鋼板磁気浮上系のロバスト制御に関する考察

滑川 徹 水谷 大輔* (長岡技術科学大学)

Robust Control of Magnetically Levitated Steel Plates

Toru Namerikawa, Daisuke Mizutani (Nagaoka University of Technology)

Abstract

This paper deals with an application of H_{∞} DIA control to the Magnetically Levitated Steel Plates. The magnetically levitated steel plate technology is expected to prevent a surface quality of steel plate from deteriorating in a manufacturing process. In order to make this technology fit for practical use, a feedback controller should be able to suspend multiple steel plates. In this paper, our goal is to suspend two thin steel plates stably by using four electromagnets without any physical contacts. We apply the robust H_{∞} DIA control approach to the magnetically levitated steel plates. The experimental results show an effectiveness of our proposed methods.

キーワード:鋼板, 磁気浮上システム, モデル変動, $\mathsf{H}_\infty\mathsf{DIA}$ 制御 , ロバスト性

(Steel Plate, Magnetic Suspension Systems, Model perturbation, H_{∞} DIA Control, Robustness)

1. はじめに

鋼板の製作段階において,現在,ローラによる接触型の 搬送が行われているが,このような搬送方式では鋼板表面 に傷を付けるなど,商品価値に影響を与えることも少なく ない。そこで非接触による搬送方式として,磁気浮上技術 を用いて鋼板を安定浮上させる方式が考えられる。鋼板を 安定に磁気浮上させるには,複数の電磁石により多点支持 を行うために多入出力制御系⁽¹⁾を構築すること,鋼板の弾 性振動を抑制する制御系を構築することが必要であり,複 雑な制御系を設計することとなる。

鋼板を磁気浮上により搬送する研究には, H_{∞} 制御を使用 した鋼板の横滑りを防止する研究⁽²⁾,最適制御による搬送 中の薄鋼板の振動の抑制を対象とした研究⁽³⁾,ゼロパワー 制御で浮上させた鋼板を搬送装置を傾斜させて搬送する研 究⁽⁴⁾,などがあり,各方面で取り組まれている。

しかし,これまでに制御対象である鋼板を変更した場合 にもロバスト性を維持する研究についてはあまり研究が進 んでいない。

そこで本研究では H_{∞} DIA 制御⁽⁵⁾ を鋼板磁気浮上系に 応用し,モデル変動に対するロバスト性を考慮した鋼板磁 気浮上系を構成することを目的とする。なお,この際鋼板 の搬送は考慮せず,その前段階として静止浮上した鋼板磁 気浮上系を対象とする。まず,SISO 系として鋼板磁気浮 上系の数学モデルを作成し,次に得られたモデルを用いて 制御系設計を行い,制御実験により定常状態における鋼板 の振動,目標値追従特性の評価を行う。最後に重量の異な る鋼板を使用して同様の実験を行い,モデル変動に対する ロバスト性について評価検討を行う。

2. 問題設定

2・1 問題設定 時間区間 [0,∞) で定義される以下 の線形時不変システムを考える。

ここで $x \in R^n$ は状態で $x_0 = x(0)$ は初期状態; $u \in R^r$ は制御入力; $y \in R^m$ は観測出力; $z \in R^q$ は被制御量; $w \in R^p$ は外乱であり, w(t) は区間 $[0,\infty)$ において 2 乗可 積分な関数 ($w \in L^2[0,\infty)$)とする。

A, *B*₁, *B*₂, *C*₁, *C*₂, *D*₁₂, *D*₂₁ は適当な次元を有する定 数行列であり,以下の条件を満たすものとする。

- (A, B_1) : 可制御 (A, C_1) : 可観測
- (A, B_2) : 可制御 (A, C_2) : 可観測
- $D_{12}^T D_{12} \in \mathbb{R}^{r \times r}$: 正則
- $D_{21}D_{21}^T \in \mathbb{R}^{m \times m}$: 正則

システム (1) に対して, すべての許容制御則 *u* が以下の線 形時不変システム (2) で与えられ, (1) と (2) によって構成 される閉ループ系が内部安定となるものとする。

$$u = J\zeta + Ky$$

 $\dot{\zeta} = G\zeta + Hy, \quad \zeta(0) = 0 \cdots (2)$

ここで $\zeta(t)$ はコントローラの状態である。また J, K, G, Hは適切な次元を持つ定数行列である。

与えられたシステムに対して,以下の外乱と初期状態の不確かさの混合減衰 H_{∞} 制御問題 $(H_{\infty}$ DIA制御問題)を考える。

2・2 H_{∞} **DIA** 制御問題⁽⁵⁾ N > 0 が与えられた ときに、すべての $w \in L^2[0,\infty)$ とすべての $x_0 \in R^n$ (た だし $(w,x_0) \neq 0$)に対して *z* が以下を満たすような外乱 と初期状態の不確かさを混合減衰させる許容制御則を見つ けよ。

 $||z||_{2}^{2} < ||w||_{2}^{2} + x_{0}^{T} N^{-1} x_{0} \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (3)$

上記の条件を満たす許容制御則を H_{∞} DIA 制御 (または単 に DIA 制御) (**D**isturbance and Initial state uncertainty **A**ttenuation (DIA) control) と呼ぶ。

初期状態 x₀ に対する重み行列 N は初期状態の不確かさの減衰の外乱減衰に対する相対的な重要性を表す。行列不等式の意味でより大きな N を選ぶことは,初期状態の不確かさをより減衰させる許容制御則を選ぶことを意味する。

この条件により,システムの過渡応答特性の改善が期待 される。

2・3 H_{∞} **DIA** コントローラ DIA 制御は初期状態が既知である場合にはある H_{∞} 制御になる。このことにより DIA 制御もそれに類似した制御則の構造を持つ。問題を解くために以下の条件を考える。

(A1) 以下の Riccati 方程式が可解で, 解 *M* > 0 が存在 する。

 $M(A - B_2(D_{12}^T D_{12})^{-1} D_{12}^T C_1)$ $+ (A - B_2(D_{12}^T D_{12})^{-1} D_{12}^T C_1)^T M$ $- M(B_2(D_{12}^T D_{12})^{-1} B_2^T - B_1 B_1^T) M$ $+ C_1^T C_1 - C_1^T D_{12} (D_{12}^T D_{12})^{-1} D_{12}^T C_1 = 0 \cdots (4)$

ここで以下の行列は安定である.

 $A - B_2 (D_{12}^T D_{12})^{-1} D_{12}^T C_1$ $- B_2 (D_{12}^T D_{12})^{-1} B_2^T M + B_1 B_1^T M \cdots \cdots \cdots \cdots (5)$

(A2) 以下の Riccati 方程式が可解で, 解 *P* > 0 が存在 する。

$$(A - B_1 D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} C_2) P + P(A - B_1 D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} C_2)^T - P(C_2^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} C_2 - C_1^T C_1) P + B_1 B_1^T - B_1 D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} D_{21} B_1^T = 0 \cdots (6)$$

ここで以下の行列は安定である。

 $A - B_1 D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} C_2$ $- P C_2^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} C_2 + P C_1^T C_1 \cdots \cdots \cdots \cdots (7)$ **(A3)** $\rho(PM) < 1$

ここで $\rho(X)$ は行列 X のスペクトル半径を表し, $\rho(X) = \max |\lambda_i(X)|$ である.

上記の仮定のもとで以下の結果が得られる。

定理 1 (5)

システム (1) に対して,仮定 (A1), (A2), (A3) が成り立つ ものとする。このとき H_{∞} セントラルコントローラが以下 で与えられ,

$$u = -(D_{12}^T D_{12})^{-1} (B_2^T M + D_{12}^T C_1) (I - PM)^{-1} \zeta$$

$$\dot{\zeta} = A\zeta + B_2 u + PC_1^T (C_1 \zeta + D_{12} u)$$

$$+ (PC_2^T + B_1 D_{21}^T) (D_{21} D_{21}^T)^{-1} (y - C_2 \zeta)$$

$$\zeta (0) = 0 \cdots (8)$$

この H_{∞} セントラルコントローラ (8) が DIA 制御であるた めの必要十分条件は以下の条件 (A4) を満たすことである。

(A4) $Q + N^{-1} - P^{-1} > 0$,

ここでQは以下のRiccati方程式の最大解である。

$$Q(A - B_1 D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} C_2 + (B_1 B_1^T - B_1 D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} D_{21} B_1^T) P^{-1}) + (A - B_1 D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} C_2 + (B_1 B_1^T - B_1 D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} D_{21} B_1^T) P^{-1})^T Q - Q(B_1^T - D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} (C_2 P + D_{21} B_1^T) L)^T \times (B_1^T - D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} (C_2 P + D_{21} B_1^T) L) Q = 0 \dots (9)$$

 $\exists \exists \forall L := (I - PM)^{-1}.$

3. システム構成と数学モデル

3・1 システム構成 実験装置である鋼板磁気浮上シ ステムを図1に示す。本装置は図2および表1に示す構成 をしており,アルミフレーム製装置の天井5箇所に電磁石 を取り付けている。また,図3のように鋼板を挟んで各電 磁石と反対側の装置下方に光学式反射型ギャップセンサを配



図 1 実験装置 Fig. 1. Experimental system







Fig. 3. Position relation between a electro magnet and a sensor



図 4 鋼板磁気浮上システム Fig. 4. Magnetically Levitated Steel Plates

置している。ただし,今回は中央の電磁石およびセンサを使 用せず,図4のように周囲の4組の電磁石とセンサを使用 している。ここで浮上対象は表2に示す,*Steel Plate1と Steel Plate2の*,厚さと重量が異なる2枚の鋼板である。

表 1 実験装置諸元

Table 1. Specifications for the experimental system

Experimental System	
Wide	600[mm]
Depth	600[mm]
Height	400[mm]
Number of coil	5
Number of gap sensor	5

表 2 浮上対象諸元 Table 2. Specifications for the steel plates

	$Steel \ Plate1$	$Steel \ Plate2$
Wide	500[mm]	500[mm]
Depth	500[mm]	500[mm]
Thickness	0.3[mm]	0.5[mm]
Mass	0.537[kg]	0.937[kg]

3・2 システムの記述 ここでは, Steel Plate1を 公称 (ノミナル) 制御対象として制御系設計を行う。その際 に,浮上体を個々に干渉しない,鋼板の 1/4 の重量を持つ 4つの質点として扱い, SISO 系として制御する。

ここで,システムを記述する際に次の仮定を置く。

● 4 個の電磁石は特性が全て等しい

この仮定の下でこのシステムにおける浮上体の運動方程式, 電磁力方程式は以下の式となる。

$$m\frac{d^{2}x(t)}{dt^{2}} = mg - f(t) + v_{m}(t) \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (10)$$
$$f(t) = k \frac{\mu}{X + x(t) + x_{0}} \P_{2} \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (11)$$

ここで各変数は, m: 浮上体の質量, X: 電磁石と浮上体 との間の定常ギャップ, x(t): 定常ギャップ X の微小変位, I: 定常電流, i(t): 定常電流 I からの微小変位, f(t): 電 磁石の電磁力, k, x_0 : 同定実験によって決まる電磁力 f(t)の係数, $v_m(t)$: 外乱, である。

(11) で表される電磁力 *f*(*t*) は非線形であるので,定常 動作点付近でテイラー展開し1次項までに近似すると以下 の式が得られる。

$$f(t) = k \frac{\mu}{X + x_0} I - K_x x(t) + K_i i(t) \cdots (12)$$
$$K_x = \frac{2kI^2}{(X + x_0)^3}, \ K_i = \frac{2kI}{(X + x_0)^2}$$

また,観測出力 $y_g(t)$ はギャップセンサによって得られ る測定点の位置情報 x(t) とし,以下の式が得られる。なお $w_0(t)$ はセンサノイズやモデルの不確かさの影響を表す。

3・3 システムの状態方程式 以上をまとめると以下の状態方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_{g} &= A_{g}x_{g} + B_{g}u_{g} + D_{g}v_{0} \\ y_{g} &= C_{g}x_{g} + w_{0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{g} &:= \begin{bmatrix} x \ \dot{x} \end{bmatrix}^{T}, u_{g} :=_{\#}i, v_{0} \coloneqq v_{m} \\ \# \\ A_{g} &= \begin{bmatrix} 0 \ 1 \\ K_{x}/m \ 0 \\ h \\ i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{g} &= \begin{bmatrix} 0 \ 1 \\ K_{x}/m \ 0 \\ i \\ C_{g} &= 1 \end{bmatrix}$$

表3シ	ィステムパラメータ
Table 3.	System Parameter

Parameter	\mathbf{Symbol}	Value		
Mass of a quarter of Steel Plate	m	0.134	[kg]	
Steady Gap	X	$5.0 imes 10^{-3}$	[m]	
Coefficients of $f(t)$	$_{k}$	$8.50 imes 10^{-4}$	$[Nm^2/A^2]$	
	x_0	$2.80 imes 10^{-3}$	[m]	
Steady Current	Ι	0.309	[A]	

4. 制御系設計

4・1 一般化プラントの構成と問題設定 まず外乱 $v_0(t) \ge w_0(t)$ に関して考察する。 v_0 は入力外乱で,低周 波帯域で影響を及ぼす。また w_0 は出力外乱,およびモデ ルの不確かさを表す。そこで重み関数 W_v および W_w を導 入し v_0 , w_0 を(15),(16)のように表す。

$$v_{0} = W_{n}(s) w_{2} \cdots (15)$$

$$W_{v} = \Phi C_{v} (sI - A_{v})^{-1} B_{v} + D_{v}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^{T}$$

$$w_{0} = W_{w} w_{1} \cdots (16)$$

次に被制御変数について考察する。被制御量として定常 ギャップ長からの微小変位 x(t) とその微分値 $\dot{x}(t)$ に,レ ギュレーションのための行列 Θ で重み付けし,被制御量 z_1 を以下のように定義する。同様に制御入力のレギュレーショ ンのために u_g に ρ で重み付けした被制御量 z_2 を定義する。

$z_1 =$	$\Theta x_g,$	$\Theta = \mathrm{diag}$	$ heta_1$	θ_2	 (17)
$z_2 =$	$\rho u_a \cdots$				 (18)

最終的には制御対象と重み行列を求め,一般化プラントを (19)のように構成する。

ここで $x := [x_g^T \ x_v^T]^T$ であり, x_v は $W_v(s)$ の状態である。 またwを $w := [w_1^T \ w_2^T]^T$, zを $z := [z_1^T \ z_2^T]^T$ とおく。

本制御系設計において制御問題は次のように与えられる。 制御問題:一般化プラント (19) に対して DIA 条件 (3) を 達成する許容コントローラ K(s) を見つけよ。



4・2 **H**_∞**DIA** コントローラ 上述した設計問題 に対する解を得るため, Matlab上で繰り返し計算を行い, 以下の設計パラメータを選定した。

$$W_{v}(s) = \frac{5.0 \times 10^{5}}{s + 1.0 \times 10^{-2}}, \quad W_{w} = 5.0 \times 10^{-1}$$
$$\Theta = \frac{\theta_{1} \quad 0}{0 \quad \theta_{2}} = \frac{1.0 \times 10^{-2} \quad 0}{0 \quad 1.0 \times 10^{-4}}$$
$$\rho = 1.0 \times 10^{-6} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (20)$$

なお,このときの重み行列Nは $N = 1.013 \times 10^{-2} \times I_3$ である。これにより, $H_\infty DIA$ コントローラが直接的に得られる。得られたコントローラを以下に示す。

$$K_{DIA}(s) = \frac{1.96 \times 10^6 (s + 7.48)(s + 49.3)}{(s + 6250)(s + 224)(s + 9.78 \times 10^{-3})} (21)$$

このコントローラ K_{DIA}の周波数応答を図 6 に示す。なお, 比較対象となる従来法として PID 制御コントローラの周波 数応答を同時に掲載した。



Fig. 6. Frequency Responses of Two Controllers

5. 制御実験による評価

前節で得られた $H_{\infty}DIA$ コントローラを鋼板磁気浮上 システムに適用し, Steel Plate1 による制御実験による検 討を行う。その後鋼板を変更し,同一のコントローラにて Steel Plate2 による制御実験を行い,モデル変動に対する ロバスト性について検討を行う。まずは比較対象となる従 来法として PID 制御について述べる。

5・1 **PID** コントローラ PID コントローラの構造 を図 7 に示す。選定したコントローラ $K_{PID}(s)$ は次のと おりである。



5·2 検証結果

5.2.1 H_∞DIA 制御とPID 制御との比較 ノミ ナル制御対象 (Steel Plate1) を使用して各実験を行った。 まず,定常状態における鋼板の振動を測定した。 H_{∞} DIA制 御の結果を図8, PID 制御の結果を図9に示す。次に1[mm] の大きさを持つステップ状の目標値信号を与え,目標値応答 を測定した。この結果を図 10(H_∞DIA), 図 13(PID) に示 す。鋼板の振動の様子について $H_{\infty}DIA$ 制御と PID 制御 とを比べると, PID 制御では振幅が大きく, 激しいもので あるのに対して, $H_{\infty}DIA$ 制御では振幅が小さく,穏やか であることが分かる。次に目標値応答を見ると, $H_{\infty}DIA$ 制御はオーバーシュートが大きいものの, PID 制御に見ら れる目標値へ到達した後の激しい振動が見られない。以上 のことから $H_{\infty}DIA$ 制御は PID 制御と比較して, 鋼板の 振動抑制に優れる事が示された。

5・2・2 モデル変動に対するロバスト性の検証 制 御対象を Steel Plate2 に変更して実験を行い,応答の変 化を確認した。 H_{∞} DIA 制御の定常状態を図 11 に,目標 値応答を図 12 に示す。また,PID 制御の定常状態を図 14 に,目標値応答を図 15 に示す。 H_{∞} DIA 制御とPID 制御 の両者共に鋼板変更前よりも振動が大きくなっているが, H_{∞} DIA 制御の方が振動の増加は小さく,また制御特性も ほとんど変化していない事が確認できる。以上のことから, H_{∞} DIA 制御は PID 制御と比較してモデル変動に対する ロバスト性が高いことが示された。

総合的に $H_{\infty}DIA$ 制御は PID 制御よりも優れている事 が示された。しかし,現段階ではオーバーシュートが大き く,特性改善が期待される。

6. おわりに

本稿では, $H_{\infty}DIA$ 制御を鋼板磁気浮上システムに適用 し,良好な振動抑制特性とモデル変動に対するロバスト性 を持つことを検証した。





具体的には,提案法を鋼板磁気浮上システムに適用して 制御系設計を行い,2つの異なる制御対象により制御実験を 行った。そして,PID 制御と $H_{\infty}DIA$ 制御を比較し,PID 制御との応答の違いを明らかにした。 $H_{\infty}DIA$ 制御はPID 制御より過渡応答時のオーバーシュートの面で劣るが,鋼 板の振動抑制に優れる事,モデル変動に対するロバスト性 が高い事を確認した。

今後は $H_{\infty}DIA$ 制御のモデル変動に対するロバスト性 の理論的検証を行うこととする。また,今回実験に使用し た鋼板よりも更に厚い,厚さ 1[mm] の鋼板を安定浮上させ る事を目指す。

文 献

(1) K. Suematsu, K. Nakashima, T. Tsujino and T. Fujii: "Application of ILQ Design Method to a Multivaliable Magnetic Levitation System", T.SICE, Vol.31, No.9, pp1471-1480 (1995)(in Japanese)
 末松, 中島, 辻野, 藤井: 「ILQ 設計法の多変数磁気浮上系への応

用」,計測自動制御学会論文集,31,9,pp.1471-1480 (1995) (2) N. Toshiko and H. Mikio: "Study of Magnetic Levitation Control by Means of Correcting Gap Length Command for a Thin Steel Plate",T.IEE Japan, Vol.120-D, No.4, pp.489-494,(2000-4)(in Japanese) 中川・浜:「ギャップ長指令値修正による薄鋼板の磁気浮上制御」,

電気学会論文誌 D, 120, 4, pp.489-494 (2000-4)

- (3) Y. Oshinoya, K. Ishibashi and T. Sekihara: "Conveyance Control for an Electromagnetic Levitation Rectangular Sheet Steel (Proposition of Noncontact Control Mechanism for the Horizontal Inertial Force of the Steel Plate which Suppressed the Elastic Vibration)", T.JSME. Series C, Vol.68, no.669, pp.86-92 (2002)(in Japanese) 押野谷,石橋,関原:「磁気浮上長方型薄鋼板の搬送制御(弾性振動を 抑制した鋼板の水平方向慣性力に対する非接触接続機構の提案)」, 日本機械学会論文集(C編), 68 巻, 669 号, pp.86-92 (2002)
- (4) M. Morishita and M. Akashi: "Inclination Guide Experiment for Magnetically Levitated Steel Plates", 1988 National Converention Record I.E.E.Japan,pp.5-183(1998)(in Japanese)
 森下,明石: 「磁気浮上鋼板の傾斜案内制御実験」,平成10年電気 学会全国大会論文集,pp.5-183(1998)
- (5) T. Namerikawa, M. Fujita, R.S. Smith and K. Uchida: "A Generalized H_{∞} Control System Design Attenuating Initial State Uncertainties", Proc. of American Control Conf., pp. 2204-2209 (2002)



Fig. 9. Steady state of Steel Plate1 for PID



Fig. 12. Step response of Steel Plate2 for H_{∞} DIA



Fig. 15. Step response of Steel Plate2 for PID