

3次元空間における 衝突回避を考慮した非ホロノミックエージェントの姿勢合意

Flocking of Nonholonomic Agents Considering Collision Avoidance in the Three dimensional Space

川上 裕樹 (金沢大), 正 滑川 徹 (金沢大)

Hiroki KAWAKAMI, Kanazawa University, Kakuma-machi, Kanazawa, Ishikawa 920-1192

Toru NAMERIKAWA, Kanazawa University, Kakuma-machi, Kanazawa, Ishikawa 920-1192

Abstract: In this paper, we discuss the problem of flocking of kinematic nonholonomic agents in the three dimensional space. The proposed control laws ensure that all agents headings converge asymptotically to the reference and collisions between the all agents are avoided. The asymptotical convergence can be shown by using the algebraic graph theory and LaSalle's invariant principle. Experimental results show the effectiveness of our proposed method and efficacy of the collision avoidance for the multiple two wheeled vehicles.

Key Words: Nonholonomic Agents, Collision Avoidance, Flocking, Three Dimensional Space, Algebraic Graph Theory

1. はじめに

近年, 無人航空機, 自動車の高速道路システム, センサネットワークなどに応用が期待できるとして, マルチエージェントシステムの分散・協調制御に関する研究が盛んに行われている⁽¹⁾. 複数の自律的に行動するエージェントから構成されるマルチエージェントシステムは, エージェントが故障したときの他エージェントとの代替・作業保証や, 複数のエージェントでフォーメーションを形成することによる作業の効率化, 管理者の負担軽減, 耐故障性などの利点があることが知られている. 現在, マルチエージェントシステムに対する分散・協調制御の中でも, 特に合意問題, Flocking 問題に関する制御理論によるアプローチが盛んに研究されている. ここで合意とは, 全てのエージェントのある状態が一致することをいい⁽²⁾, また, Flocking とは, 全てのエージェントの速度が合意し, エージェント間の相対距離が変化しなくなることをいう. 文献⁽³⁾では, マルチエージェントシステムによる Flocking 制御則が提案されている. 文献^(2,3)では, 各エージェントの物理的拘束を考慮していなかったが, 文献⁽⁴⁾では, 非ホロノミック拘束を有するエージェントによる 3次元空間内の Flocking 制御則が提案されている.

一方, 複数のエージェントが存在するマルチエージェントシステムでは, 安全性の面からエージェント同士の衝突回避を考慮することが重要と考えられる. そこで文献⁽⁵⁾では, エージェント同士の衝突回避を考慮した Flocking 制御則が提案されており, エージェント間の相対距離によって定義される人工ポテンシャルによるエージェント同士の衝突回避が考慮されているが, 具体的な制御系設計がなされておらず, 実験による衝突回避の検証も行われていない. また, 制御則に目標値が含まれていないことから, 指定した方向へに走行させることができず, 実システムへの適用が困難であると考えられる. 同様に文献⁽⁶⁾では, 仮想構造を用いたエージェント同士の衝突回避を考慮したフォーメーション制御則が提案されているが, 2次元平面のみで議論されている.

本稿では, 文献^(4,5)で提案されている制御則を拡張し, 3次元空間において隣接するエージェント同士が衝突を回避しながら姿勢角を目標値に合意させる制御則を提案する. 姿勢角が目標値と漸近的に合意することは, グラフ理論, LaSalle の不変性原理⁽⁷⁾などを基に証明する. そして, エージェントとして独立駆動型二輪車両を用いたマルチビークルシステムによる実験検証を行う.

2. グラフ理論

グラフとは, いくつかの点とそれらの間につながる線分(辺)によって表される図形のことであり⁽⁸⁾. 点をエージェント, 辺をネットワークと考えることによって, エージェント間の情報結合構造をグラフで表現することが出来る. グラフは, 辺が向きを持たない無向グラフ (Fig. 1) と辺が向きを持つ有向グラフ (Fig. 2) に大別することができる. 本稿では, 無向グラフを扱い, 以下では特に明示しない限りグラフとは無向グラフを指すこととする.

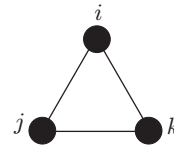


Fig. 1 Undirected graph

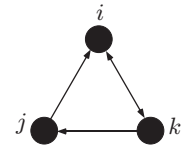


Fig. 2 Directed graph

点の集合を $\mathcal{V} = \{1, 2, 3, \dots, N\}$, 点同士をつなぐ辺の集合を $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ とすると, グラフ \mathcal{G} は $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ と表すことができる. 任意の 2 点 i, j が, $i, j \in \mathcal{V}$ かつ $(i, j) \in \mathcal{E}$ の場合, 点 i に対して点 j は隣接しているといい, $i \sim j$ と表現する. ここで, 点 i に対して隣接している点の集合を近傍集合 \mathcal{N}_i とし, 以下のように定義する.

$$\mathcal{N}_i \doteq \{j | i \sim j\} \subseteq \{1, \dots, N\} \setminus \{i\} \quad (1)$$

ここで, グラフ \mathcal{G} の任意の 2 つの点に対して 2 点を結ぶ経路が存在するとき, グラフ \mathcal{G} は連結しているという. 一方, グラフ \mathcal{G} 内の全ての点が隣接しているとき, このグラフを完全グラフ \mathcal{K}_N と呼ぶ. 上述のグラフを表現する手段として, グラフを行列で扱う方法がある. 隣接行列 $A(\mathcal{G}) = [a_{ij}]$ は $i \sim j$ の辺の本数 (次数) を ij 要素を持つ行列である. 次数行列 $D(\mathcal{G}) = \text{diag}[d_1, \dots, d_n]$ は点 i の次数を要素に持ち, 隣接行列の要素を用いると $d_i = \sum_{j \neq i} a_{ij}$ と表現され, 対角要素以外は $d_{ij} = 0$ となる行列である. 接続行列 $B(\mathcal{G}) = [b_{ij}]$ は点 i が辺 j に接続している場合, $b_{ij} = 1$ を要素として持つ行列である. 点 i と辺 j が接続していない場合 $b_{ij} = 0$ となる行列である.

ここで、次の行列 L を定義する。

$$L(\mathcal{G}) \doteq D(\mathcal{G}) - A(\mathcal{G}) \in \mathcal{R}^{N \times N} \quad (2)$$

上式は、グラフ \mathcal{G} のグラフラプラシアンと呼ばれる。グラフラプラシアンには以下の特性があることが知られている⁽⁸⁾。

特性 1. N 個の点から構成されるグラフ \mathcal{G} のグラフラプラシアン L は非零ベクトル x を用いると、

$$x^T L(\mathcal{G}) x = \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}(\mathcal{G})} (x_i - x_j)^2 \geq 0 \quad (3)$$

と表すことができ、上記の SOS (sum-of-squares) 特性を持つため、準正定行列となる。

特性 2. N 個の点から構成されるグラフ \mathcal{G} のグラフラプラシアン L は、隣接行列 A の要素が $a_{ij} = a_{ji}$ となるため、

$$L(\mathcal{G}) = L(\mathcal{G})^T \quad (4)$$

となり、対称行列となる。

特性 3. N 個の点から構成されるグラフ \mathcal{G} のグラフラプラシアン $L(\mathcal{G})$ は、

$$L(\mathcal{G}) \mathbf{1} = 0 \quad (5)$$

を満たす。ここで、 $\mathbf{1} = (1 \ 1 \ \dots \ 1)^T$ を表す。

特性 4. N 個の点から構成される完全グラフ \mathcal{K}_N のグラフラプラシアン $L_{\mathcal{K}}$ は、

$$L_{\mathcal{K}} = L(\mathcal{G}) + L(\bar{\mathcal{G}}) = NI_N - J_N \quad (6)$$

と表現することができる。ただし、単位行列 $I_N \in \mathcal{R}^{N \times N}$, $J_N = 11^T \in \mathcal{R}^{N \times N}$ である。 $\bar{\mathcal{G}}$ とは、グラフ \mathcal{G} と同じ点集合を持ち、 \mathcal{G} において i と j が隣接している場合には、 $\bar{\mathcal{G}}$ ではそれらの点は隣接していないグラフ (補グラフ) のことである。

3. マルチエージェントシステム

3-1. 2次元平面におけるマルチエージェントシステム 2次元平面内を移動する非ホロノミック拘束を有するエージェントを、以下のキネマティクスで表現する。

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{\theta}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_i \cos \theta_i \\ v_i \sin \theta_i \\ \omega_i \end{pmatrix} \quad (7)$$

ただし、 $i = 1, 2, \dots, N$, $(x_i, y_i)^T$ はエージェント i の位置ベクトル、 θ_i は姿勢角、 $\dot{\theta}_i = \omega_i$ は重心位置周りの回転角速度、 v_i は並進速度とする。二輪車両などで代表される非ホロノミック拘束を有するエージェントは進行方向と直交した方向に、

$$\dot{x}_i \sin \theta_i - \dot{y}_i \cos \theta_i = 0 \quad (8)$$

となるような速度拘束を持つことが知られている⁽⁶⁾。上記の非ホロノミック拘束を有するエージェントを N 台まとめてマルチエージェントシステムとして表現すると、

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cos \theta \\ v \sin \theta \\ \omega \end{pmatrix} \quad (9)$$

と表現することができる。ただし、 $x \doteq (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_N)^T$, $y \doteq (y_1 \ y_2 \ \dots \ y_N)^T$, $\theta \doteq (\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_N)^T$ とする。

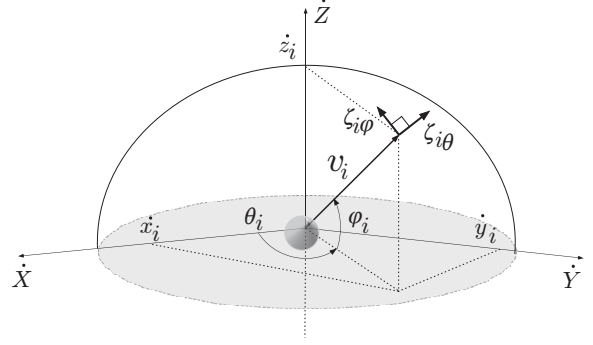


Fig. 3 Detection of variables in the three dimensional space

3-2. 3次元空間におけるマルチエージェントシステム 2次元平面における非ホロノミックエージェントを基に、3次元空間に非ホロノミックエージェントが N 台存在している状況を考える。ここで、 $r_i = (x_i, y_i, z_i)^T \in \mathcal{R}^3$ はエージェント i の重心位置、 $r_{ij} \doteq r_i - r_j$ はエージェント i とエージェント j の相対位置、 θ_i は xy 平面上的姿勢角 (headings)、 ϕ_i は垂直方向の姿勢角 (attitudes)、 $\dot{\theta}_i = \omega_i$, $\dot{\phi}_i = \psi_i$ はそれぞれの重心位置周りの角速度、 v_i は並進速度とする。

エージェント i の2つの角度 θ_i , ϕ_i は以下のように定義される。

$$\theta_i = \arctan(\dot{y}_i, \dot{x}_i), \quad 0 \leq \theta_i \leq 2\pi \quad (10)$$

$$\phi_i = \arctan\left(\dot{z}_i, \sqrt{\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2}\right), \quad -\frac{\pi}{2} < \phi_i < \frac{\pi}{2} \quad (11)$$

ここで、エージェント i の並進速度ベクトル v_i は以下のように表すことができる。

$$v_i = \begin{pmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_i \cos \theta_i \cos \phi_i \\ v_i \sin \theta_i \cos \phi_i \\ v_i \sin \phi_i \end{pmatrix} \quad (12)$$

v_i の導関数 \dot{v}_i は、

$$\dot{v}_i = \zeta_{i\theta} \Delta_{i\theta} + \zeta_{i\phi} \Delta_{i\phi} \quad (13)$$

と表現することができる。ここで、 $\Delta_{i\theta}$, $\Delta_{i\phi}$ は、

$$\Delta_{i\theta} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_i \\ \cos \theta_i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Delta_{i\phi} = \begin{pmatrix} -\cos \theta_i \sin \phi_i \\ -\sin \theta_i \sin \phi_i \\ \cos \phi_i \end{pmatrix} \quad (14)$$

となり、それぞれが v_i に直交するノルム1のベクトルとなる。

また、 $\zeta_{i\theta}$, $\zeta_{i\phi}$ はエージェント i に対する制御入力であり、

$$\zeta_{i\theta} = v_i \dot{\theta}_i \cos \phi_i, \quad \zeta_{i\phi} = v_i \dot{\phi}_i \quad (15)$$

となる。 N 台のエージェントから構成されるマルチエージェントシステムとすると、

$$\begin{aligned} \dot{v} &= \zeta_\theta \Delta_\theta + \zeta_\phi \Delta_\phi \\ &= v \dot{\theta} \cos \phi \Delta_\theta + v \dot{\phi} \Delta_\phi \end{aligned} \quad (16)$$

と表現することができる。ただし、 $v \doteq (v_1 \ v_2 \ \dots \ v_N)^T$, $\phi \doteq (\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_N)^T$, $\Delta_l \doteq (\Delta_{l1}^T \ \Delta_{l2}^T \ \dots \ \Delta_{lN}^T)^T$, $\zeta_l \doteq (\zeta_{l1} \ \zeta_{l2} \ \dots \ \zeta_{lN})^T$, $l = \theta, \phi$ とする。

ここで、エージェント間の情報結合構造に対して以下の仮定をおく。

仮定 1. エージェント間の情報結合構造は、固定無向グラフで表現される。

4. 問題設定

4-1. 衝突範囲 エージェントの重心を中心としたエージェントを包含する最小半径の球を考え、その半径を D とする。この球内を衝突範囲とし、この球内に他のエージェントの衝突範囲が侵入した場合を衝突と定義する。そのため、エージェント間の相対距離 $\|r_{ij}\| \leq 2D$ となった場合が衝突となる。

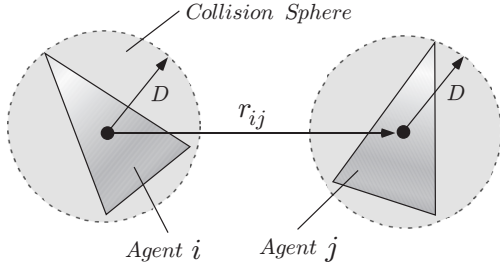


Fig. 4 Collision sphere

4-2. 制御目的・制御指標 1. 制御目的, 2. 制御指標をそれぞれ以下のように設定する。

1. 全てのエージェントの姿勢角が目標姿勢と等しくなる。

$$\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_N = \theta_r \quad \text{as } t \rightarrow \infty \quad (17)$$

$$\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N = \phi_r \quad \text{as } t \rightarrow \infty \quad (18)$$

2. ピークル間の相対距離 $\|r_{ij}\|$ が以下を満たす。

$$\|r_{ij}(t)\| > 2D \quad \forall t \quad (19)$$

5. 提案制御則

5-1. 人工ポテンシャルの設定 本節では、文献⁽⁹⁾で用いられている人工ポテンシャル法による衝突回避を用いる。人工ポテンシャル法とは、ロボットの相対位置などの情報を基に人工的なポテンシャル場を形成し、ポテンシャルに応じた仮想的な力をロボットに対して与えることによってロボットを動作させる手法である。

隣接するエージェント間の相対距離が小さくなり、衝突の危険性がある場合にエージェント間に斥力が働くようなポテンシャルを形成することにより、隣接するエージェント同士の衝突を回避させることができる。人工ポテンシャル $U_i = U_i(\|r_{ij}\|)$ を以下のように設定する。

$$U_i(\|r_{ij}\|) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} U_{ij}(\|r_{ij}\|) = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left(\log \|r_{ij}\| + \frac{d}{\|r_{ij}\|} \right) \quad (20)$$

ただし、 d は人工ポテンシャル U_{ij} が最小となる時の相対距離 $\|r_{ij}\|$ である。上記の人工ポテンシャルは Fig. 5 のように表現することができる。

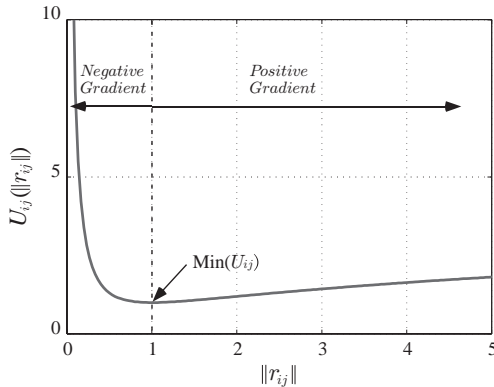


Fig. 5 Artificial potential ($d = 1$)

人工ポテンシャル U_{ij} は以下の特徴をもつ。

- $\|r_{ij}\| = d$ で唯一最小値を持つ
- $\|r_{ij}\| \rightarrow 0$ の場合、 $U_{ij} \rightarrow \infty$ となる

また、人工ポテンシャル U_i の傾き $\nabla_{r_i} U_i$ は

$$\nabla_{r_i} U_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \nabla_{r_i} U_{ij} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \left(\frac{1}{\|r_{ij}\|} - \frac{d}{\|r_{ij}\|^2} \right) \frac{r_{ij}}{\|r_{ij}\|} \quad (21)$$

となる。人工ポテンシャルは $\|r_{ij}\|$ が d 以下では負の傾き、 d では零、 $\|r_{ij}\|$ が d 以上では正の傾きを持つポテンシャルであることがわかる。従って、ポテンシャルの傾きに比例した仮想的な力をエージェントに与えることにより、 d 以下では斥力、 d では零、 d 以上では引力が加わる。

5-2. 衝突回避を考慮した制御則 エージェント i に対して以下の制御則を考える。

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_i &= \dot{\theta}_r - K_r(\theta_i - \theta_r) - \frac{K_c}{N} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\theta_i - \theta_j) \\ &\quad - K_u \langle \nabla_{r_i} U_i, \Delta_{i\theta} \rangle \left| \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\theta_i - \theta_j) \right| \quad (22) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_i &= \dot{\phi}_r - K_r(\phi_i - \phi_r) - \frac{K_c}{N} \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_i - \phi_j) \\ &\quad - K_u \langle \nabla_{r_i} U_i, \Delta_{i\phi} \rangle \left| \sum_{j \in \mathcal{N}_i} (\phi_i - \phi_j) \right| \quad (23) \end{aligned}$$

ここで、 $K_r, K_c, K_u > 0$ は設計パラメータ、 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ は内積、 θ_r, ϕ_r はそれぞれ目標姿勢角を表す。

6. 安定性解析

(13) で表現されるマルチエージェントシステムに対して以下の定理が成り立つ。

定理 1: (13) のキネマティクスで表される N 個のエージェントから構成されるマルチエージェントシステム (16) に対して制御則 (22)(23) を適用する。ただし、仮定 1 を満たし、 K_r, K_c, K_u に対して (24) が成り立つとする。

$$\frac{K_r \lambda_{\min}(L_K) + K_c \lambda_{\min}(L)}{K_u N \|L\|} > f_{\max} \quad (24)$$

このとき、全てのエージェントの姿勢角は目標姿勢角 θ_r, ϕ_r と等しくなり、姿勢角の合意が漸近的に達成される。ただし、人工ポテンシャルによる最大仮想的力 $f_{\max} = \max_i |\nabla_{r_i} U_i(\|r_{ij}\|)|$ 、エージェント間の情報結合構造を表現したグラフ \mathcal{G} のグラフラプラシアン L の非零最小固有値を $\lambda_{\min}(L)$ 、完全グラフ \mathcal{K}_N のグラフラプラシアン L_K の非零最小固有値を $\lambda_{\min}(L_K)$ とする。

Proof.

(22)(23) の制御則を N 個のエージェントに対して表現すると、以下が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \dot{\theta}_r \mathbf{1} - K_r(\theta - \theta_r \mathbf{1}) - \frac{K_c}{N} L(\theta - \theta_r \mathbf{1}) \\ &\quad - K_u \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\theta |L(\theta - \theta_r \mathbf{1})| \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \dot{\phi}_r \mathbf{1} - K_r(\phi - \phi_r \mathbf{1}) - \frac{K_c}{N} L(\phi - \phi_r \mathbf{1}) \\ &\quad - K_u \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\phi |L(\phi - \phi_r \mathbf{1})| \quad (26) \end{aligned}$$

とできる. ただし, $\oplus \sum_i a_i$ は a_i を対角要素に持つ行列, $(\cdot)_\theta, (\cdot)_\phi$ は各方向成分, $\mathbf{1} = (1 \ 1 \ \dots \ 1)^T$ を表す.

ここで, 以下の変数 θ_e, ϕ_e を定義する.

$$\theta_e = \theta - \theta_r \mathbf{1}, \quad \dot{\theta}_e = \dot{\theta} - \dot{\theta}_r \mathbf{1} \quad (27)$$

$$\phi_e = \phi - \phi_r \mathbf{1}, \quad \dot{\phi}_e = \dot{\phi} - \dot{\phi}_r \mathbf{1} \quad (28)$$

(27)(28) の変数を用いて制御則を表現すると,

$$\dot{\theta}_e = -K_r \theta_e - \frac{K_c}{N} L \theta_e - K_u \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\theta |L \theta_e| \quad (29)$$

$$\dot{\phi}_e = -K_r \phi_e - \frac{K_c}{N} L \phi_e - K_u \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\phi |L \phi_e| \quad (30)$$

姿勢合意を示すために, 以下の準正定なスカラ関数 $V(\theta_e, \phi_e)$ を定義する.

$$\begin{aligned} V(\theta_e, \phi_e) &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \theta_e^T & \phi_e^T \end{pmatrix} I_2 \otimes L_K \begin{pmatrix} \theta_e \\ \phi_e \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \theta_e^T L_K \theta_e + \frac{1}{2} \phi_e^T L_K \phi_e \end{aligned} \quad (31)$$

ただし, L_K は完全グラフ K_N のグラフラプラシアン, \otimes はクロネッカ積を表す. V をシステムの解軌道に沿って時間微分する.

$$\begin{aligned} \dot{V}(\theta_e, \phi_e) &= \theta_e^T L_K \dot{\theta}_e + \phi_e^T L_K \dot{\phi}_e \\ &= -K_r \theta_e^T L_K \theta_e - \frac{K_c}{N} \theta_e^T L_K L \theta_e \\ &\quad - K_u \theta_e^T L_K \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\theta |L \theta_e| \\ &\quad - K_r \phi_e^T L_K \phi_e - \frac{K_c}{N} \phi_e^T L_K L \phi_e \\ &\quad - K_u \phi_e^T L_K \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\phi |L \phi_e| \end{aligned}$$

グラフの特性 4. より, L_K は $NI_N - J_N$ と表すことができ,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\theta_e, \phi_e) &= -K_r \theta_e^T L_K \theta_e - \frac{K_c}{N} \theta_e^T (NI_N - J_N) L \theta_e \\ &\quad - K_u \theta_e^T L_K \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_{ij})_\theta |L \theta_e| \\ &\quad - K_r \phi_e^T L_K \phi_e - \frac{K_c}{N} \phi_e^T (NI_N - J_N) L \phi_e \\ &\quad - K_u \phi_e^T L_K \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\phi |L \phi_e| \end{aligned}$$

グラフの特性 2., 3. より, $L(\mathcal{G}) \mathbf{1} = 0$ となるため,

$$\begin{aligned} \dot{V}(\theta_e, \phi_e) &= -K_r \theta_e^T L_K \theta_e - \frac{K_c}{N} \theta_e^T N L \theta_e \\ &\quad - K_u \theta_e^T L_K \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\theta |L \theta_e| \\ &\quad - K_r \theta_e^T L_K \phi_e - \frac{K_c}{N} \phi_e^T N L \phi_e \\ &\quad - K_u \phi_e^T L_K \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\phi |L \phi_e| \end{aligned}$$

ここで, $\lambda_{\min}(L), \lambda_{\min}(L_K)$ を用いて表すと

$$\begin{aligned} \dot{V}(\theta_e, \phi_e) &\leq -K_r \lambda_{\min}(L_K) \|\theta_e\|^2 - \frac{K_c}{N} N \lambda_{\min}(L) \|\theta_e\|^2 \\ &\quad + \left\| K_u \theta_e^T L_K \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\theta |L \theta_e| \right\| \\ &\quad - K_r \lambda_{\min}(L_K) \|\phi_e\|^2 - \frac{K_c}{N} N \lambda_{\min}(L) \|\phi_e\|^2 \\ &\quad + \left\| K_u \phi_e^T L_K \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\phi |L \phi_e| \right\| \\ &\leq -K_r \lambda_{\min}(L_K) \|\theta_e\|^2 - K_c \lambda_{\min}(L) \|\theta_e\|^2 \\ &\quad + K_u \|\theta_e^T\| \|L_K\| \left\| \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_i)_\theta \right\| \|L \theta_e\| \\ &\quad - K_r \lambda_{\min}(L_K) \|\phi_e\|^2 - K_c \lambda_{\min}(L) \|\phi_e\|^2 \\ &\quad + K_u \|\phi_e^T\| \|L_K\| \left\| \oplus \sum_{i=1}^N (\nabla_{r_i} U_{ij})_\phi \right\| \|L \phi_e\| \end{aligned}$$

さらに, 人工ポテンシャルによる最大仮想力 f_{\max} を用いて表現すると

$$\begin{aligned} &\leq -K_r \lambda_{\min}(L_K) \|\theta_e\|^2 - K_c \lambda_{\min}(L) \|\theta_e\|^2 \\ &\quad + K_u \|\theta_e^T\| N f_{\max} \|L\| \|\theta_e\| \\ &\quad - K_r \lambda_{\min}(L_K) \|\phi_e\|^2 - K_c \lambda_{\min}(L) \|\phi_e\|^2 \\ &\quad + K_u \|\phi_e^T\| N f_{\max} \|L\| \|\phi_e\| \\ &= \{-K_r \lambda_{\min}(L_K) - K_c \lambda_{\min}(L) + K_u N f_{\max} \|L\|\} \\ &\quad \times \{\|\theta_e\|^2 + \|\phi_e\|^2\} \end{aligned}$$

となる. 特性 1. より, グラフラプラシアンの非零固有値は正であるため,

$$\frac{K_r \lambda_{\min}(L_K) + K_c \lambda_{\min}(L)}{K_u N \|L\|} > f_{\max} \quad (32)$$

を満たすことができれば, 準負定 ($\dot{V} \leq 0$) を満たす. また, $\dot{V} = 0$ を満たすのは, $\|\theta_e\| = 0$ かつ $\|\phi_e\| = 0$ の場合のみである. よって, θ_e, ϕ_e は LaSalle の不変性原理より $\|\theta_e\| = 0$ かつ $\|\phi_e\| = 0$ に収束することがわかる. よって,

$$\theta_{e1} = \theta_{e2} = \dots = \theta_{eN} = 0 \quad \text{as } t \rightarrow \infty \quad (33)$$

$$\phi_{e1} = \phi_{e2} = \dots = \phi_{eN} = 0 \quad \text{as } t \rightarrow \infty \quad (34)$$

となる. $\theta_i = \theta_{ei} - \theta_r, \phi_i = \phi_{ei} - \phi_r$ であるため,

$$\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_N = \theta_r \quad \text{as } t \rightarrow \infty \quad (35)$$

$$\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_N = \phi_r \quad \text{as } t \rightarrow \infty \quad (36)$$

が成り立つ. \square

従って, 全てのエージェントの姿勢角が目標姿勢角に漸近的に合意し, 1. 制御目的を達成する.

7. シミュレーションによる検証

2 台のエージェントによるシミュレーションにより, 制御則の有効性を検証する. ここで, 定理 1 を満たす設計パラメータを Table 1 のように設定する. また, エージェント間の情報結合構造は, Fig. 6 のグラフで表現され, $D = 0.08$ [m] とする. シミュレーション結果を Figs. 7-10 に示す. Fig. 7 は, エージェントの軌跡を示し, 図中の \triangle は初期姿勢を表している. 衝突することな

く、3次元空間内で同方向に進行していることが確認できる。また、Figs. 8, 9により、姿勢を目標姿勢に合意することができていることがわかる。一方、Fig. 10は、エージェント間の最小相対距離を示しており、衝突回避を加えた場合、各エージェント間の距離が衝突範囲 $2D$ 以下になっていないことがわかる。これらのことから、1. 制御目的、2. 制御指標が達成されていることが確認出来る。

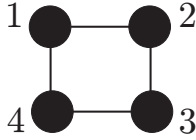


Fig. 6 Information exchange structure

Table 1 Control parameters for simulations

d	0.25 [m]
θ_r	0 [rad]
ϕ_r	0 [rad]
v	0.07 [m/s]
D	0.1 [m]
K_r	1.4
K_c	3.6
K_u	0.25

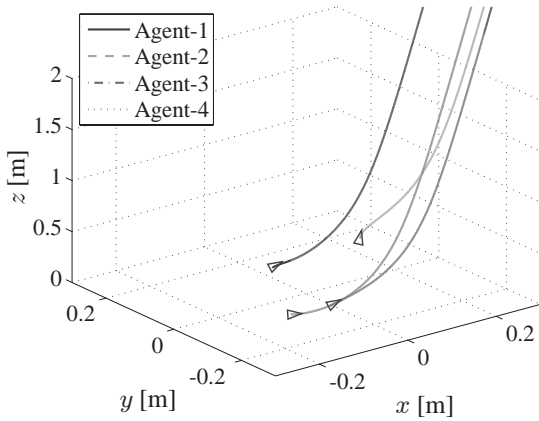


Fig. 7 Trajectories

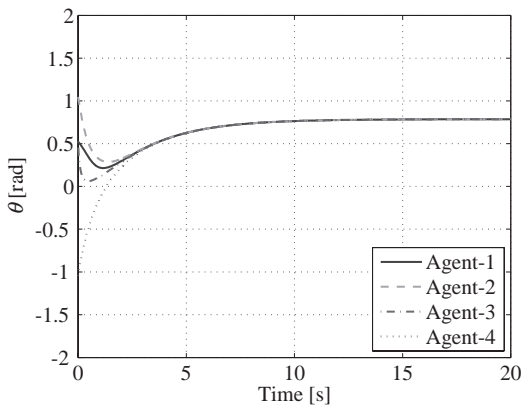


Fig. 8 Headings θ_i

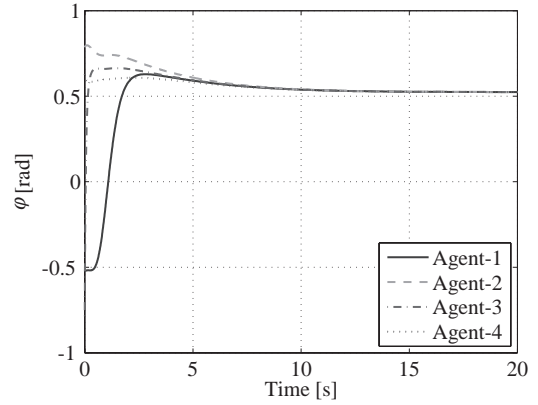


Fig. 9 Attitudes ϕ_i

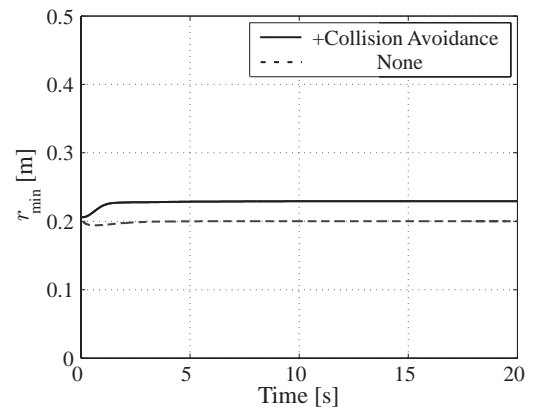


Fig. 10 Minimum distances

8. 制御実験による検証

2台のエージェントを用いた制御実験により、制御則の有効性を検証する。制御実験に使用した実験環境を Fig. 11 に示す。エージェントとして独立駆動型二輪車両のビークルを使用し、2次元平面を考える。制御実験は、MATLAB/Simulink で設計した制御則を DSP(dSPACE 製 DS1104) に実装することによって行う。NTSC カメラをビークルの走行するフィールド上部に設置する。カメラ画像は画像入力ボード (Micro Vision 製 MV-10) を介して制御 PC 内に取り込まれる。取り込まれた画像は、画像処理ソフトウェアによって、計算される。この時の DSP のサンプリング時間は画像処理の演算時間を考慮し、0.2 [s] と設定する。

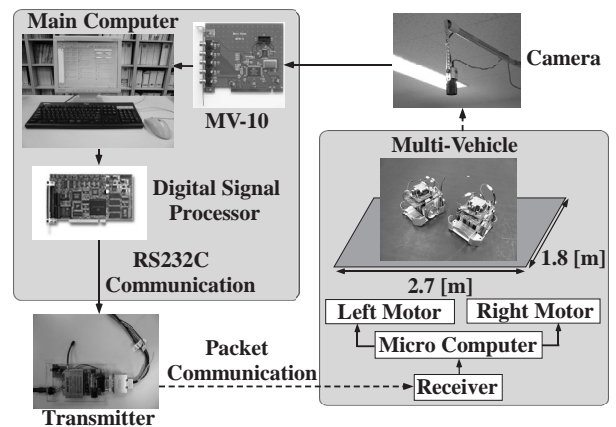


Fig. 11 Experimental setup

ここで、定理 1 を満たす設計パラメータを Table 2 のように設定する。2次元平面を考えているため、 $\phi_i = 0$ としている。また、エージェント間の情報結合構造は、Fig. 12 のグラフで表現されるとし、 $D = 0.1$ [m] とする。実験結果を Figs. 13-15 に示す。Fig. 13 は、エージェントの軌跡を示している。図中の Δ は初期姿勢を表している。Fig. 13 から、エージェント同士が衝突することなく、2次元平面内で同方向に進行していることが確認できる。また、Fig. 14 により、姿勢を目標姿勢に合意することができていることがわかる。一方、Fig. 15 は、エージェント間の相対距離を示しており、衝突範囲 $2D$ 以下になっていないことがわかる。これにより、制御実験においても 1. 制御目的、2. 制御指標が達成されていることが確認された。

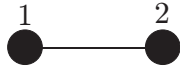


Fig. 12 Information exchange structure

Table 2 Control parameters for experiments

d	0.25 [m]
θ_r	0 [rad]
ϕ_r	0 [rad]
v	0.07 [m/s]
D	0.1 [m]
K_r	0.4
K_c	1.2
K_u	0.25

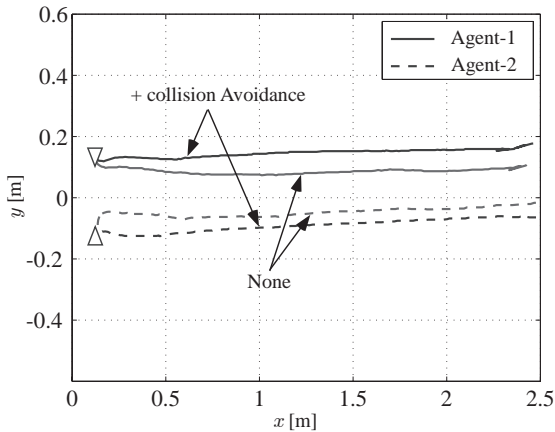


Fig. 13 Trajectories

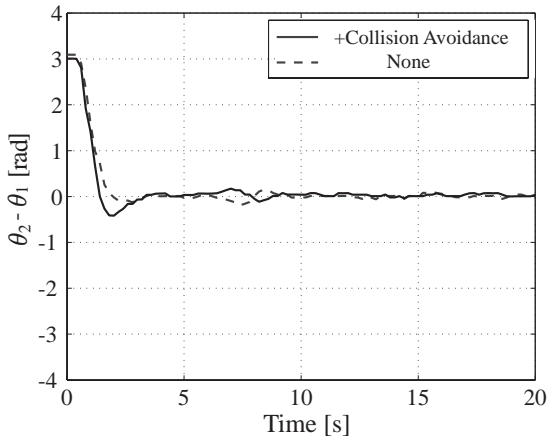


Fig. 14 Relative headings

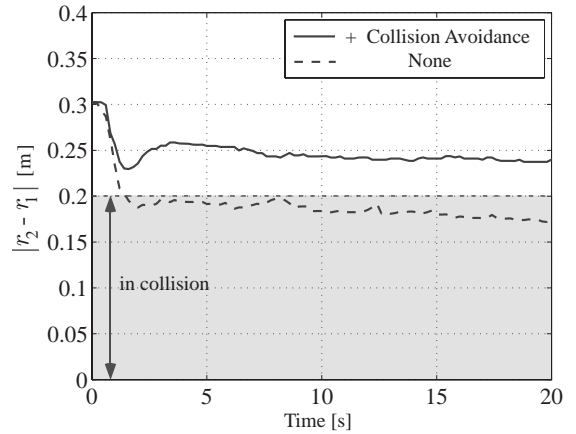


Fig. 15 Relative distances

9. おわりに

本稿では、3次元空間において隣接するエージェント同士が衝突を回避しながら姿勢角を目標値に合意させる制御則を提案した。姿勢角が目標値と漸近的に合意することは、グラフ理論、LaSalle の不変性原理⁽⁷⁾などを基に証明した。更に、エージェントとして独立駆動型二輪車両を用いたマルチビークルシステムによる制御実験を行い、提案法の有効性を検証した。

参考文献

- (1) K.Y. Petterson, J. T. Gravdahl, H. Nijmeijer, Group Coordination and Cooperative Control, Springer Lecture Notes in Control and Information Science, 2006.
- (2) Reza Olfati-Saber, J. Alex Fax, and M. Murray, Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems, *Proc. of the IEEE*, pp. 215-233, 2007.
- (3) Herbert G. Tanner, Ali Jadbabaie and G. J. Pappas, Stable Flocking of Mobile Agents, Part I : Fixed Topology, *Proc. of the IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 2 pp. 2010-2015, 2003.
- (4) N. Moshtagh and A. Jadbabaie, Distributed geodesic control laws for flocking of nonholonomic agents, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. 52 No. 4 PP. 681-686, 2007.
- (5) Herbert G. Tanner, Ali Jadbabaie, George J. Pappas, Flocking in Teams of Nonholonomic Agents, *Cooperative Control*, Springer Lecture Notes in Control and Information Science, Vol. 309 pp. 229-239, 2004.
- (6) 吉岡 愛, 滑川 徹, 仮想構造を用いたマルチビークルシステムのフォーメーション制御, 第7回計測自動制御学会制御部門大会資料, 71-1-1, 2007.
- (7) H.K.Khalil, Nonlinear Systems, 3rd ed., Prentice Hall, 2002.
- (8) Chris Godsil, and Gordon Royle, *Algebraic Graph Theory*, Springer, 2001.
- (9) R. Sepulchre, N. Leonard, and D. Paley, Collective motion and oscillator synchronization, *Cooperative Control*, Springer Lecture Notes in Control and Information Science, Vol. 309 pp. 189-206, 2004.