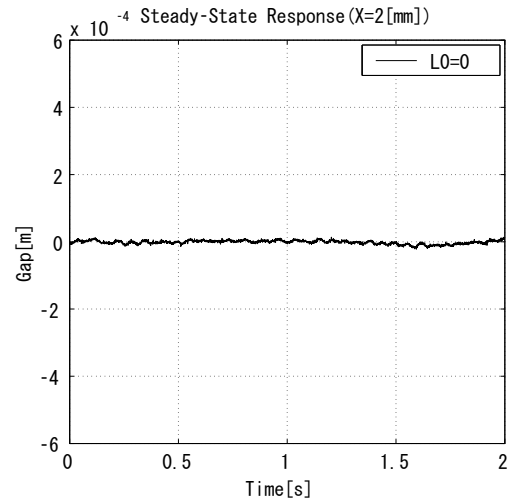


Fig. 5 Steady-State Response of $X = 2$ [mm]

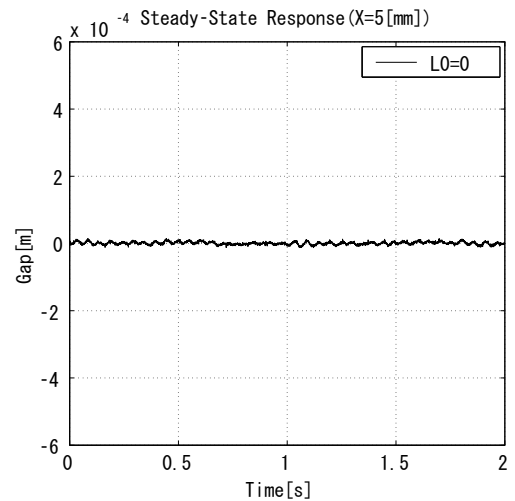


Fig. 6 Steady-State Response of $X = 5$ [mm]

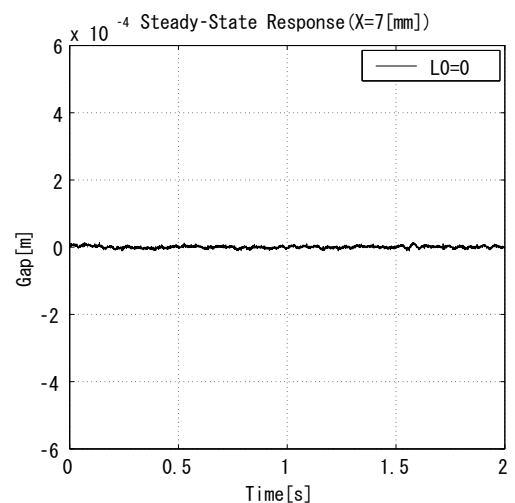


Fig. 7 Steady-State Response of $X = 7$ [mm]

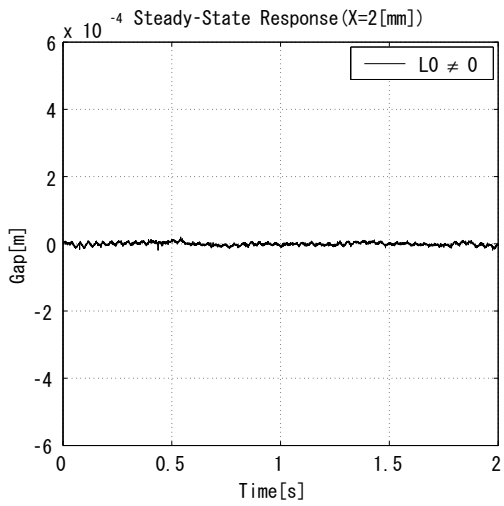


Fig. 8 Steady-State Response of $X = 2$ [mm]

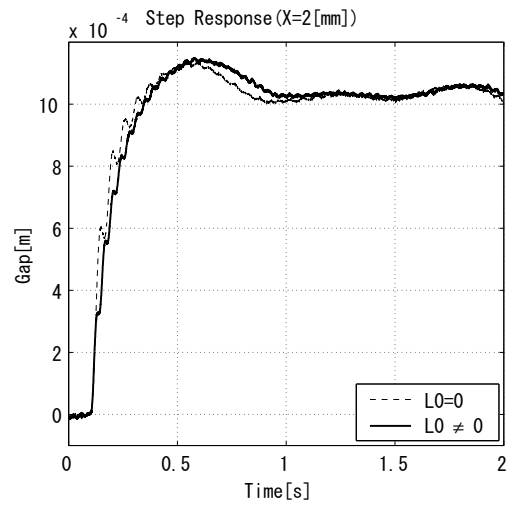


Fig. 11 Step Response of $X = 2$ [mm]

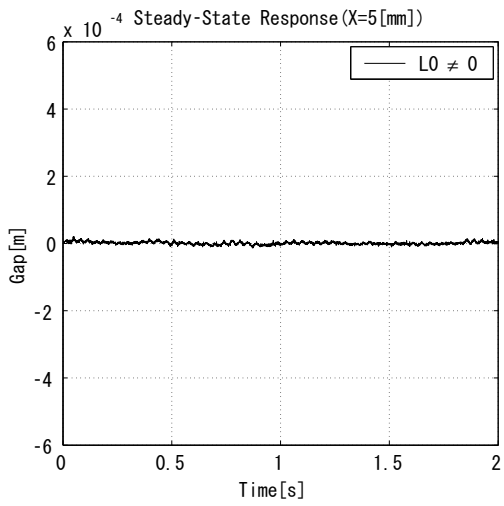


Fig. 9 Steady-State Response of $X = 5$ [mm]

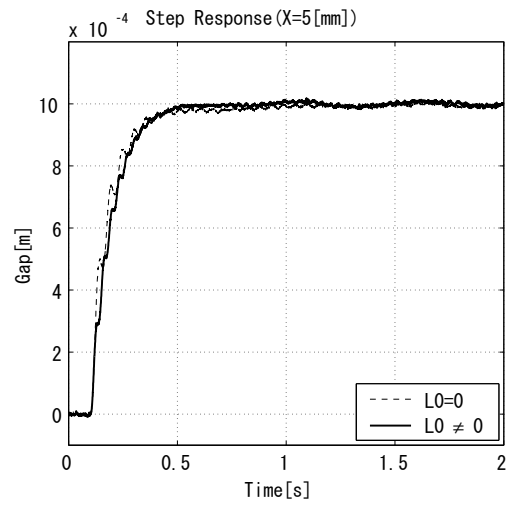


Fig. 12 Step Response of $X = 5$ [mm]

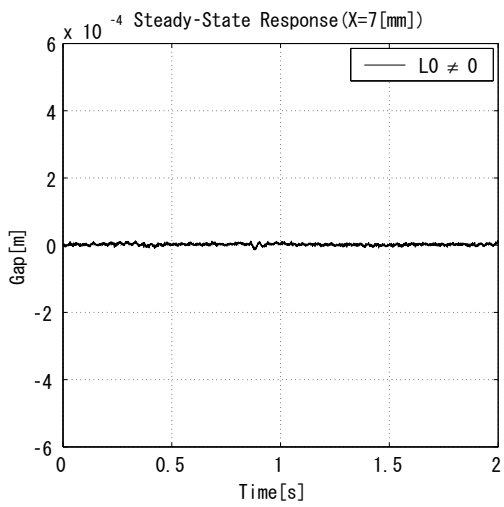


Fig. 10 Steady-State Response of $X = 7$ [mm]

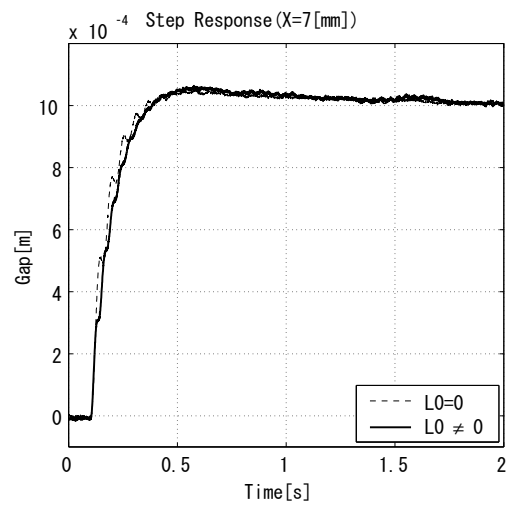


Fig. 13 Step Response of $X = 7$ [mm]