

マルチビークルシステムを用いた物体協調把持と収束条件

石村 晃士 滑川 徹 (慶應義塾大学)

Cooperative Grasping by Vehicle Swarms and Convergence Condition

*K. Ishimura and T. Namerikawa (Keio University)

Abstract— This paper deals with a cooperative grasping control by vehicle swarms. First, we propose a novel grasping strategy based on consensus seeking. The proposed strategy needs the conditions that enable all vehicles to acquire the information of target-object and network topology among all vehicles is always connected. Secondly, we show the condition of gains to achieve grasping. To analyze the convergence of grasping, algebraic graph theory and matrix theory are utilized. Finally, numerical simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key Words: Multi-vehicle Systems, Cooperative Grasping, Second Order Model, Convergence Condition

1 はじめに

近年、マルチビークルシステムのように複数台のエージェントを協調させることによって単体では実行できないタスクを達成させる研究が数多く行われている。マルチビークルシステムとは、情報交換可能な複数台の車両で構成されたシステムであり、システムの規模の大きさや情報交換を活かし、合意問題などの分野で応用されている。このシステムのメリットとしては、ビークル間の情報交換を用いた協調行動により、与えられたタスクを短時間でより効率的に達成できる事、非常に高価で高性能な単体のビークルを作成するより安価な複数のビークルを作ることによって低コストで柔軟性のあるシステムを作ることができるということが考えられる。さらに一台のビークルが故障などにより機能しなくなっても全体としてタスクを達成することができるため、耐故障性が優れているというメリットも有している。実際の応用例としては、協調行動を活かした自然界の群れ行動の再現や無人戦闘機のフォーメーション制御等が考えられる。本研究では応用例の中でも特に物体の取囲みや把持に焦点を当てており、この分野における従来研究としては以下のようなものが挙げられる。

文献¹⁾では障害物が存在する環境でのビークル群による物体の取囲み・運搬を行っており、同時に衝突回避も達成している。その際に、object-closure の概念を用い、取囲みを達成している。このためビークル間での情報交換をほぼ行うことなくタスクを達成できる。

櫻井らは文献²⁾において、ある戦略をとって逃げるターゲットを複数のエージェントが協調的に捕獲する際の捕獲可能条件について述べている。ただし、ターゲットとエージェントのダイナミクスを考慮しているがエージェント間の情報交換については考慮されていない。

また、³⁾では移動する物体に対する取囲みを達成するために Dynamic Object Closure の概念を設け、取囲みを達成していない状態から一定時間後の捕獲行動の達成を保証している。

文献⁴⁾では物体に対する環状の協調分散取囲みに関する安定解析手法を提案している。

⁵⁾ではビークル間のネットワーク構造が変化する状況での移動物体に対する取囲み行動を取り扱っている。ビークル群に対する制御則はターゲットとの距離誤差を埋める項と取囲みの際のフォーメーションを行う項の二つで構成され、その収束性の証明を行っている。

文献⁶⁾では、少なくとも一台のビークルが物体を認識し、ビークル間のネットワークが連結であればネットワークの変化に依存せず物体の取囲みを達成する制御則を提案している。

小林ら⁷⁾では、群ロボットによる物体の協調捕獲問題を扱い、ビークル間の情報交換無しでの局所的な観測のみから全体としてのタスクを達成している。そのために極座標系の利用、force-closure の概念に基づいた局所評価関数の導入、未知形状物体の局所的な形状推定を取り入れ、取囲みと把持を行っている。しかし、把持の際に物体から加わる反力の大きさは考慮されていない。

以上のような研究をふまえ、本研究では⁶⁾の制御則を発展させ、マルチビークルシステムによる物体協調把持を行っている。本研究の特徴として、従来研究では考慮されていない把持の際に生じる反力の影響を取り入れている点が挙げられる。このため、ビークルのモデルを二次系と表現している。また、反力の大きさを目標値へと収束させるために必要な制御ゲインの条件について示している。さらに、グラフ理論を取り入れた制御則を提案し、ビークル間の情報交換を用いた目標の把持力による協調把持を達成している。

本稿の流れは以下のようにになっている。まずはじめに問題設定としてビークルと反力のモデル、仮定、制御目的を述べる。次に、合意アルゴリズムを元にした制御則を示し、制御則に関する定理の証明を行う。最後に、シミュレーションによる有効性の検証を行っている。

2 問題設定

本節では、扱うモデルやいくつかの仮定、定義に関して述べる。モデルとしては以下の二次系のモデルを扱い、ビークルと物体が接した際に生じる反力の影響を取り入れる。

$$m\ddot{r}_i = u_i + F_i \quad (1)$$

ビークル群と物体のモデルを Fig.1 に示す.

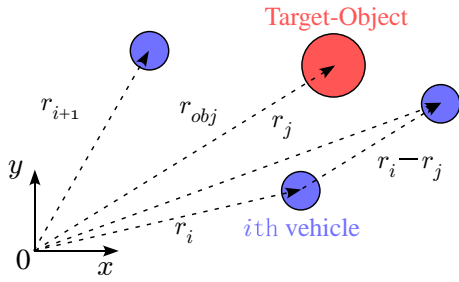


Fig. 1: Vehicles and an Object

ここでビークル i の重心位置を r_i で表し, 物体の重心位置を r_{obj} とする. またそれぞれの半径を l, l_{obj} , 質量を m, m_{obj} とする. F_i はビークル i に加わる反力を表している.

ビークルに加わる反力 F_i は以下の式で表される.

$$F_i = -k'_3 r'_i - d \dot{r}'_i \quad (2)$$

ここで $r'_i = r_{obj} - r_i$ とする. 反力は Fig.2 のようにバネ定数 k_3 とダンパ定数 d を用いて表される.

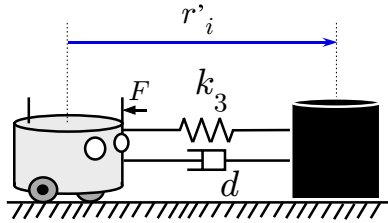


Fig. 2: Model of reactive force

このとき, 式 (2) で用いている k'_3, d' は以下のように表される.

$$k'_3 = k_3 * \text{sat}(l_i + l_{obj} - |r'_i|) \frac{1}{|r'_i|} \quad (3)$$

$$d' = d * \frac{\text{sat}(l_i + l_{obj} - |r'_i|)}{l_i + l_{obj} - |r'_i|} \quad (4)$$

式 (3), (4) で用いられている $\text{sat}(l_i + l_{obj} - |r'_i|)$ は次のように設定されており, ビークルと物体が接触している場合とそうでない場合で値が異なる.

$$\text{sat}(l_i + l_{obj} - |r'_i|) = \begin{cases} l_i + l_{obj} - |r'_i| & (l_i + l_{obj} - |r'_i| > 0) \\ 0 & (l_i + l_{obj} - |r'_i| \leq 0) \end{cases} \quad (5)$$

Fig.3 に上記の反力の式で用いた変数, 定数を示す.

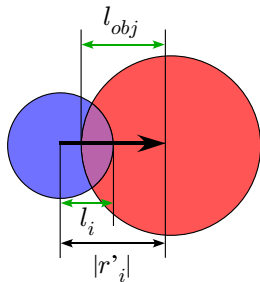


Fig. 3: Configuration of variable and constants for reactive force

ここでビークル, 物体に以下の仮定を設ける.

仮定 1 ビークル間のネットワークは完全グラフとし, 全ビークルは常に物体を認識しているとする.

仮定 2 ビークル, 物体の半径, 質量は同じとする.

さらに物体に関して以下の仮定を設ける.

仮定 3 物体は常に静止し, ビークル群からの力を受けても移動しないとする.

仮定 4 物体は全てのビークルから等距離に配置されるとする.

以上の仮定は基本的に定理の証明で必要となるものである. ただし, 仮定 3 については物体がビークル群から力を受けて移動すると把持を行うことが非常に困難となるため, それを防ぐために設けたものである.

2.1 制御目的

上述の仮定 1-4 の下で把持達成に必要なビークル群の制御目的を以下のように設定する.

[制御目的]

(1) 各ビークルは物体を中心として距離 ξ の位置に配置される.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \| r_i(t) - r_{obj}(t) \| = \xi \quad i = 1, 2, \dots, N (i \neq j)$$

(2) 隣り合うビークルの重心位置間の距離が全て等しくなる.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \| \phi_{i+1}(t) - \phi_i(t) \| = \frac{2\pi}{N}$$

(3) 各ビークルに加わる物体からの反力が一定値に収束する.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \| F_i - F_{id} \| = 0$$

ただし, $\| \cdot \|$ はユークリッドノルム, $\xi \in \mathbb{R}_+$ は把持する際の円の半径, $\phi_i = \angle(e_x, r_i - r_{obj}) \in [0, 2\pi)$ は物体の位置を中心とした i 番目のビークルの角度, F_{id} は i 番目のビークルに加わる反力の目標値とする. Fig.4 に把持を達成したときの様子を示す.

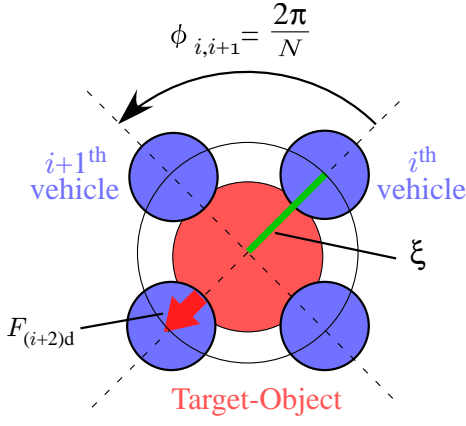


Fig. 4: Achieve grasping

3 提案制御則

提案制御則はビークルの位置、速度を制御する u'_i , ビークルに加わる反力を制御する u_{F_i} として以下のように選ぶものとする。

$$u_i = u'_i + u_{F_i} \quad (6)$$

以下、各制御則の説明をする。まずビークルの位置、速度を制御する u'_i を示す。

$$u'_i = \kappa_i \left[\sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \left\{ -k_1(\hat{r}_i - \hat{r}_j) - k_2(\dot{\hat{r}}_i - \dot{\hat{r}}_j) + m\ddot{\hat{r}}_j \right\} \right] \quad (7)$$

ここで

$$\kappa_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^{N+1} a_{ij}} \quad (8)$$

$$R_i = \xi \left[\cos\left(\frac{2\pi(i-1)}{N}\right) \sin\left(\frac{2\pi(i-1)}{N}\right) \right]^T \quad (9)$$

である。このとき式 (7) では対象物を $N+1$ 台目のビークルとして表現している。また $\hat{r}_i = r_i - R_i$, $\hat{r}_{obj} = r_{obj}$ としている。 R_i は物体を中心としたビークル i の目標ベクトルである。

次にビークルに加わる反力の値を目標値へと収束させる制御則 u_{F_i} について示す。

$$u_{F_i} = -k'_3 R_i \quad (10)$$

k'_3 の性質により、ビークルが物体に接触していないとき u_{F_i} の値は 0 になる。

ここで次の仮定を設ける。

仮定 5 ゲイン k_1, k_2, k'_3 はそれぞれ全てのビークルにおいて同じ値を用いるとする。

以上のモデル、制御則に対して次の定理 1 が成り立つ。

定理 1 $N \geq 1$ 台のビークル (1) と物体を考え、各ビークルに対して制御則 (6) を与える。さらに仮定 1-5 が満たされる場合を考える。このとき、ビークル群に対する制御ゲイン k_1, k_2 がそれぞれ式 (11), (12) を満たすならば、ビークル群は制御目的を達成し、同時に物体の把持を達成する。

$$k_1 > N \frac{(l_i + l_{obj} - |r'_i|)}{|r'_i|} k_3 \quad (11)$$

$$k_2 > Nd' \quad (12)$$

Proof: 証明はビークルが物体に接する場合と接していない場合の両方で行う。

1. 接していない場合 (反力 $F_i = 0$)

ビークルのモデル (1) に対して式 (7) を代入すると以下ようになる。

$$m\ddot{r}_i = \kappa_i \left[\sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \left\{ -k_1(\hat{r}_i - \hat{r}_j) - k_2(\dot{\hat{r}}_i - \dot{\hat{r}}_j) + m\ddot{\hat{r}}_j \right\} \right] \quad (13)$$

さらに展開すると以下を得る。

$$m \sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} (\ddot{\hat{r}}_i - \ddot{\hat{r}}_j) = \sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \left\{ -k_1(\hat{r}_i - \hat{r}_j) - k_2(\dot{\hat{r}}_i - \dot{\hat{r}}_j) \right\} \quad (14)$$

さらにこれを行列を用いてシステム全体で表現すると次のようになる。

$$\begin{aligned} & m \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \dots & -a_{1(N+1)} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \dots & -a_{2(N+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & -a_{N(2)} & \dots & \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \otimes I_2 \begin{bmatrix} \ddot{\hat{r}}_1 \\ \ddot{\hat{r}}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\hat{r}}_{N+1} \end{bmatrix} \\ & = -k_1 \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \dots & -a_{1(N+1)} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \dots & -a_{2(N+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & -a_{N(2)} & \dots & \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \otimes I_2 \begin{bmatrix} \hat{r}_1 \\ \hat{r}_2 \\ \vdots \\ \hat{r}_{N+1} \end{bmatrix} \\ & -k_2 \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \dots & -a_{1(N+1)} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \dots & -a_{2(N+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & -a_{N(2)} & \dots & \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \otimes I_2 \begin{bmatrix} \dot{\hat{r}}_1 \\ \dot{\hat{r}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{r}}_{N+1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

この式はグラフラプリアン \mathcal{L} を用いることで次のように書き換えられる。

$$m(\mathcal{L} \otimes I_2)\ddot{\hat{r}} = -k_1(\mathcal{L} \otimes I_2)\hat{r} - k_2(\mathcal{L} \otimes I_2)\dot{\hat{r}} \quad (15)$$

ここで $\hat{r}_{ei} = \hat{r}_i - \hat{r}_{N+1}$ とすることで上式を次のように書きかえることができる。

$$\begin{aligned} & m \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \dots & -a_{1N} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \dots & -a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & -a_{N2} & \dots & \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} \end{bmatrix} \otimes I_2 \begin{bmatrix} \ddot{\hat{r}}_{e1} \\ \ddot{\hat{r}}_{e2} \\ \vdots \\ \ddot{\hat{r}}_{eN} \end{bmatrix} \\ & = -k_1 \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \dots & -a_{1N} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \dots & -a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & -a_{N2} & \dots & \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} \end{bmatrix} \otimes I_2 \begin{bmatrix} \hat{r}_{e1} \\ \hat{r}_{e2} \\ \vdots \\ \hat{r}_{eN} \end{bmatrix} \\ & - k_2 \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \dots & -a_{1N} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \dots & -a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & -a_{N2} & \dots & \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} \end{bmatrix} \otimes I_2 \begin{bmatrix} \dot{\hat{r}}_{e1} \\ \dot{\hat{r}}_{e2} \\ \vdots \\ \dot{\hat{r}}_{eN} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

上式はベクトル $\hat{r}_e = [(\hat{r}_1 - \hat{r}_{N+1})^T \dots (\hat{r}_N - \hat{r}_{N+1})^T]^T \in \mathbb{R}^{2N}$ と新たな行列 $\mathcal{M} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ を用いることで以下のように表現できる。

$$m(\mathcal{M} \otimes I_2)\ddot{\hat{r}}_e = -k_1(\mathcal{M} \otimes I_2)\hat{r}_e - k_2(\mathcal{M} \otimes I_2)\dot{\hat{r}}_e \quad (16)$$

ここで \mathcal{M} が正定行列であることを示す。そのため任意の非零ベクトル $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N] \in \mathbb{R}^N$ を用いて $x^T \mathcal{M} x$ の計算を行う。

$$\begin{aligned} & x^T \mathcal{M} x = \\ & \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & -a_{12} & \dots & -a_{1N} \\ -a_{21} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \dots & -a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{N1} & \dots & -a_{N(N-1)} & \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \end{aligned}$$

上式は以下のように展開できる。

$$\begin{aligned} & = (a_{1N+1}x_1^2 + a_{2N+1}x_2^2 + \dots + a_{NN+1}x_N^2) \\ & + \sum_{j=1}^N a_{1j}x_1^2 + \sum_{j=1}^N a_{2j}x_2^2 + \dots + \sum_{j=1}^N a_{Nj}x_N^2 \\ & - a_{21}x_1x_2 - a_{31}x_1x_3 - \dots - a_{N1}x_1x_N \\ & - a_{12}x_1x_2 - a_{32}x_2x_3 - \dots - a_{N1}x_2x_N \\ & - \dots - a_{1N}x_1x_N - a_{2N}x_2x_N - a_{3N}x_3x_N - \dots \end{aligned}$$

グラフ構造は連結であるため $a_{ij} = a_{ji}$ となり、上式は以下のようにまとめることができる。

$$x^T \mathcal{M} x = \sum_{i=1}^N a_{iN+1}x_{N+1}^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i - x_j)^2 \quad (17)$$

ここで少なくとも一台のピークルが物体を認識していればいずれかのピークルで $a_{iN+1} = 1$ となるため

$$\sum_{i=1}^N a_{iN+1}x_{N+1}^2 > 0, \quad x_{N+1} \neq 0 \quad (18)$$

が成り立つ。さらに

$$\sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i - x_j)^2 \geq 0 \quad (19)$$

が成り立つのは明らかである。よって

$$x^T \mathcal{M} x = \sum_{i=1}^N a_{iN+1}x_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij}(x_i - x_j)^2 > 0 \quad (20)$$

が成り立つことが分かる。これより \mathcal{M} は正定であり、その正則性が保たれることが分かる。よって $(\mathcal{M} \otimes I_2)^{-1}$ が存在することが分かり、これを式 (16) の両辺に左側から掛けることで以下が成り立つ。

$$m\ddot{\hat{r}}_e = -k_1\hat{r}_e - k_2\dot{\hat{r}}_e \quad (21)$$

ここで k_1, k_2 はそれぞれ 0 より大きいので、 \hat{r}_e は 0 に収束し、 r は目標値へと収束する。

2. 接している場合（反力あり）

ピークルのモデル (1) に対して制御則 (6) を代入すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} m\ddot{r}_i & = \kappa_i \left[\sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \left\{ -k_1(\hat{r}_i - \hat{r}_j) - k_2(\dot{\hat{r}}_i - \dot{\hat{r}}_j) + m\ddot{r}_j \right\} \right] \\ & - k'_3 r'_i - k'_3 R_i - d' \dot{r}'_i \end{aligned} \quad (22)$$

さらにまとめると以下を得る。

$$\begin{aligned} m \sum_{j=1}^{N+1} a_{ij}(\ddot{r}_i - \ddot{r}_j) & = \sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \left\{ -k_1(\hat{r}_i - \hat{r}_j) \right. \\ & \left. - k_2(\dot{\hat{r}}_i - \dot{\hat{r}}_j) \right\} - \frac{k'_3}{\kappa_i}(r'_i + R_i) - \frac{d'}{\kappa_i} \dot{r}'_i \end{aligned} \quad (23)$$

式 (23) をグラフラプリアン \mathcal{L} を用いて表し、 $r'_i + R_i = -(\hat{r}_i - \hat{r}_{obj})$ と変換すると以下ようになる。

$$\begin{aligned} m(\mathcal{L} \otimes I_2)\ddot{\hat{r}} & = -k_1(\mathcal{L} \otimes I_2)\hat{r} - k_2(\mathcal{L} \otimes I_2)\dot{\hat{r}} \\ & - k'_3(\mathcal{A} \otimes I_2)\hat{r}'_e - d'(\mathcal{A} \otimes I_2)\dot{\hat{r}}'_e \end{aligned} \quad (24)$$

ここで

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{N+1} a_{1j} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sum_{j=1}^{N+1} a_{2j} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sum_{j=1}^{N+1} a_{N+1j} \end{bmatrix} \quad (25)$$

であり、 $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (N+1)}$ 、 $\hat{r}'_e = [(\hat{r}_{N+1} - \hat{r}_1)^T \dots (\hat{r}_{N+1} - \hat{r}_N)^T (\hat{r}_{N+1} - \hat{r}_{N+1})^T]^T \in \mathbb{R}^{2(N+1)}$ とする。

また、グラフラプリアン \mathcal{L} を \mathcal{M} に変換し、 $\hat{r}_e \in \mathbb{R}^{2N}$ を設ける。これより以下を得る。

$$m(\mathcal{M} \otimes I_2)\ddot{\hat{r}}_e = -k_1(\mathcal{M} \otimes I_2)\dot{\hat{r}}_e - k_2(\mathcal{M} \otimes I_2)\hat{r}_e - k'_3(\mathcal{A}' \otimes I_2)\dot{\hat{r}}'_e - d'(\mathcal{A}' \otimes I_2)\hat{r}'_e \quad (26)$$

このとき \mathcal{A}' は \mathcal{A} のサイズを小さくしたものであり、 $\mathcal{A}' \in \mathbb{R}^{N \times N}$ である。

さらに $(\mathcal{M} \otimes I_2)^{-1}$ を左から掛ける。

$$m\ddot{\hat{r}}_e = -k_1\dot{\hat{r}}_e - k_2\hat{r}_e - k'_3(\mathcal{M} \otimes I_2)^{-1}(\mathcal{A}' \otimes I_2)\dot{\hat{r}}'_e - d'(\mathcal{M} \otimes I_2)^{-1}(\mathcal{A}' \otimes I_2)\hat{r}'_e \quad (27)$$

ここで、簡単のため $(\mathcal{M} \otimes I_2)^{-1}(\mathcal{A}' \otimes I_2)$ を $\mathcal{M}^{-1}\mathcal{A}'$ と置く。両辺を m で割ると

$$\ddot{\hat{r}}_e = -\frac{k_1}{m}\dot{\hat{r}}_e - \frac{k_2}{m}\hat{r}_e + \frac{k'_3}{m}\mathcal{M}^{-1}\mathcal{A}'\dot{\hat{r}}_e + \frac{d'}{m}\mathcal{M}^{-1}\mathcal{A}'\hat{r}_e \quad (28)$$

ここで、 \hat{r}'_e を \hat{r}_e で置き換えている。このとき、式 (28) のリアプノフ関数を以下のように設定する。

$$V = \frac{1}{2} \left\{ \frac{k_1}{m} \hat{r}_e^T (\mathcal{M} \otimes I_2) \hat{r}_e + \hat{r}_e^T (\mathcal{M} \otimes I_2) \hat{r}_e - \frac{k'_3}{m} \hat{r}_e^T (\mathcal{A}' \otimes I_2) \hat{r}_e \right\} \quad (29)$$

リアプノフ関数の時間微分は以下になる。

$$\dot{V} = \frac{k_1}{m} \dot{\hat{r}}_e^T (\mathcal{M} \otimes I_2) \hat{r}_e + \hat{r}_e^T (\mathcal{M} \otimes I_2) \dot{\hat{r}}_e + \frac{k'_3}{m} \dot{\hat{r}}_e^T (\mathcal{A}' \otimes I_2) \hat{r}_e \quad (30)$$

$$= \frac{k_1}{m} \dot{\hat{r}}_e^T (\mathcal{M} \otimes I_2) \hat{r}_e + \hat{r}_e^T (\mathcal{M} \otimes I_2) \left\{ -\frac{k_1}{m} \hat{r}_e - \frac{k_2}{m} \hat{r}_e + \frac{k'_3}{m} \mathcal{M}^{-1} \mathcal{A}' \hat{r}_e + \frac{d'}{m} \mathcal{M}^{-1} \mathcal{A}' \hat{r}_e \right\} - \frac{k'_3}{m} \dot{\hat{r}}_e^T (\mathcal{A}' \otimes I_2) \hat{r}_e \quad (31)$$

$$= -\frac{1}{m} \left\{ k_2 \hat{r}_e^T (\mathcal{M} \otimes I_2) \hat{r}_e - d' \hat{r}_e^T (\mathcal{A}' \otimes I_2) \hat{r}_e \right\} \quad (32)$$

ここで、リアプノフ関数の正定性とその時間微分の負定性について考察する。リアプノフ関数の時間微分である式 (32) の第一項は

$$-k_2 \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{r}_{ei} - \hat{r}_{ej})^T (\hat{r}_{ei} - \hat{r}_{ej}) + \sum_{i=1}^N a_{iN+1} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei} \right\} \quad (33)$$

第二項は

$$d' \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei} \quad (34)$$

とまとめられる。よって

$$-k_2 \left\{ \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (\hat{r}_{ei} - \hat{r}_{ej})^T (\hat{r}_{ei} - \hat{r}_{ej}) + \sum_{i=1}^N a_{iN+1} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei} \right\} + d' \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei} < 0 \quad (35)$$

が成り立てばリアプノフ関数の時間微分は負定となる。ここで式 (35) の第二項と第三項の和が負定となれば、第一項は $\hat{r}_{ei} = \hat{r}_{ej}$ となるとき以外、負となるので、一台のビークルが物体を認識すれば $\dot{V} < 0$ となる。

よって

$$k_2 \sum_{i=1}^N a_{iN+1} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei} > d' \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei} \quad (36)$$

$$k_2 > \frac{d' \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei}}{\sum_{i=1}^N a_{iN+1} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei}} \quad (37)$$

となる。リアプノフ関数においても同様の比較から

$$k_1 > \frac{k'_3 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N+1} a_{ij} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei}}{\sum_{i=1}^N a_{iN+1} \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei}} \quad (38)$$

となる。

このとき、各ゲインの条件式 (37), (38) の分母は最終的に $\hat{r}_{ei} \rightarrow 0$ となるため、このままでは式が成り立たないが、グラフ構造が完全グラフであるときは約分でき、式 (37), (38) は次のように変形できる。

$$k_2 > \frac{N\{(N+1)-1\}d' \sum_{i=1}^N \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei}}{N \sum_{i=1}^N \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei}} \quad (39)$$

$$= Nd' \quad (40)$$

$$k_1 > \frac{N\{(N+1)-1\}k'_3 \sum_{i=1}^N \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei}}{N \sum_{i=1}^N \hat{r}_{ei}^T \hat{r}_{ei}} \quad (41)$$

$$= Nk'_3 \quad (42)$$

$$= N \frac{(l_i + l_{obj} - |r'_i|)}{|r'_i|} k_3 \quad (43)$$

以上より、 k_1, k_2 が条件式 (40), (43) を満たす時、リアプノフ関数が正定、その時間微分が負定となるため、 \hat{r}_e は 0 に収束し、 r は目標値に収束する。このとき、ビークル群は把持を達成する。

4 シミュレーション検証

シミュレーションとしてビークル4台を用いた物体協調把持を行った。ステップサイズは0.01[s]としている。シミュレーションに用いたパラメータは表1のようになっている。

Table 1: Simulation parameters

バネ係数 k_3 [kg/m]	1
ダンパー係数 d [kg · s/m]	1
質量 m [kg]	2
ビークル半径 l_i [m]	1
物体半径 l_{obj} [m]	4
把持半径 $ R_i $ [m]	4.8

k_1, k_2 が満たすべき条件としては $k_1 > \frac{(l_i + l_{obj} - |R_i|)}{\kappa |R_i|} k_3 = 0.166\dots, k_2 > d/\kappa = 4$ となることが考えられる。制御ゲインのパラメータはこれを踏まえ、(1) $k_1 = 0.167, k_2 = 4.1$, (2) $k_1 = 0.165, k_2 = 3.9$ の二つを用い、条件を満たす場合と満たさない場合の結果を比較している。

シミュレーション結果を Fig.5 ~ Fig.12 に示す。それぞれ、ビークルの軌跡、目標位置との位置誤差、 k_1, k_2 が満たすべき条件と実際の値を示した図となっている。Fig.7-8, 11-12 では赤の線が条件を表し、緑の線が実際の k_1, k_2 の値となっている。

(1) $k_1 = 0.167, k_2 = 4.1$ とした場合

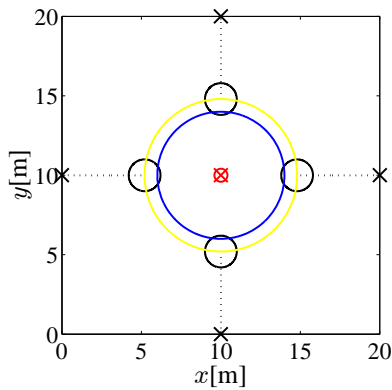


Fig. 5: Trajectory

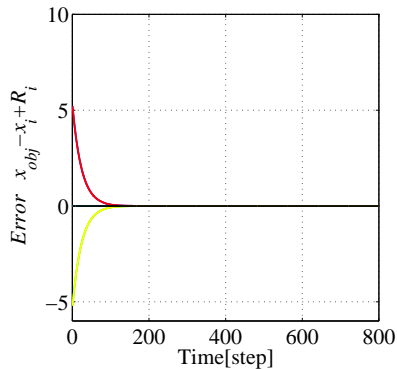


Fig. 6: Position error

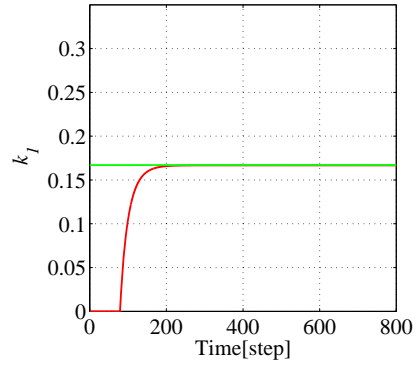


Fig. 7: Condition for k_1

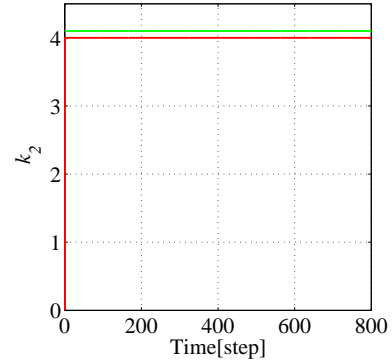


Fig. 8: Condition for k_2

(2) $k_1 = 0.165, k_2 = 3.9$ とした場合

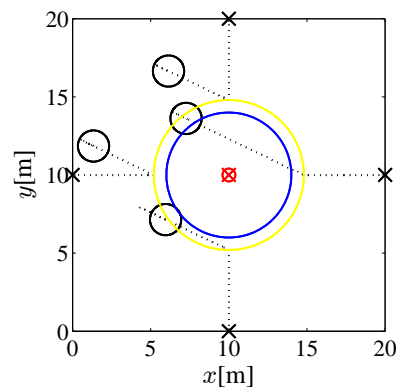


Fig. 9: Trajectory

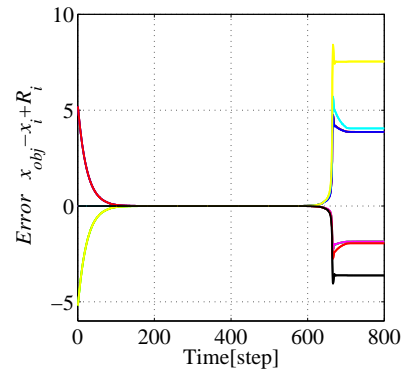


Fig. 10: Position error

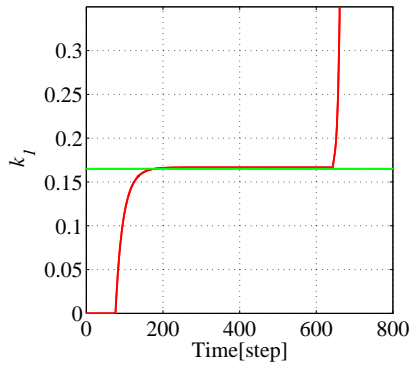


Fig. 11: Condition for k_1

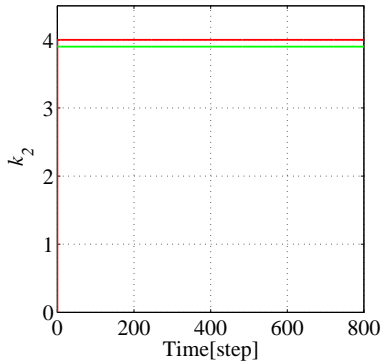


Fig. 12: Condition for k_2

以上の結果から、制御ゲインが条件を満たす場合のみ把持が達成されることが分かる。

5 おわりに

本論文ではマルチビークルシステムを用いた物体協調把持と収束条件について述べた。ビークルには二次系のモデルを用いて反力の影響を考慮し、目標の把持力による把持を達成する制御則を示し、必要となる制御ゲインの条件について導出した。最後にシミュレーションによる検証によってその有効性を示した。

参考文献

- 1) J. Fink, M. Ani Hsieh, and V. Kumar "Multi-Robot Manipulation via caging in Environments with Obstacles," *Proc. of IEEE ICRA*, 1471/1476, (2008)
- 2) 櫻井慶一, 津村幸治, 金泰亨, "マルチエージェントシステムにおける協調捕獲可能条件" 計測自動制御学会第8回制御部門大会資料, (2008)
- 3) Z. Wang, H. Matsumoto, Y. Hirata and K. Kotsuge "A Path Planning Method for Dynamic Object Closure by Using Random Caging Formation Testing" *Proc. of IEEE/RSJ IROS* 5923/5929, (2009)
- 4) T. Kim, S. Hara and Y. Hori "Cooperative control of multi-agent dynamical systems in target-enclosing operations using cyclic pursuit strat-

egy" *International Journal of Control* **83**-10, 2040/2052, (2010)

- 5) J. Guo, G. Yan and Z. Lin, "Cooperative Control Synthesis for Moving-Target-Enclosing with Changing Topologies" *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation Anchorage Convention District*, 1468/1473, (2010)
- 6) 川上裕樹, 滑川徹, "ビークル群によるネットワークの変化に依存しない協調取り囲み行動," 計測自動制御学会論文集 **45**-12, 688/695, (2009)
- 7) 小林祐一, 大坪恭士, 細江繁幸, "群ロボットによる協調捕獲行動の自律分散制御" 計測自動制御学会論文集 **43**-8, 663/671, (2007)