# $\mu$ -シンセシスを用いた $H_{\infty}$ DIA 制御による磁気浮上系の ロバスト制御性能改善

滑川 徹 瀬戸 洋紀\* (長岡技術科学大学)

# Improving the robust performance of Magnetic Suspension Systems by $H_{\infty}$ DIA Control using $\mu$ -Synthesis

Toru Namerikawa, Hiroki Seto (Nagaoka University of Technology)

This paper deals with  $H_{\infty}$  DIA control of magnetic suspension systems using  $\mu$ -synthesis.  $H_{\infty}$  DIA control is an  $H_{\infty}$  control problem which treats a mixed Disturbance and an Initial-state uncertainty Attenuation(DIA) and supplies  $H_{\infty}$  controls with good transients.  $H_{\infty}$  DIA controller has a good initial response property, however its robust performance can be improved. We propose a novel control problem which is to find a multi-objective controller to achieve  $H_{\infty}$  DIA condition for good initial responses/transient responses and the structured singular value  $\mu$  condition for robust performance.

We apply this proposed approach to magnetic suspension systems, and design a robust controller which has both good transient and robust performance properties.

Finally experimental results show effectiveness of the proposed control system design framework.

キーワード:  $H_{\infty}$  DIA 制御,  $\mu$ -シンセシス, 過渡応答特性, ロバスト制御性能, 磁気浮上システム ( $H_{\infty}$  DIA Control,  $\mu$ -Synthesis, Transient Response, Robust Performance, Magnetic Suspension Systems )

# 1. はじめに

従来の  $H_{\infty}$  制御の枠組みでは、制御対象の初期状態はゼロとして仮定して理論展開されてきたが、実システムにおいて初期状態がゼロである保障はない.初期状態がノンゼロである場合には、 $H_{\infty}$ 制御の過渡応答特性が劣化する可能性がある.

そこで,我々は,従来の外乱減衰特性のみを考慮した $H_{\infty}$ 制御に比べて良好な過渡応答特性を示す外乱と初期状態の 不確かさの混合減衰 $H_{\infty}$ 制御問題( $H_{\infty}$  DIA 制御問題)を 提案し<sup>(1)</sup>,その有効性を確認した<sup>(2)</sup>.しかし,この $H_{\infty}$ DIA 制御問題は,ロバスト制御性能については考慮されて おらず改良の余地がある.

ここで、過渡応答特性とロバスト制御性能を考慮した様々 な研究<sup>(3)(4)</sup>が報告されている.まず、楊ら<sup>(3)</sup>は、適応ロ バスト非線形制御により2つの性能を保障している.内山 ら<sup>(4)</sup>は、μ-シンセシスを用いた2自由度制御による手法 を用いている.これら両方の結果は効果的ではあるが、初 期状態の不確かさへの脆弱性やコントローラの実装の複雑 化などの問題がある.そこで、初期状態の不確かさのもと で良好な過渡応答特性とロバスト制御性能を達成するため に、我々は、 $H_{\infty}$  DIA 制御にロバスト制御性能を付加する D-K イテレーション<sup>(5)</sup> の適用を考える. D-K イテレー ションは、その名の通りスケーリング行列 D と補償器 Kを繰り返し計算し、評価指標であるスケーリングされた閉 ループ系伝達関数を最小化する問題であるが、この計算過 程は  $H_{\infty}$  制御と  $\mu$ -解析を組み合わせたものとなっている. そこで、 $H_{\infty}$  DIA 制御に  $\mu$ -解析を適用した  $\mu$ -シンセシス を構築することによって良好な過渡応答特性に加えてロバ スト制御性能を有する補償器の実現が期待できる.

本研究では、この提案したアプローチを磁気浮上システム(7)に対して適用しその効果を制御実験により評価する. 磁気浮上システムは、電磁力によって対象を非接触支持で きるが、本来不安定系であるためにフィードバック制御が 必要不可欠となる(7).制御系設計をする際には、磁気浮上 システムが持つ強い非線形性やパラメータ変動、モデル化 されない動特性などに対するロバスト性を考慮することが 重要になる.このため、磁気浮上システムに対するロバス ト制御応用に関する研究が数多く報告されている<sup>(3)(8)(9)</sup>.

本稿では、従来の  $H_{\infty}$  DIA 制御と比較することによっ て提案手法が実際により良い過渡応答特性とロバスト制御 性能を示すことを制御実験により確認した.

# 2. 問題設定

時間区間 [0,∞) で定義される以下の線形時不変システム を考える.

 $\dot{x} = Ax + B_1w + B_2u, \quad x(0) = x_0$   $z = C_1x + D_{12}u$  $y = C_2x + D_{21}w \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (1)$ 

ここで  $x \in \mathbb{R}^n$  は状態で  $x_0 = x(0)$  は初期状態;  $u \in \mathbb{R}^r$ は制御入力;  $y \in \mathbb{R}^m$  は観測出力;  $z \in \mathbb{R}^q$  は被制御量;  $w \in \mathbb{R}^p$  は外乱であり, w(t) は区間  $[0,\infty)$  において 2 乗可 積分な関数 ( $w \in L^2[0,\infty)$ ) とする.またここでシステム は直交条件を有していないことを確認しておく.

 $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{12}, D_{21}$ は適当な次元を有する定数行列であり、以下の条件を満たすものとする.

- (*A*, *B*<sub>1</sub>): 可安定 (*A*, *C*<sub>1</sub>): 可検出
- (*A*, *B*<sub>2</sub>): 可制御 (*A*, *C*<sub>2</sub>): 可観測

•  $D_{12}^T D_{12} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ : 正則

• $D_{21}D_{21}^T \in R^{m \times m}$ :正則

システム (1) に対して, すべての許容制御則 u(t) が以下 の線形時不変システムで与えられ, (1) と (2) によって構成 される閉ループ系が内部安定となるものとする.

 $u = J\zeta + Ky$  $\dot{\zeta} = G\zeta + Hy, \quad \zeta (0) = 0 \cdots (2)$ 

ここで $\zeta(t)$ はコントローラの状態であり、有限の次元を持つ. またJ, K, G, Hは適切な次元を持つ定数行列である.

与えられたシステムと上記の許容制御則のクラスに対して、 $H_{\infty}$  DIA 制御を用いた  $\mu$ -シンセシスによる制御問題 を考える.

これにより,過渡応答特性とロバスト制御性能の両方を考 慮した制御系設計を行う.

**〈2・1〉**  $H_{\infty}$  **DIA 制御** まず  $H_{\infty}$  **DIA** 制御による コントローラの条件を以下に示す.

N > 0が与えられたときに、すべての  $w \in L^2[0,\infty)$  と すべての  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  (ただし  $(w, x_0) \neq 0$ ) に対して z が以 下を満たすような外乱と初期状態の不確かさを混合減衰さ せる許容制御則を見つけよ.

 $||z||_{2}^{2} < ||w||_{2}^{2} + x_{0}^{T} N^{-1} x_{0} \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (3)$ 

上記の条件を満たす許容制御則を  $H_{\infty}$  DIA 制御 (または単 に DIA 制御) (Disturbance and Initial state uncertainty Attenuation (DIA) control) と呼ぶ.

初期状態  $x_0$  に対する重み行列 N は初期状態の不確かさの減衰の外乱減衰に対する相対的な重要性を表す.行列不等式の意味でより大きな N を選ぶことは、初期状態の不確かさをより減衰させる許容制御則を選ぶことを意味する<sup>(1)</sup>.この条件により、システムの過渡応答特性の改善が期待される.

〈2・2〉 µ-シンセシス µ-シンセシスは<sup>(5)(6)</sup>,不確か なシステムに対して、ロバスト制御性能を達成するコント ローラを系統的に構成する制御系設計法である. まず構造的な不確かたのクラフを記述するために、次の上

まず構造的な不確かさのクラスを記述するために、次のようなブロック構造を考える.

$$\Delta = \{ diag[\delta_1 I_{r1}, \cdots, \delta_S I_{rS}, \Delta_1, \cdots, \Delta_F] \\ : \delta_i \in \mathcal{R}, \Delta_j \in \mathcal{C}^{m_j \times m_j} \} \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots \cdots (4)$$

以上のようなブロック構造が与えられたとき、行列  $M \in \mathcal{C}^{n \times n}$ に対して構造化特異値  $\mu_{\Delta}(M)$  を次のように定義する.

$$\mu_{\Delta}(M) = \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta) : \Delta \in \Delta, \det(I - M\Delta) = 0\}} (5)$$

 $I - M\Delta$ を特異にする  $\Delta \in \Delta$  がない場合は、 $\mu_{\Delta}(M) := 0$ と定義する。ロバスト制御性能条件は以下で与えられる.

$$\sup_{\omega \in R} \mu_{\Delta}[F_l(P(j\omega), K(j\omega))] < 1 \cdots \cdots \cdots (6)$$

**〈2·3〉 制御問題** 2.1 節, 2.2 節での議論をまとめ, 最終的な制御問題を以下に示す.

制御問題:(3)式の H<sub>∞</sub> DIA 条件と(6)式のロバスト制 御性能条件の両方を満たすコントローラ K を求めよ.

# 3. システム構成と数学モデル

実験装置である磁気浮上システムの構成図を Fig.1 に示 す. 電磁石が実験装置の上部に設置されており、制御目的 は電磁力を制御することにより浮上体(鉄球)を空中に安 定に非接触支持することである.ここで浮上体の質量 *M* は 286[g] で,定常ギャップ長 *X* は 3[mm] と設定している.



図 1 磁気浮上システム Fig. 1. Magnetic Suspension System

定常状態での妥当な仮定<sup>(7)</sup>のもとで,このシステムは以下 の3つの浮上体の運動方程式(7),電磁力方程式(8),電気 回路方程式(9)で記述することが出来る.

$$M\frac{d^{2}x(t)}{dt^{2}} = Mg - f + v_{m}(t) \cdots (7)$$
$$f(t) = k \left(\frac{I + i(t)}{X + x(t) + x_{0}}\right)^{2} (8)$$

$$L\frac{di(t)}{dt} + R(I+i(t)) = E + e(t) + v_L(t) \cdots (9)$$

ここで M: 浮上体(鉄球)の質量, X: 電磁石と浮上体と の間の定常ギャップ, x(t): 定常ギャップ X の微小変位, I: 定常電流, i(t): 定常電流 I からの微小変位, E: 定常電 E, e(t): 定常電圧 E からの微小変位, f(t): 電磁石力, k,  $x_0$ : 同定実験によって決まる電磁石力 f(t)の係数, L: 電 磁石のインダクタンス, R: 電磁石の抵抗,  $v_m(t)$ ,  $v_L(t)$ : 外乱, ノイズ, である.

つぎに電磁力 f(t)((8) 式)を定常動作点付近でテイラー展開 することによって1次項までに近似すると以下が得られる.

$$f(t) = k \left(\frac{I}{X + x_0}\right)^2 - K_x x(t) + K_i i(t) \cdots (10)$$

 $\sub \sub K_x = 2kI^2/(X+x_0)^3, K_i = 2kI/(X+x_0)^2.$ 

また, 観測出力  $y_g(t)$  はギャップセンサによって得られる 浮上体の位置情報 x(t) とし以下で与えられる.

ここで $w_0(t)$ はセンサノイズやモデルの不確かさの影響を 表す.上記を全てまとめると以下の状態方程式が得られる.

$$\dot{x}_g = A_g x_g + B_g u_g + D_g v_0$$

$$y_g = C_g x_g + w_0$$
(12)

$$\sub \sub v_g := \begin{bmatrix} x & \dot{x} & i \end{bmatrix}^T, u_g := e, v_0 := \begin{bmatrix} v_m & v_L \end{bmatrix}^T,$$

$$A_{g} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2670 & 0 & -23.3 \\ 0 & 0 & -31.6 \end{bmatrix}, B_{g} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3.33 \end{bmatrix}^{T}$$
$$C_{g} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{g} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3.50 & 0 \\ 0 & 3.33 \end{bmatrix}$$

ここで  $(A_g, B_g)$  および  $(A_g, D_g)$  は可制御, また  $(A_g, C_g)$  は可観測である.

# 4. 制御系設計

本節では得られた提案法と磁気浮上システムの線形状態 空間表現を用い,磁気浮上システムに対して制御系を設計 する.

〈4・1〉 一般化プラントの構成と問題設定 まず外乱 v<sub>0</sub>(t) と w<sub>0</sub>(t) に関して考察する. v<sub>0</sub> は入力外乱で,低周 波帯域で影響を及ぼす.また w<sub>0</sub> は出力外乱,およびモデ ルの不確かさを表す.そこで重み関数 W<sub>v</sub> および W<sub>w</sub> を導 入し v<sub>0</sub>, w<sub>0</sub> を (13),(14) 式のように表す.

つぎに被制御変数について考慮する. 被制御量としてギ

ャップ長 x(t) とその微分値  $\dot{x}(t)$  に、レギュレーションのための行列  $\Theta$  で重み付けし、被制御量  $z_1$  を以下のように定義する. 同様に制御入力のレギュレーションのために  $u_g$  にスカラー  $\rho$  で重み付けした被制御量  $z_2$  を定義する.

最終的には制御対象と重み行列を求め,一般化プラントを (17)式のように構成する.なお,この一般化プラントには 直交条件が課されていないことに注意されたい.

$$\dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u$$
  

$$z = C_1 x + D_{12} u$$
  

$$y = C_2 x + D_{21} w \qquad \dots \qquad \dots \qquad \dots \qquad (17)$$

$$\begin{split} A = & \left[ \begin{array}{cc} A_g & D_g C_v \\ 0 & A_v \end{array} \right], \ B_1 = \left[ \begin{array}{cc} 0 & D_g D_v \\ 0 & B_v \end{array} \right], \\ B_2 = & \left[ \begin{array}{cc} B_g \\ 0 \end{array} \right], C_1 = \left[ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ \Theta F_g & 0 \end{array} \right], \ D_{12} = \left[ \begin{array}{cc} \rho \\ 0 \end{array} \right], \\ C_2 = & \left[ \begin{array}{cc} C_g & 0 \end{array} \right], \ D_{21} = \left[ \begin{array}{cc} W_w & 0 \end{array} \right] \end{split}$$

ここで $x := \begin{bmatrix} x_g^T & x_v^T \end{bmatrix}^T$ ,  $x_v \wr W_v(s)$ の状態である.ま た $w, z \varepsilon, w := \begin{bmatrix} w_1^T & w_2^T \end{bmatrix}^T$ ,  $z := \begin{bmatrix} z_1^T & z_2^T \end{bmatrix}^T$ とする. さて,  $\mu$ -シンセシスは、構造的不確かさを有するシステ ムに対する制御系設計法である.そこで、この一般化プラ ント(17)における不確かさのブロック構造  $\Delta$  を以下に定 義する.

$$\boldsymbol{\Delta} := \left\{ \left[ \begin{array}{cc} \Delta_w & 0\\ 0 & \Delta_v \end{array} \right] : \Delta_w \in \mathcal{C}, \Delta_v^{1 \times 2} \in \mathcal{C} \right\}$$
(18)

ここで、 $\Delta_w$ は出力外乱、およびモデル化されないダイナ ミクスや制御装置の実装に起因する不確かさの影響による 加法的変動を表す. 一方  $\Delta_v$ は、 $\Delta_v = [\Delta_{v1} \ \Delta_{v2}]$ と定義 される性能のロバスト性を考慮するための仮想的な性能ブ ロックである. このようにして得られた不確かさを含む一 般化プラントは、Fig.2 で表される. ここで未構成のコン トローラ K(s) が含まれている.

得られた一般化プラントに対して、本制御系設計での制御 問題は以下で与えられる.

制御問題:一般化プラント (17) とブロック構造 (18) で 与えられる不確かさを含むフィードバックシステムに対し て $H_{\infty}$  DIA 条件 (3) とロバスト性能条件 (6) の両方を達 成する許容コントローラ K(s) を見つけよ. このコントローラ K(s) を以下で $\mu$ -DIA コントローラと定 義する。





〈4・2〉 設計手順 先ほどの制御問題に対する解を得るため、4.1節で導出した不確かさを含む一般化プラントに対して、制御目的を達成する µ-DIA コントローラを設計する.具体的には MATLAB 上で繰り返し計算を行うことによって設計パラメータを適切に選定し、D-K イテレーションを行うことで直接的にロバスト性能を達成するコントローラを求める.その際の手順を以下に示す.

#### [Step 1] 周波数重み関数 $W_v(s)$ の選定:

 $W_v(s)$ は低い周波数帯域で比較的大きなゲインを持つ関数 として選ぶ. コントローラの低周波ゲインと相関がある.

#### [Step 2] 重み関数 $W_w(s)$ の選定:

 $W_w$  は不確かさの大きさと相関があり、これを大きく選ぶ ことは不確かさを許容することになる.

### [Step 3] 重み行列 ⊖ の選定:

 $\Theta$  は被制御量  $Z_g$  に対する重み行列で、被制御量のレギュレーションの役割を果たす.

# [Step 4] 重み係数 $\rho$ の選定:

 $\rho$ は入力 $u_g$ に対する重み行列で入力のレギュレーションの 役割を果たす.

[Step 5] $H_{\infty}$  DIA コントローラと一般化プラントの構成:

[Step 1] ~ [Step 4] で選定した設計パラメータを用いて一般化プラントを構成する. この情報を基に  $H_{\infty}$  DIA 補償 器 K(s) が計算される.

# [Step 6] *µ*-解析:

 $F_l(P_i, K_i)$ とブロック構造  $\Delta$ に対して構造化特異値  $\mu$  を 計算する.次に、各周波数  $\omega$  ごとに以下の関数を最小化す るスケーリング行列  $\bar{D}_{i+1}(j\omega)$ を求める.

 $\bar{\sigma}[\hat{D}_{i+1}(j\omega)F_l(P_i,K_i)(j\omega)\hat{D}_{i+1}^{-1}(j\omega)] \cdots \cdots (19)$ 

そして, (20) 式の条件について評価する.

$$\sup_{\omega \in \mathcal{R}} \bar{\sigma}[D_{i+1}(j\omega)F_l(P_i, K_i)(j\omega)D_{i+1}^{-1}(j\omega)] < 1 (20)$$

もし (20) 式の条件が満たされているならば終了する. そう でなければ次のステップへ進む.

#### [Step 7] 重み行列 N の計算:

(3) 式を満たす最大の重み行列 N を計算する. ここで計算 の簡単のために N の自由度を N = nI と限定している. nは正のスカラーで I は一般化プラントと等しい次数を持つ 単位行列である. 正定行列 N をこのように限定するのは, 解析後の評価を容易にするためである.

#### [Step 8] スケーリング行列 D のフィッテング:

各周波数ごとに求められるスケーリング行列 $\overline{D}_{i+1}(j\omega)D_i(j\omega)$ のデータを,有理関数 $D_{i+1}(s)$ により近似(カーブフィット)する.

[Step 9] 一般化プラントの再構成:

新しい一般化プラント

$$P_{i+1} = \begin{bmatrix} D_{i+1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} D_{i+1}^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dots \dots (21)$$

を設定する. そして, [Step 5] に戻り, 条件を満たす適当 なコントローラ *K*(*s*) を見つけるまで計算を繰り返す.

**〈4・3〉 μ-DIA コントローラの設計** 設計パラメー タを適切に設定することで所望の性能を有するコントロー ラを実現する.そこで,MATLAB上で上記の9つのステッ プを繰り返すことにより以下の設計パラメータを得た.

このパラメータを使って、上記の D-K イテレーションを 2 回繰り返し、コントローラ K(s) が求められた.ここで  $\mu_{\Delta}[F_l(P,K)]$ のピーク値は、0.743 である.

そして (18) 式のブロック構造に対して定数スケーリング 行列を用いた.得られたコントローラを以下に示す.

$$K(s) = \frac{8.496 \times 10^8 (s + (48.68 + 20.39i))}{(s + (330.59 + 655.7i))} \dots (23)$$
$$\times \frac{(s + (48.68 - 20.39i))(s + 7.1955)}{(s + (330.59 - 655.7i))(s + 811.19)(s + 0.01)}$$

またこのときの (3) 式を満たす最大の重み行列 N は, 4.561157×10<sup>-3</sup>×I である. Fig.3 に (23) 式の K(s) を用 いて計算した  $\mu_{\Delta}[F_l(P,K)]$ の上下界,  $\bar{\sigma}(DF_l(P,K)D^{-1})$ をそれぞれ実線, 破線で示す.

Fig.3 より, µのピーク値が1未満であるので(6)式のロバ スト性能条件を満たしていることが分かる. 同時に, 2.3 節 で設定した制御問題も達成していることになる.

続いて, $\mu$ -DIA 制御と  $H_{\infty}$  DIA 制御によって設計した コントローラの周波数応答を Fig.4 に示す.ここで,これ らの2つのコントローラは,(22) 式の設計パラメータを用 いている.



Fig. 3.  $\bar{\sigma}$  and  $\mu$  plots of the second D-K iteration



図 4 コントローラの周波数応答 Fig. 4. Frequency Responses of Two Controllers

#### 5. 制御実験による評価

前節で得られた  $\mu$ -DIA コントローラ,  $H_{\infty}$  DIA コント ローラを磁気浮上システムに適用し,制御実験による理論 検証を行う.これにより  $\mu$ -DIA コントローラの過渡応答性 能とロバスト制御性能を確認する.

**〈5・1〉 過渡応答特性の評価** まず,2つのコントロー ラを用いても制御系は安定性を良好に保持した.ここで過 渡応答性能を確認するためにステップ状の目標値信号を与 えた時の時間応答を確認した.ここでステップ信号の大き さは1[mm] とした.実験結果を Fig.5 に示す.

 $\mu$ -DIA コントローラと  $H_{\infty}$  DIA コントローラを比較する と、オーバーシュートの大きさは殆ど同じになっているこ とが分かる.しかし、定常状態への収束は、 $H_{\infty}$  DIA コン トローラのほうが若干早くなっている. $\mu$ -DIA コントロー ラは、ロバスト制御性能を考慮しているため、過渡応答特 性については劣化が予想される.目標値応答では $H_{\infty}$  DIA コントローラと比較して  $\mu$ -DIA コントローラの過渡応答 特性は,若干悪くなっていることが分かる.



図 5 2 つのコントローラの目標値応答 Fig. 5. Step Responses of Two Controllers

**〈5・2〉 質量変動によるロバスト制御性能の評価** こ こでは、2つのコントローラに対するロバスト制御性能を 確認する.前節の制御実験において $\mu$ -DIA コントローラの 過渡応答特性は、 $H_{\infty}$  DIA コントローラより劣るが、その 劣化の影響は小さく抑えられていると考えられる.ここで は、 $\mu$ -DIA コントローラが  $H_{\infty}$  DIA コントローラよりも ロバスト制御性能に優れていることが期待される.

浮上体を公称質量である 286[g] の鉄球から Table 1 に示 す質量を有する鉄球に変化させて,浮上実験を行い応答の 変化を確認した. 実験結果を Fig.6,7 に示す.

表1 鉄球の質量変化

Table 1. Mass Change of the Iron Ball

	Mass of the Ball [g]	Varying Rate
1	440	+53.85%
2	358	+25.17%
0	286(nominal val.)	0%
3	198	-30.77%
4	112	-60.84%

それぞれのコントローラにステップ状の目標値信号を与 えた場合の時間応答を確認した.このときのステップ信号 の大きさは, Fig.5 と同様に1[mm] としている.

ここで、グラフ上にある立ち上がり時の応答の乱れは、ア ンプの性能限界により制御入力が飽和したためである.し かし、ノミナルモデルでは応答が乱れていないことから鉄 球の質量変動による影響と考えられる.

 $H_{\infty}$  DIA コントローラと  $\mu$ -DIA コントローラを比較した とき、明らかに  $H_{\infty}$  DIA コントローラの応答のほうが質 量が重くなるにしたがってオーバーシュートが大きくなる のが分かる. それに比べて,  $\mu$ -DIA コントローラでは質量 の変動に伴ってオーバーシュートが変動しているが, その 変動幅は  $H_{\infty}$  DIA コントローラよりも小さく抑えられて いることが分かる. Table 2 に, 2つのコントローラのオー バーシュートの変動率をまとめる.

表 2 オーバーシュートの変化割合の比較 Table 2. Overshoot Comparison in Two Controllers

	Varying Rate[%]			
	440[g]	358[g]	198[g]	112[g]
$H_\infty$ DIA	4.35	2.54	-2.17	-4.35
$\mu$ -DIA	3.31	2.21	-2.21	-2.94

それぞれの数値は、公称質量における各コントローラのオー バーシュートの大きさを基準とした増加割合 [%] である.こ の表から  $\mu$ -DIA コントローラは  $H_{\infty}$  DIA コントローラに 比べて変動率が小さく、パラメータ変動に対してもロバス ト制御性能を保持していること分かる.

以上の2種類の実験により、 $\mu$ -DIA 制御は  $H_{\infty}$  DIA 制 御の過渡応答特性と良好なロバストに制御性能の両方の特 性をあわせ持った制御方法であることが確認できた.

#### おわりに

本研究では、 $H_{\infty}$  DIA 制御問題に  $\mu$ -シンセシスを組み 合わせた制御問題を設定することによって良好な過渡応答 特性とロバスト制御性能の両方をもつ補償器を実現するこ とができた.

具体的には、この提案法を磁気浮上システムに対して適 用して過渡応答特性とロバスト制御性能の両方を有する制 御系の設計を行い、制御実験により理論検証を行った.

まずは、制御実験による応答を比較することで  $\mu$ -DIA 制 御と  $H_{\infty}$  DIA 制御の応答の違いを明らかにし、 $\mu$ -DIA 制 御は  $H_{\infty}$  DIA 制御より過渡応答特性に多少劣るが、それ でも十分な過渡応答特性を有することを確認した、続いて、 浮上体の質量変化というパラメータ変動を考慮したときに  $\mu$ -DIA 制御が、 $H_{\infty}$  DIA 制御よりも良好なロバスト制御 性能を示すことを確認した.

以上により、 $H_{\infty}$  DIA 制御問題に  $\mu$ -シンセシスを組み 合わせた制御問題を設定した制御系設計手法によって良好 な過渡応答特性とロバスト制御性能の両方の特性を有する 補償器を実現できることを確認した.

#### 文 献

- (1) T. Namerikawa, M. Fujita, R. S. Smith and K. Uchida, "On the  $H_{\infty}$  Control System Design Attenuating Initial State Uncertainties," *Trans. SICE*, vol.40, no.3, 2004.(to appear)
- (2) T. Namerikawa, M. Fujita, "H<sub>∞</sub> Control System Design of the Magnetic Suspension System Considering Initial State Uncertainties," *IEEJ Trans. EIS*, vol.123, no.6, pp.1094-1100, 2003.
- (3) Z. Yang and D. Miyazaki, "Adaptive Robust Nonlinear Control of a Voltage-Controlled Magnetic Levitation System (in

Japanese)," Transactions on SICE, vol.38, no.1, pp.35-44, 2002.

楊 子江,宮崎大輔, "電圧制御型磁気浮上系の適応ロバスト非線形 制御,"計測自動制御学会論文集, vol.38, no.1, pp.35-44, 2002.

- (4) Y. Uchiyama, M. Fujita, "Application of Two-Degree-of-Freedom Control to Multi-Axis Electro-Dynamic Shaking System Using μ-Synthesis and Adaptive Filter," JSME International Journal, Series C, vol.46, no.3, pp.828-834, 2003.
- (5) A. Packard and J. Doyle, "The Complex Structured Singular Value," Automatica, vol.29, no.1, pp.71-109, 1993.
- (6) P.M. Young and J.C. Doyle, "A Lower Bound for the Mixed μ Problem," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol.42, no.1, pp.123-128, 1997.
- (7) M. Fujita, T. Namerikawa and F. Matsumura, "µ-Synthesis of an Electromagnetic Suspension System," *IEEE Transactions* on Automatic Control, vol.40, no.3, pp.530-536, 1995.
- (8) T. Hu, Z. Lin, W. Jiang and P.E. Alaire, "Constrained Control Design of Magnetic Bearing Systems," *Proc. of Ameri*can Control Conf., pp.1086-1091, 2003.
- (9) O.F. Storeset and B. Paden, "Infinite Dimensional Models for Perforated Track Electrodynamic Magnetic Levitation," *Proc. of IEEE Conf. on Decision and Control*, pp.842-847, 2002.



Fig. 7. Step Responses with Mass  $Change(H_{\infty} \text{ DIA})$