

H_∞ DIA 制御による磁気軸受における回転性能の実験的検証

An Experimental Verification of Rotational Performance of a Magnetic Bearing by the H_∞ DIA Control

滑川 徹 (長岡技術科学大学)

瀬戸洋紀 (長岡技術科学大学)

丸山和伸 (長岡技術科学大学)

Toru NAMERIKAWA, Nagaoka University of Technology, Kamitomiokacho1603-1, Nagaoka, Niigata

Hiroki SETO, Nagaoka University of Technology

Kazunobu MARUYAMA, Nagaoka University of Technology

Key Words: H_∞ DIA Control, Initial-State, Magnetic Bearing, Rotational Performance

1. はじめに

回転体を完全非接触で支持する磁気軸受は、摩擦・摩耗の問題が極めて小さく様々な利点がある。一方で、磁気軸受は本質的に不安定であり⁽¹⁾、フィードバック制御による安定化が必要不可欠であることが知られている。

我々は磁気軸受に対し H_∞ DIA 制御を用いることで、静止状態にある回転体に対し良好な外乱除去性能とロバスト性能を有する制御系の構築に成功している⁽²⁾。しかしながら、回転状態にある回転体に対しての検証は行っていない。

本研究では4軸制御型磁気軸受に対し、 H_∞ DIA 制御器を設計・実装し、従来の制御方式と比較することで、提案手法の回転性能に及ぼす有効性を実験的に検証する。

2. H_∞ DIA 制御

2.1 H_∞ 制御問題設定

時間区間 $[0, \infty)$ で定義される以下の LTI システムを考える。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u, & x(0) &= x_0 \\ z &= C_1x + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}u \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $x \in R^n$ は状態、 $x(0)$ は初期状態； $u \in R^r$ は制御入力； $y \in R^m$ は観測出力； $z \in R^q$ は被制御量； $w \in R^p$ は外乱であり、 $w(t)$ は $[0, \infty)$ において、2乗可積分な関数とする。

$A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{12}, D_{21}$ は適当な次元を有する定数行列であり、以下の条件を満たすものとする。

- (A, B_1) : 可安定 (A, C_1) : 可検出
- (A, B_2) : 可制御 (A, C_2) : 可観測
- $D_{12}^T D_{12} \in R^{r \times r}$: 正則
- $D_{21} D_{21}^T \in R^{m \times m}$: 正則

システム (1) に対して、すべての許容制御則 $u(t)$ が以下の LTI システムで与えられるものとする。

$$\begin{aligned} u &= J\zeta(t) + Ky \\ \dot{\zeta}(t) &= G\zeta(t) + Hy, & \zeta(0) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\zeta(t)$ はコントローラの状態である。

システム (1) に対して以下の H_∞ DIA 制御問題を考える。

2.2 H_∞ DIA 制御問題⁽³⁾

$N > 0$ が与えられたときに、すべての $w \in L^2[0, \infty)$ とすべての $x_0 \in R^n$ (ただし、 $(w, x_0) \neq 0$) に対して z が以下を満たす

ような外乱と初期状態の不確かさを混合減衰させる許容制御則を見つけよ。

$$\|z\|_2^2 < \|w\|_2^2 + x_0^T N^{-1} x_0 \quad (3)$$

上記の条件を満たす許容制御則を H_∞ DIA 制御 (Disturbance and Initial state uncertainty Attenuation control) と呼ぶ。

3. システム構成と数学モデル

本研究では制御対象として、LaunchPoint 社の教育、実験用4軸制御型磁気軸受装置 MBC500 (Fig.1) を用いる。

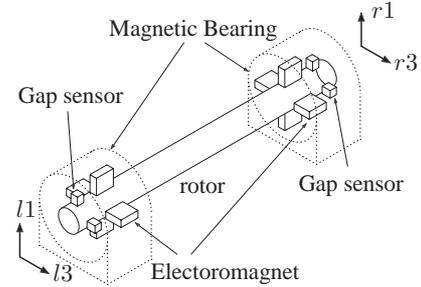


Fig. 1 Magnetic Bearing System

制御対象の数学モデルに対し適当な仮定を置き、鉛直、水平方向それぞれの運動方程式、回路方程式を求め、以下のような制御対象の状態方程式を導出する。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_v \\ \dot{x}_h \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_v & pA_{vh} \\ -pA_{vh} & A_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v \\ x_h \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_v & 0 \\ 0 & B_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v \\ u_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_v & 0 \\ 0 & D_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_v \\ w_h \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_v \\ y_h \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_v & 0 \\ 0 & C_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v \\ x_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_v \\ w_h \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} x_v &= [g_{l1} \ g_{r1} \ \dot{g}_{l1} \ \dot{g}_{r1} \ i_{l1} \ i_{r1}]^T \\ x_h &= [g_{l3} \ g_{r3} \ \dot{g}_{l3} \ \dot{g}_{r3} \ i_{l3} \ i_{r3}]^T \\ u_v &= [e_{l1} \ e_{r1}]^T, \quad u_h = [e_{l3} \ e_{r3}]^T \end{aligned}$$

ここで、 g_j : 各軸方向の定常ギャップからの微小変位、 i_j : 定常電流からの微小変化量、 e_j : 定常電圧からの微小変化量である。式 (4) をまとめ、以下のような制御対象の状態方程式を得る。

$$\begin{cases} \dot{x}_g = A_g x_g + B_g u_g + D_g v_0 \\ y_g = C_g x_g + w_0 \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 $x_g := [x_v^T \ x_h^T]^T$ 、 $u_g := [u_v^T \ u_h^T]^T$ 、 $v_0 := [v_v^T \ v_h^T]^T$ 、 $w_0 := [w_v^T \ w_h^T]^T$ である。

4. 制御系設計

4.1 一般化プラントの構成

(5) 式において、外乱 v_0 はパラメータ誤差や無視された非線形性による不確かさ、 w_0 は理想化・簡略化に起因するモデルの不確かさを表す。 v_0, w_0 に対し、それぞれ重み関数 $W_v(s), W_w(s)$ を導入し、(6) 式のように定量的な特徴付けを行う。

$$v_0 = W_v(s)w_2, \quad w_0 = W_w(s)w_1 \quad (6)$$

次に被制御量を考える。被制御量は、ロータの微小変位 $g_j(t)$ とその速度 $\dot{g}_j(t)$ を選ぶ。これらの状態量に、行列 Θ で重み付けし、被制御量 z_1 を (7) 式のように定義する。同様に u_g に ρ で重み付けした被制御量 z_2 を (8) 式のように定義する。

$$z_1 = \Theta z_g, \quad \Theta = \text{diag} [\theta_{v1} \quad \theta_{v2} \quad \theta_{h1} \quad \theta_{h2}] \quad (7)$$

$$z_2 = \rho u_g \quad (8)$$

以上のように定義した重み行列と制御対象をまとめ、一般化プラント (9) 式を構成する (Fig.2)。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u \\ z &= C_1x + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}u \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $x := [x_g^T \quad x_v^T \quad x_w^T]^T$ 、 x_v は $W_v(s)$ の状態、 x_w は $W_w(s)$ の状態とする。また、 w, z, y, u は $w := [w_1^T \quad w_2^T]^T$ 、 $z := [z_1^T \quad z_2^T]^T$ 、 $y := y_g, u := u_g$ とする。

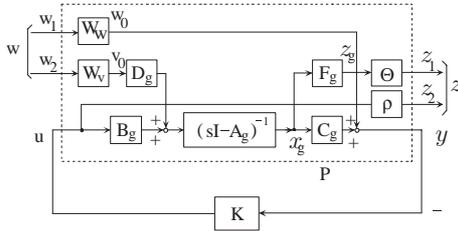


Fig. 2 Generalized Plant

4.2 H_∞ DIA コントローラの設計

v_0 は低周波帯域で影響を及ぼすことが考えられるため $W_{v0}(s)$ は 1 次の伝達関数を用いる。 $W_{w0}(s)$ は共振周波数の影響を抑えるため、800[Hz] にピークを持つ関数を選ぶ。重みは各入出力においてそれぞれ同一で $W_{v0}(s), W_{w0}(s)$ となる多入力重み関数とする。以上より、(3) 式に対する解を得るように、MATLAB 上での試行錯誤により以下のように設計パラメータを選定した。

$$W_{v0}(s) = \frac{40000}{s + 0.1} \quad (10)$$

$$W_{w0}(s) = \frac{1.5(s + 1.07 \times 10^4)(s + 2.51 \times 10^3 \pm 4.35 \times 10^3 i)}{(s + 5.34 \times 10^4)(s + 5.0 \times 10^{-1} \pm 5.03 \times 10^3 i)}$$

$$\theta_{v1} = \text{diag} [0.4 \quad 0.4], \quad \theta_{v2} = \text{diag} [0.5 \quad 0.5]$$

$$\theta_{h1} = \theta_{h2} = \text{diag} [0.0005 \quad 0.0005], \quad \rho = 8 \times 10^{-7} \times I_4$$

このとき得られる H_∞ DIA コントローラは 4 入力 4 出力で次数は 28 次である。また、初期状態に対する重み n の最大値は 3.31756×10^{-7} であった。ただし、計算の簡略化のため N の自由度は $N = nI$ と限定している。

5. 回転制御実験による評価

得られたコントローラを実装し、制御実験を行うことで、 H_∞ DIA コントローラの制御性能および回転性能の評価を行う。比較対象とする従来法には積分型最適フィードバックコントローラを用いる。回転実験では、無負荷状態にあるロータの回転速度が 6000[rpm] から 0[rpm] まで変化したときの振れ回りの大きさを測定した。実験結果を Fig.3,4,5,6 に示す。

Fig.3,4 は縦軸に磁気軸受の左端鉛直方向の変位 g_{11} 、横軸に時間をとり、時間と回転数の変化に伴う振れ回りの大きさの変化を示している。両者を比較すると、 H_∞ DIA コントローラの方が良く振れ回りを抑制している事がわかる。また、Fig.4 では実験開始後約 20 秒後 (1500[rpm]) で振れ回りが大きくなるが、この場合も H_∞ DIA コントローラは変動を小さく抑えており、良好な回転性能を示している。また、Fig.5,6 のリサージュ図からも同様に H_∞ DIA コントローラが良く振れ回りを抑制していることがわかる。

以上の回転実験により H_∞ DIA コントローラは効果的に振れ回りを抑制し、良好な回転性能を有していることを確認した。

6. おわりに

本稿では H_∞ DIA 制御を磁気軸受に適用し、提案手法が良好な回転性能を有していることを実験的に確認した。今後は一定回転条件下での検証を行い有効性を確認する。また、 H_∞ DIA コントローラのフリーパラメータを用いてコントローラに積分特性を持たせることで、回転性能の更なる改善を図る。

文献

- (1) 電気学会 磁気浮上応用技術調査専門委員会編，“磁気浮上と磁気軸受,” コロナ社, 1998.
- (2) 滑川 徹, 篠塚 互, “初期状態の不確かさを考慮した H_∞ DIA 制御の磁気軸受への応用,” 第 8 回 MOVIC'03, pp.448-453, 2003.
- (3) T. Namerikawa, M. Fujita, R. S. Smith and K. Uchida, “On the H_∞ Control System Design Attenuating Initial State Uncertainties,” *Trans. SICE*, vol.40, no.3, pp.307-314, 2004.

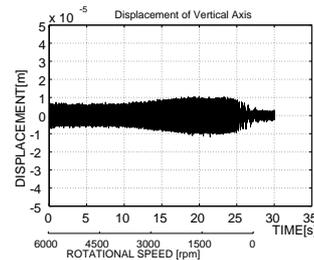


Fig. 3 Displacement by DIA

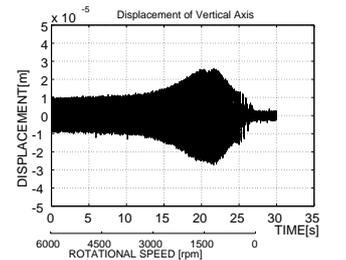


Fig. 4 Displacement by LQ

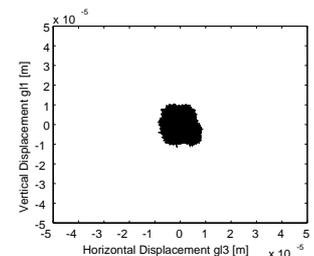


Fig. 5 Lissajous curve of DIA

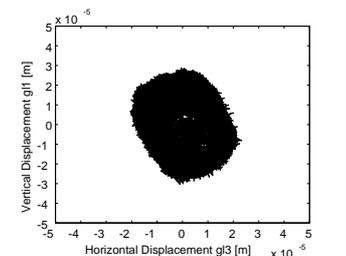


Fig. 6 Lissajous curve of LQ