

むだ時間を考慮した GIMC 構造とそのメカトロニクス系への応用

滑川 徹 宮川 純一 (金沢大学)

GIMC Structure Considering Time Delay and Its Application to Mechatronic System

*T. Namerikawa and J. Miyakawa (Kanazawa University)

Abstract— This paper deals with a new GIMC structure considering a communication time delay by using the Smith Predictor and its application to a mechatronic system. First, we stabilize the unstable mechatronic system by a PD controller and define the stabilized system as a new augmented plant. We design the proposed GIMC structure using the Smith Predictor based on \mathcal{H}_∞ controllers for the new stabilized augmented plant. Finally, the proposed structure is evaluated experimentally and the effectiveness of the proposed approach is proven. In addition, we apply the proposed structure to a networked control mechatronic system.

Key Words: Generalized Internal Model Control (GIMC), Smith Predictor, Delay

1 はじめに

フィードバック制御構造において、制御性能とロバスト性の間にトレードオフの関係があることはよく知られている¹⁾。高い性能を得るためにはロバスト性を犠牲にし、高いロバスト性を達成するには性能を悪くせざるを得ない。この問題に対して、左既約分解に基づく安定化補償器のパラメトリゼーションを利用した切替制御構造として Generalized Internal Model Control (GIMC) 構造が提案されている²⁾。この GIMC 構造は高いロバスト性を持っているため、僅かなむだ時間に対しては安定性が保証されるが、ネットワーク通信のような大きなむだ時間には対応できていない³⁾。

一方、制御ループ内部に制御対象のモデルとむだ時間のモデルを持ち、むだ時間後の出力を予測して、それに基づいて制御する方法としてスミス法が良く知られている^{4) 5)}。スミス法は制御対象からのむだ時間後の出力をモデル出力で相殺することで、むだ時間要素を考えずに制御系設計を行うことができる。

そこで本稿ではスミス法を用いてむだ時間を考慮した GIMC 構造の提案を行い、不安定なメカトロニクス系である磁気浮上系に応用し有効性を検証する。更に、この構造が大きなむだ時間を有するネットワークを介した制御系⁶⁾にも有効であることを示す。

2 スミス法を用いた GIMC 構造

2.1 GIMC 構造

線形時不変の制御対象 $\tilde{P}(s)$ のノミナルモデルを $P(s)$ とし、 $P(s)$ に対する安定化コントローラ $K_0(s)$ が存在するとする。ここで P と K_0 は以下のように左既約分解表現されるとする。

$$P(s) = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}, \quad K_0(s) = \tilde{V}^{-1}\tilde{U} \quad (1)$$

このとき、全ての安定化コントローラ $K(s)$ は内部コントローラ $Q(s) \in \mathcal{RH}_\infty$ を用いて式 (2) で表されることが知られている²⁾。ただし、内部コントローラ $Q \in$

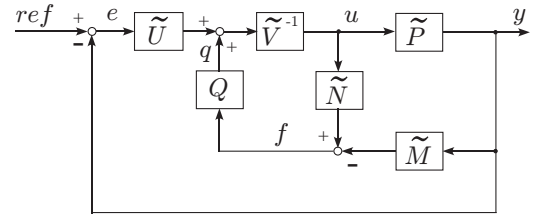


Fig. 1: GIMC Structure

\mathcal{RH}_∞ は式 (3) の関係を満たすものとする。

$$K(s) = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M}) \quad (2)$$

$$\det(\tilde{V} - Q\tilde{N})(\infty) \neq 0 \quad (3)$$

GIMC 構造はこの式 (1), (2) の関係を用いて Fig.1 で表される。ここで、制御対象が $\tilde{P}(s)$ で表現されていることに注意されたい。Fig.1 は通常のフィードバックループ ($K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U}$) に内部フィードバックループが加わった構造である。

Fig.1 において内部信号 f に着目すると、 $f(s)$ は式 (4) で表されることが容易にわかる。

$$f(s) = \tilde{N}(s)u(s) - \tilde{M}(s)y(s) \quad (4)$$

この内部信号 f は、推定出力と観測出力の誤差であり、 $f(s) = 0$ の場合と $f(s) \neq 0$ の場合でフィードバック構造が次のように変化する。

$f(s) = 0$: モデルの不確かさ、外乱、故障が存在しない場合は $\tilde{P} = P$ となり、その結果 $q = Qf = 0$ となる。そのため $K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U}$ で制御される。

$f(s) \neq 0$: モデルの不確かさ、外乱、故障が存在する場合は $\tilde{P} \neq P$ となり、信号 $q \neq 0$ となり内部ループが有効となる。その結果 $K = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M})$ で制御される。

このように、GIMC 構造では内部信号 $f(s)$ によって制御構造を切り替えることで、コントローラ $K_0(s)$, $K(s)$ の切り替えが可能となる。この切り替え特性により、 K_0

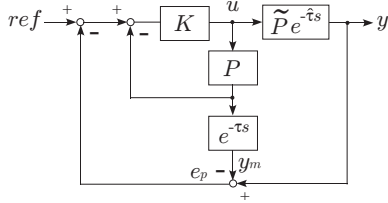


Fig. 2: Smith Predictor

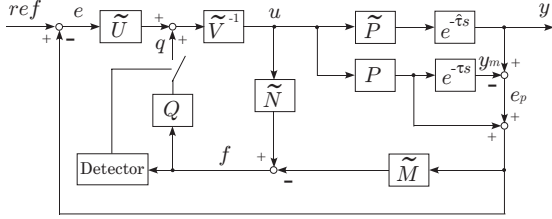


Fig. 3: GIMC Structure with Smith Predictor

を高い性能を有するように、 K を高いロバスト性を有するように設計すれば、ノミナル時 ($f = 0$) では高い性能を有したノミナルコントローラ K_0 で、モデル変動時 ($f \neq 0$) では高いロバスト性を有したコントローラ K で制御され、望ましい特性を得ることができる。

2.2 スミス法

スミス法はスミス補償器などともよばれ、むだ時間系の設計法としてよく知られている^{4) 5)}。この基本概念を Fig.2 に示す。ここで、 $P(s)e^{-\tau s}$ は安定なむだ時間系であり、 $P(s)$ は安定な有理伝達関数である。 $K(s)$ はコントローラで有理伝達関数で表される。Fig.2 のスミス法の構成においては、内側のループでは出力予測モデル \tilde{P} を用いてむだ時間経過後に現れる出力の予測値を発生させ、これを基にして制御対象 $\tilde{P}(s)e^{-\tau s}$ に対する制御入力決定される。そして、外側のループでむだ時間経過後に現れる実際の制御対象の出力を制御対象モデル $P(s)e^{-\tau s}$ の出力で相殺し、予測制御への影響をなくす構造となっている。

2.3 スミス法を用いた GIMC 構造

ここでは、本稿の目的であるむだ時間を含む系でも高性能かつ高ロバストな制御を行うことができる構造として、Fig.3 のような制御構造を提案する。Fig.3 は Fig.1 の GIMC 構造と Fig.2 のスミス法の組み合わせで構成されている。なお、図中の Detector(検出器)は、 $\tilde{P} \simeq P$ と制御対象を完全に表現できなくてもコントローラ K_0 を用いて制御できるように加えている³⁾。

3 制御対象

本研究で用いる制御対象は Fig.4 で示される一軸制御型磁気浮上系である³⁾。図中の各変数は m :浮上体質量、 $f_{\text{mag}}(t)$:電磁石吸引力、 $x(t)$:変位、 $i(t)$:入力電流を表す。

このシステムの運動方程式は式 (5) で表され、電磁石吸引力は式 (6) で表される。

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = mg - f_{\text{mag}}(t) \quad (5)$$

$$f_{\text{mag}}(t) = k \left(\frac{i(t)}{x(t) + x_0} \right)^2 \quad (6)$$

式 (6) 中の k , x_0 は同定実験によって求まる係数である。

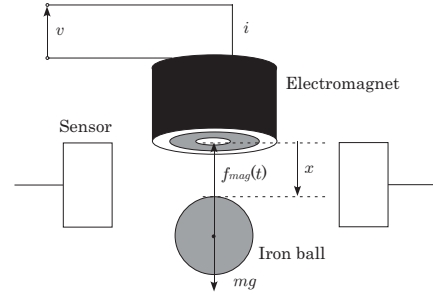


Fig. 4: Magnetic Suspension System

Table 1: Model Parameters

m	0.357 [kg]
k	11.641×10^{-4} [Nm ² /A ²]
x_0	4.737×10^{-3} [m]
X	5×10^{-3} [m]
I	0.53 [A]

これらの式を平衡点近傍 (式 (7)) で線形化することにより、式 (8) の線形モデルを導出することができる。ここで X :平衡位置、 I :平衡電流、 $\delta x(t)$:平衡位置からの微小変位、 $\delta i(t)$:平衡電流からの微小電流である。

$$x(t) = X + \delta x(t), \quad i(t) = I + \delta i(t) \quad (7)$$

$$\frac{d^2 \delta x(t)}{dt^2} = K_x \delta x(t) - K_i \delta i(t) \quad (8)$$

$$K_x = \frac{2kI}{m(X + x_0)^2}, \quad K_i = \frac{2kI^2}{m(X + x_0)^3} \quad (9)$$

ここで、もう一度 $x = \delta x, i = \delta i$ と再定義し、状態 $x = [x \ \dot{x}]^T$ 、観測出力 $y = x$ 、制御入力 $u = i$ として状態空間表現すると式 (10) となり、伝達関数 P_0 は式 (11) となる。モデルパラメータを Table 1 に示す。

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ K_x & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -K_i \end{bmatrix} u \quad (10)$$

$$P_0(s) = \frac{-K_i}{s^2 - K_x} \quad (11)$$

4 制御系設計

4.1 制御対象の安定化

スミス法では不安定系を直接扱うことができない⁵⁾ ため、PD 制御によって安定化した対象を拡大系として新しく定義する。PD コントローラ K_{PD} は式 (12) で与え、パラメータは式 (13) とする。

$$K_{PD}(s) = K_P + \frac{K_D s}{1 + 1/K_N s} \quad (12)$$

$$K_P = 180, \quad K_D = 6, \quad K_N = 800 \quad (13)$$

このときの拡大系 P のボード線図を Fig.5 に示す。

4.2 コントローラ設計

GIMC 構造のコントローラ設計法はノミナルコントローラ K_0 とロバストコントローラ K を設計し、 $Q =$

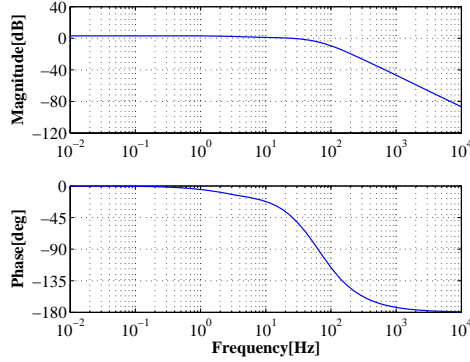


Fig. 5: Bode Diagram of New Augmented Plant P

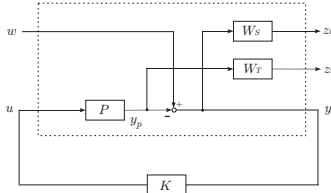


Fig. 6: Generalized Plant for Control System Design

$\tilde{V}(K - K_0)(\tilde{N}K + \tilde{M})^{-1}$ より内部コントローラ Q を求める. ここではそれぞれのコントローラを H_∞ 混合感度問題により設計する.

H_∞ 混合感度問題は, 良く知られているように式 (14) の条件を満たす制御則を見つける問題で, $S(s)$ は感度関数でその周波数重みが $W_S(s)$, $T(s)$ は相補感度関数でその周波数重みが $W_T(s)$ である. H_∞ 混合感度問題で用いる一般化プラントを Fig.6 に示す.

$$\left\| \begin{array}{c} W_S(s)S(s) \\ W_T(s)T(s) \end{array} \right\|_\infty < 1 \quad (14)$$

K_0 の設計に用いる重みを式 (15) に, K の設計に用いる重みを式 (16) にそれぞれ示す.

$$\begin{aligned} W_{S_{K_0}} &= \frac{20}{s + 0.01} \\ W_{T_{K_0}} &= (s + 0.02)(s + 0.1) \times 10^{-4} \\ W_{S_K} &= \frac{10}{s + 0.01} \\ W_{T_K} &= (s + 0.02)(s + 80) \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (15)$$

$$(16)$$

K_0, K のコントローラ設計では K_0 を高い制御性能を有するように, K には高いロバスト性を持たせるようにした. 得られた H_∞ コントローラ K_0, K を Fig.7 に示す. 実線が K_0 , 破線が K である.

最後に内部コントローラ Q を K_0, K を用いて導出する. 実際の Q の計算のためには P, K_0 の状態空間表現を用いた方が便利である. P, K_0 の状態空間表現が以下で与えられたとする.

$$P = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right], \quad K_0 = \left[\begin{array}{c|c} A_k & B_k \\ \hline C_k & D_k \end{array} \right] \quad (17)$$

ここで (A, B) は可制御, (C, A) は可観測, 同様に (A_k, B_k) は可制御, (C_k, A_k) は可観測である.

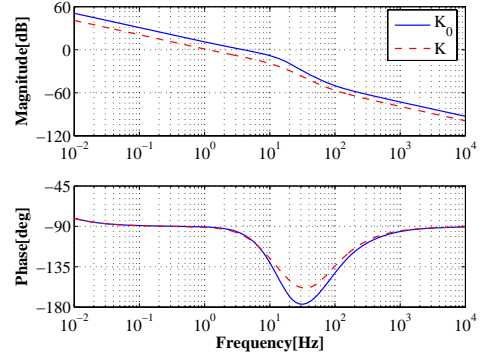


Fig. 7: Bode Diagram of Controllers K_0 and K

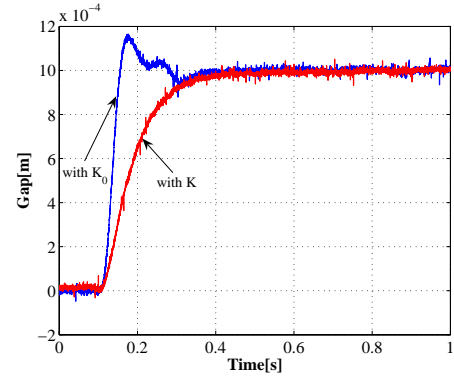


Fig. 8: Step Responses with Nominal Parameters

このとき P, K_0 の左既約分解の状態空間表現は式 (18), (19) で与えられる. ここで, フィードバックゲイン L, L_k はそれぞれ $A + LC, A_k + L_k C_k$ を安定化し, 固有値が式 (20), (21) となるようにする.

$$[\tilde{N} \quad \tilde{M}] = \left[\begin{array}{c|cc} A + LC & B + LD & L \\ \hline C & D & I \end{array} \right] \quad (18)$$

$$[\tilde{V} \quad \tilde{U}] = \left[\begin{array}{c|cc} A_k + L_k C_k & L_k & B_k + L_k D_k \\ \hline C_k & I & D_k \end{array} \right] \quad (19)$$

$$\lambda(A + LC) = \{-100, -110, -260\} \quad (20)$$

$$\lambda(A_k + L_k C_k) = \{-300, -310, -400, -410\} \quad (21)$$

5 制御実験による検証

5.1 制御性能の検証

まず, コントローラ K_0 および K の制御性能を検証する. むだ時間を $\hat{\tau}, \tau = 0.1[s]$ とし, 目標値 $1 \times 10^{-3}[m]$ のステップ信号を $0.1[s]$ で与えたときの応答を Fig.8 に示す. 実線が K_0 , 破線が K を用いた場合である. Fig.8 より K_0 の方が K よりも整定時間などの過渡応答が良いことがわかる.

5.2 安定性の検証

Fig.3 でコントローラの切り替えを検出器で自動的にを行い, 安定性を保持できるかどうかを検証する. むだ時間 $\hat{\tau} = 0.15, \tau = 0.1[s]$ を $0.1[s]$ で与えたときの時間応答を Fig.9 に示す. また, 内部コントローラ出力 q の時間応答を Fig.10 に示す. Fig.9 では, むだ時間が加えられた瞬間から振動が大きくなり発散しようとしているが, その後振動が抑えられて安定となっていることがわ

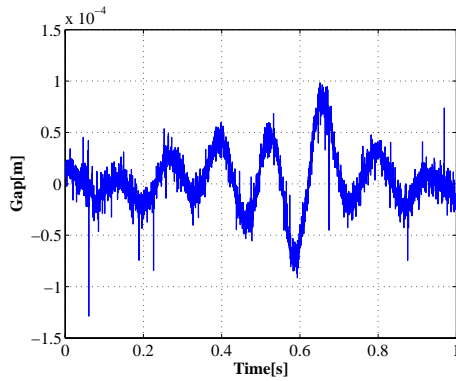


Fig. 9: Time Response of GIMC with Smith

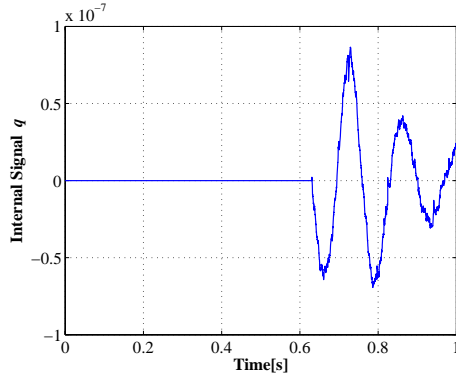


Fig. 10: Internal Signal q of GIMC with Smith

かる。これは Fig.10 からわかるように、約 0.63[s] でコントローラが切り替わったためである。つまり、むだ時間誤差がない場合 ($\hat{\tau} - \tau = 0$) には高性能な制御を行うことができ、誤差が生じて ($\hat{\tau} - \tau \neq 0$) ノミナルコントローラで対応できなくなると、切り替えが行われ安定性が保持されることが確認された。

5.3 安定限界

前節と同様の実験を行い、むだ時間の長さと同様のむだ時間誤差について検証する。その結果、むだ時間誤差がない場合だと $\tau = \hat{\tau} = 10$ [s] 以上のむだ時間を加えても安定となった。また、 $\tau = 0.1$ [s] におけるむだ時間誤差 $|\hat{\tau} - \tau|$ の限界は 0.16[s] 程であった。ここで、従来研究の GIMC 構造³⁾ で拡大系 P に対して 0.15[s] 程のむだ時間を加えたときでも不安定となることがわかっている。よって、スミス法を用いることにより、大きなむだ時間に対応されることが確認された。

6 ネットワークを介した制御系への応用

コントローラと制御対象をネットワーク結合したシステムに対して提案法を応用する。実際のネットワークを使用せず、仮想的なネットワーク環境を考慮してコンピュータ上で構成する (Fig.11)。ここでは、コントローラから制御対象へのむだ時間を $\hat{\tau}_{cp}$ とし、制御対象からコントローラへのむだ時間を $\hat{\tau}_{pc}$ としている。そのむだ時間前にゼロ次ホールドにて離散化を行っている。むだ時間が $\hat{\tau}_{cp}, \hat{\tau}_{pc}, \tau_{cp}, \tau_{pc} = 0.32$ [s] から $\hat{\tau}_{cp}, \hat{\tau}_{pc} = 0.37$ [s] へと 0.1[s] で変動したときの出力を考える。そのときの時間応答を Fig.12 に示す。図よりむだ時間が加えられた瞬間から振動が大きくなり発散しようとしている。し

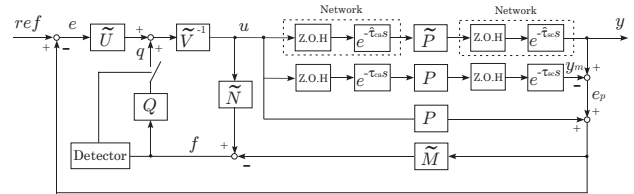


Fig. 11: Networked Control System

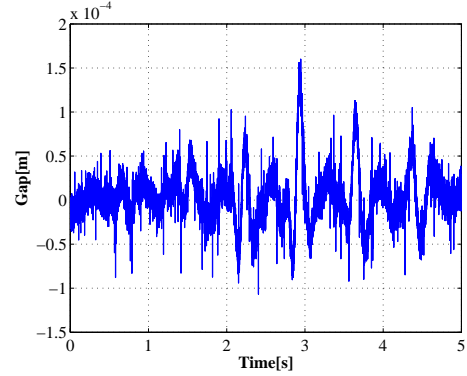


Fig. 12: Time Response of Networked Control System

かし Fig.9 の応答と同じように、後半では振動が抑えられ安定化されていることがわかる。以上より Fig.11 の構造においても、5.2 節と同様の結果が得られた。よって、コントローラと制御対象を擬似的にネットワーク結合したシステムに対しても有効であることが確認された。

7 おわりに

本稿では、スミス法を用いた GIMC 構造の提案を行い、その構造がむだ時間を含む系でも高性能かつ高ロバストな制御を行えることを実験的に示した。GIMC 構造は性能とロバスト性を両立できる構造であり、スミス法はむだ時間を考慮できる制御方法である。実際に、スミス法を用いた GIMC 構造を磁気浮上システムに応用し、むだ時間誤差がない場合には高性能な制御を行い、安定性を損なうような誤差を生じた場合はコントローラの切り替えを行い、安定性を保持できることを示した。また、コントローラと制御対象をネットワーク結合したシステムに対してもスミス法を用いた GIMC 構造が有効であることを示した。

参考文献

- 1) K. Zhou and J. C. Doyle : Essential of Robust Control, Prentice Hall (1998)
- 2) K. Zhou : A Natural Approach to High Performance Robust Control: Another Look at Youla Parameterization, Proceedings of SICE Annual Conference, pp. 869/874 (2004)
- 3) 滑川徹, 丸山英人 : GIMC 構造を用いた磁気浮上システムの高性能ロバスト制御, 計測自動制御学会論文集, vol. 42, no. 11, pp. 1181/1187 (2006)
- 4) O. J. M. Smith : A Controller to Overcome Dead Time, ISA Journal, vol. 6, no. 2, pp. 28/33 (1959)
- 5) 阿部直人, 延山英沢 : 第 1 回: むだ時間システム入門 1-伝達関数からのアプローチ -, 計測と制御, vol. 44, no. 11, pp. 799/804 (2005)
- 6) Y. Tipsuwan and M. Chow : Control Methodologies in Networked Control Systems, Control Engineering Practice, vol. 11, no. 10, pp. 1099/1111 (2003)