受動性に基づく磁気浮上系の非線形制御

A Nonlinear Passivity-based Control of Magnetic Suspension Systems

滑川　徹 (長岡技術科学大学)　　　○　河野　洋人 (長岡技術科学大学)

Toru NAMERIKAWA, Nagaoka University of Technology, Kamitomioka 1603-1, Nagaoka, Niigata
Hiroto KAWANO, Nagaoka University of Technology

Key Words: Passivity, Magnetic Suspension System, Nonlinear Control

1.　はじめに

磁気浮上技術は電磁力によって対象を非接触支持する技術で幅広い分野で応用されている．この磁気浮上系は不安定かつ強い非線形性を有しているのが特徴である．これまでの研究の多くは磁気浮上系を線形近似し，線形制御則を導出することで平衡点近傍での安定浮上を実現している．しかし磁気浮上系は本来，非線形であるため線形制御則を用いたコントローラでは浮上体の浮上量を幅広く取ることは困難である．本研究では磁気浮上系をより幅広い領域で安定浮上させるために Ortega ら[1]や清水ら[2]の手法を使い，磁気浮上系の有する受動性を用いて非線形コントローラを導出し，その有効性を検証する．

2.　磁気浮上系モデルと受動性[1][2]

2.1　磁気浮上系モデル

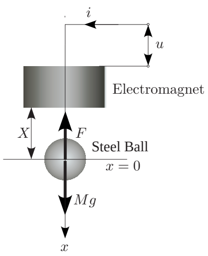

Fig. 1　Magnetic Suspension System

本研究では Fig. 1 に示すような磁気浮上系を考える．浮上体の位置は定常位置 X からの距離 x で表し，鉛直下向きを正とする．また，浮上体の質量を M とする．電磁石の内部抵抗を R，電磁石に印加する電圧を u，流れる電流を i とする．F は電磁力である．電磁石のインダクタンス L は x の関数として

$$L(x) = \frac{2k}{x_0 + X + x(t)} + L_0 \tag{1}$$

のように書ける．ここで k は吸引力係数，x_0 は補正項，L_0 は漏れインダクタンスである．ただしここでは，漏れインダクタンスは小さいとし，$L_0 = 0$ と仮定する．このときシステムの電気回路方程式は (2) 式となり，運動方程式は (3) 式となる．

$$L(x)\dot{i} - \frac{2k}{(x_0+X+x)^2}\dot{x}i + Ri = u \tag{2}$$

$$M\ddot{x} + \frac{k}{(x_0+X+x)^2}i^2 - Mg = 0 \tag{3}$$

ここで次式の磁束 λ は次式のように書くことができる．

$$\lambda = L(x)i = \frac{2k}{x_0+X+x}i \tag{4}$$

この磁束 λ を用いると運動方程式は次式のようになる．

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{\lambda} = -\dfrac{R}{2k}(x_0+X+x)\lambda + u \\ F = \dfrac{1}{4k}\lambda^2 \\ M\ddot{x} = Mg - F \end{cases} \tag{5}$$

このとき，磁気浮上系 Σ は強受動的な電気系サブシステム $\Sigma_1 : u \to \lambda$ と受動的な機械系サブシステム $\Sigma_2 : (Mg - F) \to \dot{x}$ に分割でき，Fig. 2 に示すように，磁気浮上系 Σ はこれらをフィードバック結合した系と見なすことができる．

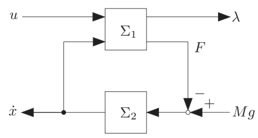

Fig. 2　Feedback Decomposition

2.2　磁気浮上系の受動性[3]

受動性の定義について述べる．次の非線形システムを考える．

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases} \tag{6}$$

ただし $u \in R^m$ は入力，$y \in R^m$ は出力，$x \in R^n$ は状態である．受動的であるとは，ストレージ関数 $H(x)$ が存在し消散不等式

$$H(x(t)) - H(x(0)) \le \int_0^t y^T(\tau)u(\tau)d\tau, \quad \forall t \ge 0 \tag{7}$$

が任意の入力 u に関して成り立つことである ($H(x) \ge 0$)．

磁気浮上系の受動性について検証する．まず電気系サブシステム Σ_1 について H の候補を $H = \frac{1}{2}\lambda^2$ とする．H を時間微分し，$\alpha = R/2k > 0$ とおき，$x_0 + X + x > 0$ から

$$\dot{H} = \lambda\dot{\lambda} \le -\alpha\lambda^2 + \lambda u \tag{8}$$

の関係となり上式の両辺を 0 から T まで時間積分すれば

$$\int_0^T \lambda u dt \ge \alpha \int_0^T \lambda^2 dt + H(T) - H(0) \tag{9}$$

が成立し，Σ_1 がエネルギ供給率を $w(\lambda, u) = \lambda u - \alpha\lambda^2$ とする出力強受動系であることを示している．

次に機械系サブシステム Σ_2 の受動性について検証する．Σ_2 の H の候補を $H = \frac{1}{2}M\dot{x}^2$ とし，時間微分して次式を得る．

$$\dot{H} = M\dot{x}\ddot{x} = \dot{x}(Mg - F) \tag{10}$$

上式の両辺を 0 から T まで時間積分すれば次式が成立する．

$$\int_0^T \dot{H}dt = H(T) - H(0) = \int_0^T \dot{x}(Mg - F)dt \tag{11}$$

このため Σ_2 はエネルギ供給率を $w(\dot{x}, Mg - F) = \dot{x}(Mg - F)$ とする受動系である．

3. コントローラ[(1)(2)]

受動性を有するシステムはシンプルなフィードバックで安定化可能である．本研究では電気系サブシステムと機械系サブシステムに対し，独立にコントローラを設計し，それらを結合させることで．磁気浮上系のコントローラを構成する．

3.1 制御入力 u の決定

機械系サブシステムが x を整定するために必要な電磁力 F_d と，それを発生させる目標磁束 λ_d が与えられているものとして，$\lambda \to \lambda_d$ となるような制御入力 u を決定する．電気系サブシステムのエネルギを整形し，所望する閉ループ系のストレージ関数が次式となるようなコントローラを考える ($\tilde{\lambda} = \lambda - \lambda_d$).

$$H_d = \frac{1}{2}\tilde{\lambda}^2 \tag{12}$$

いま，入力 u を次式のように置くと

$$u = \dot{\lambda}_d + \frac{R}{2k}(x_0 + X + x)\lambda_d + v \tag{13}$$

Σ_1 に関する誤差系のダイナミクスは (5) の第 1 式と (13) 式より

$$\dot{\tilde{\lambda}} = -\frac{R}{2k}(x_0 + X + x)\tilde{\lambda} + v \tag{14}$$

となる．このとき，誤差系 (14) 式はストレージ関数を (12) 式，エネルギ供給率を $w(\tilde{\lambda}, u) = \tilde{\lambda}u - \alpha\tilde{\lambda}^2$ とし，入力を v, 出力を $\tilde{\lambda}$ とする出力強受動系となる．また，$v \equiv 0$ のとき $\alpha = R/2k > 0$, $x_0 + X + x > 0$ より誤差系 (14) は指数安定で $t \to \infty$ のとき $\lambda \to \lambda_d$ となることが保証される．

3.2 目標磁束 λ_d の決定

電磁力 F は，$\lambda = \tilde{\lambda} - \lambda_d$ より次式のように書ける．

$$F = \frac{1}{4k}\left\{\lambda_d^2 + \tilde{\lambda}\left(\tilde{\lambda} + 2\lambda_d\right)\right\} \tag{15}$$

$v \equiv 0$ のとき $\tilde{\lambda} \to 0$ が保証されているので，目標磁束 λ_d を (15) 式の $\tilde{\lambda} = 0$，$F = F_d$ とした式の解として以下のように与える．

$$\lambda_d = \sqrt{4kF_d} \qquad \dot{\lambda}_d = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4k}{F_d}}\dot{F}_d \tag{16}$$

ここで, 目標電磁力 F_d の時間微分は既知であると仮定し, $\lambda_d < 0$ となる解は用いない．このとき，(13) 式に (16) 式を代入すれば制御則 u は F_d と $\dot{F}_d$ を用いて次のように書ける．

$$u = \sqrt{\frac{k}{F_d}}\dot{F}_d + R(x_0 + X + x)\sqrt{\frac{F_d}{k}} + v \tag{17}$$

3.3 目標電磁力 F_d の決定

最後に機械系サブシステムを x に整定させるための目標電磁力 F_d を決定する．ここでは PID 制御則を用いて目標電磁力 F_d を以下のように定義する ($\tilde{x} = x - x_*$ は位置誤差).

$$F_d = -M\{\ddot{x}_* - k_d\dot{\tilde{x}} - k_p\tilde{x} - k_i\int_0^t \tilde{x}(\tau)d\tau\} \tag{18}$$

$k_p, k_i, k_d > 0$ は次式がフルビッツ多項式となるように与える．

$$d(s) = s^3 + k_d s^2 + k_p s + k_i \tag{19}$$

Fig. 3 に導出したコントローラのブロック線図を示す．図中の C_1 は (17) 式に対応し，C_2 は (18) 式に対応する．

3.4 コントローラの安定性

コントローラは磁気浮上系モデル (5) に対し，$v \equiv 0$ としたコントローラ (17),(18) を適用した場合，$t \to \infty$ のとき $\tilde{x} \to 0$ となり，安定性が保証される[(1)(2)].

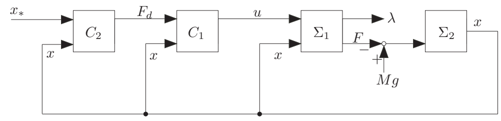

Fig. 3 Block diagram.

4. シミュレーション

設計したコントローラの有効性を検証するためにシミュレーションを行った．使用したパラメータは $M = 0.286$[kg], $k = 2.14\times10^{-4}$[Nm^2/A^2], $x_0 = 4.36\times10^{-3}$[m], $L_0 = 0.248$[H], $R = 9.49$[Ω] である．$X = 0.003, 0.01, 0.1$[m] で 1[mm] の目標値応答を行い，広い動作領域での安定性を検証する．またモデル変動に対する検証のため $M = 286, 458, 572$[g] に対して $X = 3$[mm] で目標値応答を行いその性能を検証する．通常の PID 制御と今回設計した非線形コントローラでシミュレーションを行い，その結果を比較する．

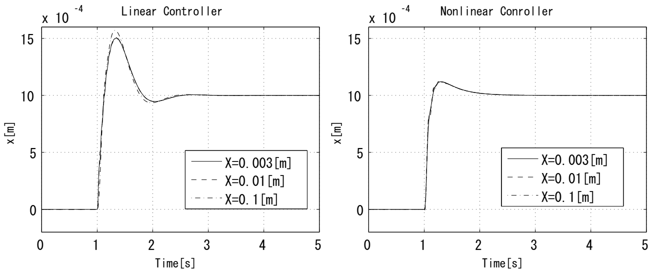

Fig. 4 Step Responses (variation of X)

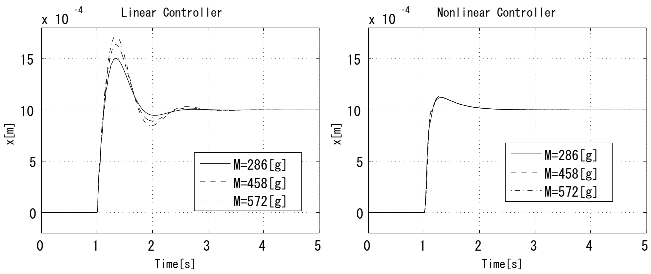

Fig. 5 Step Responses (variation of M)

Fig. 4 を見ると定常浮上位置 X の変化に対して線形の PID 制御では応答が悪化しているのに対して，非線形コントローラではほとんど応答に変化がなく良好な応答結果が得られ，広い動作領域で安定性と性能を維持していることが分かる．また Fig. 5 を見ると質量 M の変動に対しても線形の PID 制御では応答が悪化しているのに対して，非線形コントローラではほとんど応答に変化がなく良好な応答結果が得られた．

5. おわりに

本研究では受動性に基づいたコントローラを設計し，シミュレーションを行い，その有効性を検証した．その結果動作点変動やモデル変動に対して安定性で性能を補償していることが分かった．今後は実際に制御実験による検証を行う．

文　献

(1) R. Ortega, A. Loria, P. J. Nicklasson and H. Sira-Ramirez, “Passivity-based Control of Euler-Lagrange Systems,” Springer, 1998.

(2) 清水年美，佐々木実，“磁気浮上系に対する受動性をもとにした電流フィードバックを用いない非線形制御,” 日本機械学会論文集 (C 編)，68 巻 675 号，pp. 156-161, Nov. 2002.

(3) 申鉄龍，“受動性設計の基礎,” 計測と制御，第 43 巻，第 5 号，pp. 447-453, May 2004.