# GIMC 構造を用いた磁気浮上系のロバスト制御

Robust Control of Magnetic Suspension Systems Using GIMC Structure

滑川 徹 (長岡技術科学大学)

丸山 英人 (長岡技術科学大学)

Toru NAMERIKAWA, Nagaoka University of Technology, Kamitomioka 1603-1, Nagaoka, Niigata Hideto MARUYAMA, Nagaoka University of Technology

Key Words: Generalized Internal Model Control, Design Tradeoff, Magnetic Suspension System, Robust Control

# 1. はじめに

通常のフィードバック制御構造において、性能とロバスト性に はトレードオフの関係があり、高い性能を得るためにはロバスト 性を犠牲にし、高いロバスト性を得るには性能を犠牲にして制 御系設計を行うことが一般的である.この問題に対して GIMC 構造はトレードオフなく、望ましいコントローラを得ることが できる制御構造として提案されている<sup>(1)(2)</sup>.高い性能を持つ ノミナルコントローラ  $K_0$  と高いロバスト性を持つロバストコ ントローラ K を使い、ノミナル時には  $K_0$  でモデル変動時には K で制御し望ましいコントローラ構造となる.本研究ではこの GIMC 構造を磁気浮上系に適用し<sup>(3)</sup>、従来のロバスト制御法で ある  $H_\infty$  制御との比較検討を行う.

#### 2. GIMC 構造

はじめに制御対象  $\tilde{G}$  とそのモデル G, そして G を安定化する ノミナルコントローラ  $K_0$  があり, それらは式 (1) の左既約分解 で表現されるとする.

$$G = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}, \quad K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U} \tag{1}$$

このとき、全ての安定化ロバストコントローラ K は安定な  $Q \in H_{\infty}$ を用いて式 (2) で表される.

$$K = (V - QN)^{-1}(U + QM)$$
(2)

GIMC 構造はこの式 (1), (2) の関係を用いて Fig.1 で表される.



Fig. 1 GIMC Structure

GIMC 構造が  $K_0 \ge K$  を切り替えて制御できることは内部信号 f によるものである. ここで信号 f は式 (3) で表される.

$$f = \tilde{N}u - \tilde{M}y \tag{3}$$

この信号 f は推定出力と観測出力の誤差であり<sup>(2)</sup>, この信号に は二つの状態がある.制御対象とモデルが一致する  $\tilde{G} = G$  の場 合と制御対象とモデルが一致しない  $\tilde{G} \neq G$  の場合である.

 $\tilde{G} = G$ : モデルに不確かさ、外乱が無く f = 0 となり内部ループは使用されない. よって  $K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U}$ で制御される.

 $\tilde{G} \neq G$ : モデルに不確かさ、外乱が存在し $f \neq 0$ で内部ループが有効となる。その結果全ての内部安定化コントローラ $K = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M})$ で制御される。

つまり K<sub>0</sub> を高い性能を有するように, K を高いロバスト性を 有するように設計すれば, ノミナル時は高い性能を有したノミナ ルコントローラ K<sub>0</sub> で, モデル変動時には高いロバスト性を有し たロバストコントローラ K で制御されることになり, 望ましい コントローラを得ることができる.

GIMC 構造のコントローラの設計は次のように行う.

1. ノミナルモデルに対して高い性能を持つノミナルコントロー ラ K<sub>0</sub> を設計する

2. 変動モデルに対して高いロバスト性を持つロバストコント ローラ *K* を設計する

3. 内部コントローラ Q を以下の式で求める

$$Q = \tilde{V}(K - K_0)(\tilde{N}K + \tilde{M})^{-1}$$
(4)

このように設計することで内部コントローラ Q はノミナル時に は影響を及ぼさず、ノミナルコントローラ  $K_0$  で制御され、モデ ル変動時にはロバストコントローラ K で制御されることにな る. これにより GIMC 構造での制御系設計では性能とロバスト 性のトレードオフを分けて設計することができる.

## 3. 制御対象

本研究の制御対象は Fig.2 で示される一軸制御型磁気浮上シ ステムである. この制御対象は式 (5) の線形化された伝達関数で 表される<sup>(3)</sup>. 式中の各変数は, *m*:浮上体質量, *x*(*t*):変位, *i*(*t*):電 流, *k*, *x*<sub>0</sub>:電磁石係数, *X*:平衡位置, *I*:平衡電流である. ノミナル パラメータを Table 1 に示す.



Fig. 2 Magnetic Suspension System

$$G = \frac{-k_i}{s^2 - k_x}$$
(5)  
$$k_x = \frac{2kI}{m(X + x_0)^2}, k_i = \frac{2kI^2}{m(X + x_0)^3}$$

#### 4. 制御系設計

GIMC 構造で用いるノミナルコントローラ  $K_0$  とロバストコ ントローラ K を  $H_\infty$  混合感度問題により設計する. このコント

Table 1 Nominal Parameters

m	0.357[kg]	
k	$11.641 \times 10^{-4} [Nm^2/A^2]$	
$x_0$	$4.737 \times 10^{-3}$ [m]	
X	$5 \times 10^{-3}$ [m]	
Ι	0.53[A]	

ローラ設計では  $K_0$  に高い性能を, K に高いロバスト性を持た せるように設計する. 一般化プラントを Fig.3 に示す.  $W_S$  が感 度関数に対する重み,  $W_T$  が相補感度関数に対する重みである.



Fig. 3 Generalized Plant

 $K_0, K$ の設計に用いる重みをそれぞれ式(6),(7)に示す.添え 字のPは $K_0, R$ はKに対する重みを表す.またこれによって 求まった $H_\infty$ コントローラ $K_0, K$ をFig.4に示す.実線が $K_0$ , 破線がKである.設計した二つのコントローラは, $K_0$ が高ゲイ ンなコントローラで高性能を有し,Kが低ゲインでモデル変動 に対してロバストであることが分かる. $K_0, K$ を用いて式(4) からQを導出する<sup>(2)</sup>.

 $W_{SP} = \frac{500}{s+0.01}, W_{TP} = 1 \cdot 10^{-6} \cdot (s+0.02)(s+0.1) \quad (6)$  $W_{SR} = \frac{10}{s+0.01}, W_{TR} = 1 \cdot 10^{-5} \cdot (s+0.02)(s+800) \quad (7)$ 



Fig. 4 Bode Diagram of Controllers :  $K_0$  and K

# 5. シミュレーションによる検討

求めた二つのコントローラ  $K_0$ ,  $K \ge \text{GIMC}$ 構造の三つのス テップ応答を示す.このシミュレーションではモデルの変動とし て鉄球の質量の変化と信号の遅れを考えており、ノミナルモデル の鉄球質量 m は 357[g] で、変動モデルの鉄球質量  $m_p$  は 197[g] である.またプラントの応答の遅れを考えモデル変動に 0.001[s] のむだ時間を設定した (Table 2).ノミナルモデルと変動モデ ルのステップ応答を Fig.5 に示す.ここでステップは平衡位置 5[mm] から 6[mm] への目標値を与えている.実線が GIMC、破 線が  $K_0$ , 一点破線が K の応答である.

Table 2 Perturbed Parameter

	Nominal	Perturbed
	Parameters	Parameters
m[kg]	0.357	0.197
delay[s]	0.000	0.001



Fig. 5 Step Responses of Nominal and Perturbed Models

この結果より、K<sub>0</sub>はノミナルプラントにおいて良い応答を示し、 K は変動プラントで良い応答を示し、二つのコントローラは高 い性能と高いロバスト性をそれぞれ持つことが分かる.この二 つのコントローラを用いて設計した GIMC の応答はモデル誤差 が無いノミナル時では K<sub>0</sub> と同じ応答を示している.またモデル 変動時では K<sub>0</sub> の応答は大きく変動しているが、GIMC は良い 応答を示している.これにより GIMC 構造は良いノミナル性能 と高いロバスト性を実現していることが分かる.

#### 6. おわりに

今回 GIMC 構造を磁気浮上系に適用し、その性能とロバスト 性を確認した。GIMC の設計には高い性能を有する K<sub>0</sub> と高い ロバスト性を有する K の二つのコントローラを用い、制御構造 でこの二つを切り替えて制御を行っている。シミュレーション により、GIMC 構造は良好なノミナル性能とロバスト安定性の 二つの特性を有していることを確認した。今後は制御実験によ り GIMC 構造の性能とロバスト性の検証を行う.

## 文 献

- Kemin Zhou, "A Nautral Approach to High Performance Robust Control: Another Look at Youla Parameterization", Proc. of SICE Annual Conf. 2004, pp.869-874, 2004
- (2) Kemin Zhou, and Zhang Ren, "A New Controller Architecture for High Performance, Robust , and Fault-Tolerant Control", IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.46, No.10, pp1613-1618, 2001
- (3) Masayuki Fujita, Toru Namerikawa, Fumio Matsumura, and Kenko Uchida, "μ-Synthesis of an Electromagnetic Suspenssion System", IEEE Trans. Automat. Contr., Vol.40, No.3, pp530-536, March 1995