

# GIMC 構造に基づく鋼板磁気浮上系の切替制御

滑川 徹 (金沢大学) 丸山 英人 (長岡技術科学大学)

## GIMC-based Switching Control of Magnetically Suspended Steel Plates

\*T. Namerikawa (Kanazawa Univ.) and H. Maruyama (Nagaoka Univ. of Tech.)

**Abstract**— This paper deals with robust control of magnetically suspended steel plates by using a switching control based on Generalized Internal Model Control (GIMC) structure. We design a robust controller which achieves both of high performance and high robustness for the systems. GIMC structure is constructed with a general outer feedback loop and an inner loop. In order to design the outer and the inner loop controllers, we employ the  $H_\infty$  control problem and designed three controllers. Based on these controllers, we construct the GIMC structure. Finally, several experimental results show that the GIMC structure based switching controller has both of high performance for the nominal plant and the high robustness for the perturbed plants compared with a  $\mu$  controller.

**Key Words:** GIMC, Robustness and Performance, Magnetic Suspension System, Switching Control

### 1 はじめに

通常のフィードバック制御構造には性能とロバスト性にトレードオフの関係が存在することは周知の事実である。このため性能とロバスト性の妥協点を探りコントローラを設計する。 $H_\infty$  制御や  $\mu$ -設計などのロバスト制御系設計は到底起こりえない最悪外乱に基づいた設計法であり、通常制御されるノミナルケースにおいては性能が犠牲となる<sup>1)</sup>。

この問題に対し Kemin Zhou らによって GIMC 構造が提案されている<sup>2)</sup>。GIMC 構造は IMC に出力フィードバック補償器を導入して一般化したものであり、左既約分解に基づく安定化補償器のパラメトリゼーションを利用し、フリーパラメータを利用してコントローラを切替える。この GIMC 構造はこれまでジャイロスコープやモータなどに応用され<sup>3)</sup>、センサの故障などの制御対象の変動に対しても安定性を保つことが実験的に確認されている。フリーパラメータは複数使用することで複数のコントローラを切り替えることが可能であるが<sup>4)</sup>、まだ検証されていない。また右半平面に極が存在する不安定系への応用がされていない。

本研究の目的はこの GIMC 構造を不安定なシステムである鋼板磁気浮上系<sup>5)</sup>に応用し、その有効性を実験的に検証することである。本研究では制御対象の状態を 3 つ考慮し、状態で GIMC 構造がコントローラを切り替えることによってノミナルモードで高性能と変動モードで高ロバスト性を両立可能であることを検証する。

### 2 GIMC 構造

線形時不変の制御対象  $\tilde{P}(s)$  とそのノミナルモデル  $P(s)$  とし、 $P(s)$  に対する安定化コントローラ  $K_0(s)$  が存在するとする。ここで  $P(s)$  と  $K_0(s)$  は式 (1) の左既約分解表現で与えられる。

$$P = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}, \quad K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U} \quad (1)$$

このとき、全ての安定化コントローラ  $K(s)$  はパラメータ  $Q(s) \in RH_\infty$  を用いて式 (2) で表される。GIMC 構造は式 (1), (2) の関係を用いて Fig.1 で定義される。

$$K(s) = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M}) \quad (2)$$

*s.t.*  $\det(\tilde{V} - Q\tilde{N})(\infty) \neq 0$

フリーパラメータ  $Q \in RH_\infty$  は本来式 (2) を満たす範囲で自由に選ぶことができるが、以下では  $Q(s)$  を固定して議論する。この場合には、内部信号  $f(s)$  によって 2 つのコントローラ  $K_0$  と  $K$  を切り替えて制御することになる。Fig.1 において内部信号  $f(s)$  に着目すると式 (3) で表される。

$$f(s) = \tilde{N}u - \tilde{M}y \quad (3)$$

信号  $f(s)$  は推定出力と観測出力の誤差であり<sup>2)</sup>、以下の 2 つのケースに分類される。

- 1)  $f(s) = 0$ :  $\tilde{P} = P$  かつ  $d = 0$ , つまりモデルに不確かさ、外乱、故障が存在しない場合は  $f = 0, q = 0$  となる。このためコントローラは  $K_0 = \tilde{V}^{-1}\tilde{U}$  となる。
- 2)  $f(s) \neq 0$ :  $\tilde{P} \neq P$  もしくは  $d \neq 0$ , つまりモデルに不確かさ、外乱、故障のどれかが存在する場合は  $f \neq 0$  で、信号  $q$  が制御ループに伝わり内部ループが有効となる。その結果コントローラは  $K(s) = (\tilde{V} - Q\tilde{N})^{-1}(\tilde{U} + Q\tilde{M})$  となる。

このように、GIMC 構造では内部信号  $f(s)$  を使い制

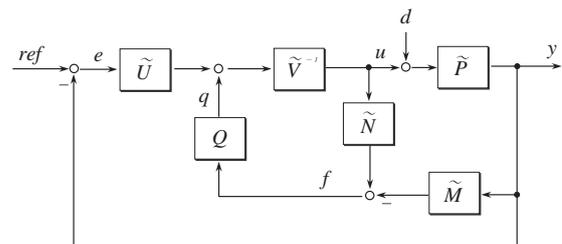


Fig. 1: GIMC structure

御構造を切り替えることでコントローラ  $K_0(s), K(s)$  の切り替えが可能となる。

GIMC 構造のコントローラ設計は次のように行う。設計手順<sup>2)</sup>

- Step 1. ノミナルモデル  $P(s)$  に対して高性能ノミナルコントローラ  $K_0(s)$  を設計する
- Step 2. 変動モデル  $\tilde{P}(s)$  に対して高ロバストコントローラ  $K(s)$  を設計する
- Step 3. 内部コントローラ  $Q(s)$  を以下の式で計算する。

$$Q = \tilde{V}(K - K_0)(\tilde{N}K + \tilde{M})^{-1} \quad (4)$$

## 2.1 GIMC 構造における切り替え制御の実装法

前節までに GIMC 構造の特徴と設計法について述べたが、実際には制御対象を完全に  $\hat{P} = P$  とモデル化することは困難で、ノミナル時でさえ  $K_0(s)$  ではなく  $K(s)$  で制御されてしまう。そこで Fig.2 のような内部信号に検出器とスイッチを加えた構造を与える。ここで検出器はフィルタ  $H(s)$  と判定関数  $J_{th}$  から構成されている。これにより  $\hat{P} = P$  と制御対象を完全にモデル化できなくても、 $\hat{P} \simeq P$  で高性能なコントローラ  $K_0$  で制御可能となる。

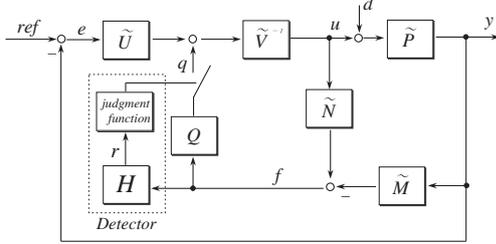


Fig. 2: GIMC structure with Detector and Switch

検出器とスイッチを加えた構造の具体的な切り替えタイミングは式 (5) で与えられる  $H(s)$  からの出力  $r(s)$  を用いる。実際に  $H(s)$  を設計する際にはモデル変動、故障などの特徴を考慮する。

$$r = H(\tilde{N}u - \tilde{M}y) \quad (5)$$

$K_0$  と  $K$  を切り替え判断のために、まずノミナルコントローラ  $K_0(s)$  に対する信号  $r(s)$  の最大許容信号  $r_{th}(s)$  を用いて閾値  $J_{th}$  を式 (6) のように決定する。ここで  $\Delta(s)W(s)$  ( $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ ) は  $P(s)$  の乗法的誤差である。

$$J_{th} = \max_{W,d} |r_{th}|, \quad \hat{P}(s) = P(I + \Delta W) \quad (6)$$

## 2.2 複数補償器の実装法

上記で述べた切り替え制御の実装法では  $Q(s)$  の使用/不使用によってコントローラを切り替える。複数の  $Q(s)$  を使い分ければ複数のコントローラの切り替えが可能である。そこで 2 つのロバストコントローラ  $K_1(s)$ ,  $K_2(s)$  を設計し、対応する  $Q_1(s)$ ,  $Q_2(s)$  を導出する。フリーパラメータの切り替え方法は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} r(s) < J_{th1} &\rightarrow K_0(s) \\ J_{th1} \leq r(s) < J_{th2} &\rightarrow Q_1(s) \rightarrow K_1(s) \\ J_{th2} \leq r(s) &\rightarrow Q_2(s) \rightarrow K_2(s) \end{aligned}$$

## 3 制御対象とモデリング

本研究で用いる制御対象は Fig.3 で示される磁気浮上鋼板システムである<sup>5)</sup>。中心を除いた 4 つの電磁石とセンサで浮上対象である鋼板を制御する。またこの 4 つの電磁石特性は全て等しい、電磁力は一点に作用すると仮定する。

このシステムは Fig.4 の関係で表されるモデルとなる。図中の各変数は、 $f_{magj}$ : 各位置での電磁石吸引力、 $y_j$ : 各センサ位置の変位、 $a$ :  $x, z$  軸での電磁力作用点までの距離である ( $j = 1 \sim 4$ )。このモデルの運動モードを Fig.5 に定義する。図中の  $y_n$  は各運動モードでの変位である ( $n = g, \theta, \phi, \sigma$ )。この運動モードは式 (7)-(10)

で表される。このとき  $y_\theta = a\theta, y_\phi = a\phi$  の変数変換を用いる。ここで、 $m$ : 鋼板質量 [kg],  $g$ : 重力加速度 [ $m/s^2$ ],  $M_\theta = I_x/a^2:y_\theta$  での質量 [kg],  $M_\phi = I_z/a^2:y_\phi$  での質量 [kg],  $I_x$ :  $x$  軸まわりの慣性モーメント [ $kgm^2$ ],  $I_z$ :  $z$  軸まわりの慣性モーメント [ $kgm^2$ ],  $M_\sigma$ : 4 次モード運動の質量 [kg],  $C_\sigma$ : 4 次モード運動の粘性項 [Ns/m],  $K_\sigma$ : 4 次モード運動のパネ定数 [N/m] である。

$$m\ddot{y}_g = mg - \sum_{j=1}^4 f_{magj} \quad (7)$$

$$M_\theta\ddot{y}_\theta = -f_{mag1} - f_{mag2} + f_{mag3} + f_{mag4} \quad (8)$$

$$M_\phi\ddot{y}_\phi = -f_{mag1} + f_{mag2} - f_{mag3} + f_{mag4} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} M_\sigma\ddot{y}_\sigma + C_\sigma\dot{y}_\sigma + K_\sigma y_\sigma = & \\ & -(f_{mag1} - f_{mag2} - f_{mag3} + f_{mag4}) \quad (10) \end{aligned}$$

電磁石吸引力は式 (11) で表される。この式では  $Y_j$ : 平衡位置 [m],  $y_j$ : 平衡位置からの微小変位 [m],  $I_j$ : 平衡電流 [A],  $i_j$ : 平衡電流からの微小電流 [A] で、 $k, x_0$  は同定によって求まる電磁石係数である。

$$f_{magj}(t) \simeq K_{eq} + K_i i_j(t) - K_y y_j(t) \quad (11)$$

$$K_{eq} = k \left( \frac{I}{Y + y_0} \right)^2, \quad K_i = \frac{2kI}{(Y + y_0)^2},$$

$$K_y = \frac{2kI^2}{(Y + y_0)^3} \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

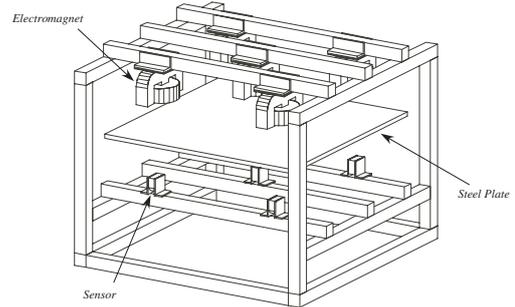


Fig. 3: Magnetically Suspended Steel Plate System

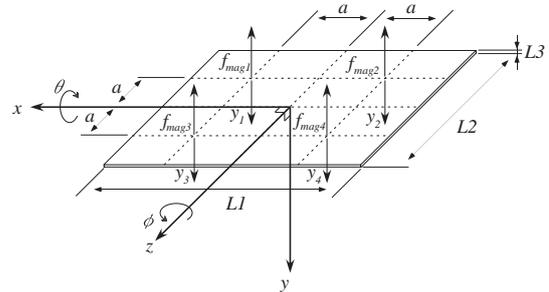


Fig. 4: System Model

次に各軸 ( $j = 1 \sim 4$ ) と各運動モード ( $n = g, \theta, \phi, \sigma$ ) の座標変換を式 (12) で定める。

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} y_g \\ y_\theta \\ y_\phi \\ y_\sigma \end{bmatrix}, \quad T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

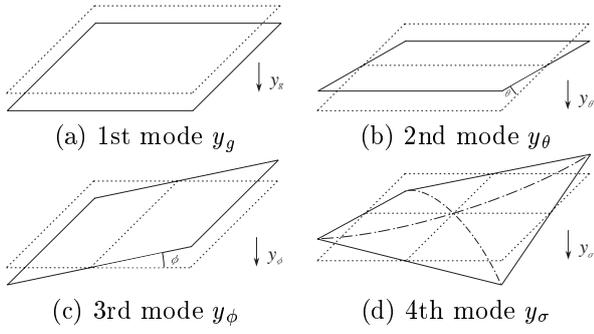


Fig. 5: Mode of Motion of Plate

得られた式 (11) を各運動モードの方程式 (7)-(10) に代入, 整理すると最終的に式 (13)-(16) の各運動モードの式が得られる.

$$\ddot{y}_g(t) = \frac{4K_y}{m} y_g(t) - \frac{4K_i}{m} \dot{y}_g(t) \quad (13)$$

$$\ddot{y}_\theta(t) = \frac{4K_y}{M_\theta} y_\theta(t) - \frac{4K_i}{M_\theta} \dot{y}_\theta(t) \quad (14)$$

$$\ddot{y}_\phi(t) = \frac{4K_y}{M_\phi} y_\phi(t) - \frac{4K_i}{M_\phi} \dot{y}_\phi(t) \quad (15)$$

$$\ddot{y}_\sigma(t) = -\frac{C_\sigma}{M_\sigma} \dot{y}_\sigma(t) + \left( \frac{4K_i - K_\sigma}{M_\sigma} \right) y_\sigma(t) - \frac{4K_i}{M_\sigma} \dot{y}_\sigma(t) \quad (16)$$

ノミナル状態と変動状態での性能と安定性を比較するため, 3つの浮上体とそれに対応する制御対象を定義する. ノミナル浮上体とその伝達関数表現を  $P(s)$ , 変動浮上体 1 とその伝達関数表現を  $\tilde{P}_1(s)$ , 変動浮上体 2 を  $\tilde{P}_2(s)$  とする. ただし伝達関数の入力は制御入力 (電流) であり, 出力はギャップ長である.  $P(s), \tilde{P}_1(s), \tilde{P}_2(s)$  の詳細とモデルパラメータを Table 1 に示す.

Table 1: Models Parameters

	$P(s)$	$\tilde{P}_1(s)$	$\tilde{P}_2(s)$
$m$ [kg]	2.543	2.210	1.877
$I_x$ [kgm <sup>2</sup> ]	$5.087 \times 10^{-2}$	$4.512 \times 10^{-2}$	$3.937 \times 10^{-2}$
$I_z$ [kgm <sup>2</sup> ]	$5.087 \times 10^{-2}$	$4.512 \times 10^{-2}$	$3.937 \times 10^{-2}$
$Y$ [m]		$5 \times 10^{-3}$	
$I$ [A]	0.431	0.402	0.370
$k$ [Nm <sup>2</sup> /A <sup>2</sup> ]		$12.340 \times 10^{-4}$	
$y_0$ [m]		$1.044 \times 10^{-3}$	
$M_\sigma$ [kg]	6.511[kg]	5.775[kg]	5.040[kg]
$C_\sigma$ [Ns/m]		10	
$K_\sigma$ [N/m]		$5 \times 10^4$	

#### 4 制御系設計

コントローラは各モード ( $n = g, \theta, \phi, \sigma$ ) ごとに設計したコントローラを並列に結合することで一つのコントローラを構成する. GIMC 構造のコントローラ設計は上記の3つのステップを踏むことになる. 始めに Step1 で  $P(s)$  に対するノミナルコントローラ  $K_0(s)$  を設計し, 次に Step2 で  $\tilde{P}_1(s), \tilde{P}_2(s)$  に対するロバストコントローラ  $K_1(s), K_2(s)$  を設計する. なお  $K_0, K_1, K_2$  は  $\mathcal{H}_\infty$  混合感度問題により設計する. 設計した  $K_0$  を Fig.6 に示す.  $K_1, K_2$  については省略するが,  $K_0, K_1, K_2$  の順にゲインが低下しており, 性能は  $K_0, K_1, K_2$  の順に良く, ロバスト安定性は  $K_2, K_1, K_0$  の順に良い. 最後に Step3 の内部コントローラ  $Q_1, Q_2$  を  $K_0, K_1, K_2$  から導出する. 内部コントローラの計算には式 (4) を用いる.

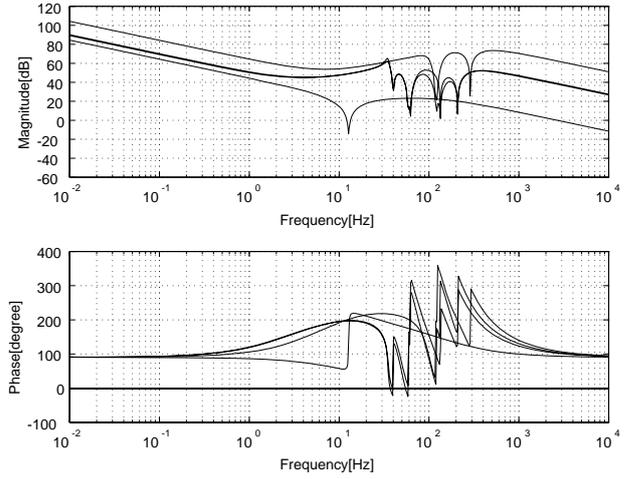


Fig. 6: Bode Diagram of  $K_0$  Controllers

比較のため  $\mu$ -設計法に基づくコントローラ  $K_\mu$  を設計した.  $K_\mu$  は  $K_2$  と類似した周波数特性を有している.

#### 5 制御実験による検証

制御実験では中心の電磁石によって加えられるインパルス状の外乱を入力したときの応答を Fig.7, Fig.8 に示す. このときの外乱応答は鋼板に約 12[N] の力を下から加えたことに等しい.

Fig.7(a), Fig.8(a) を比較するとノミナル浮上体に対して GIMC が良好な性能を示していることが確認できる.

また Fig.7, Fig.8 の外乱応答の結果より, GIMC 構造は状態が変化するにつれて性能が悪くなっているが,  $K_\mu$  は応答にロバスト性を保証しているため, あまり大きな変化が生じない.

しかし  $K_\mu$  の Fig.8(c) では定常状態で振動を伴っており, オーバershoot は小さいものの, 安定限界に近いことが分かる. 一方 GIMC の Fig.7(c) では定常状態でも振動が生じていない.

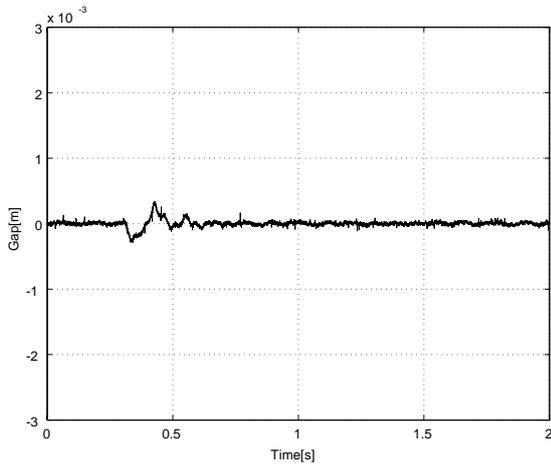
以上の結果より  $K_\mu$  は性能とロバスト性を両立することができているが, ノミナル状態で高性能かつ変動状態で高ロバストであるとはいえない. 一方 GIMC 構造ではノミナル状態で高性能で, 変動状態に対しても高ロバストであることが確認できた.

#### 6 おわりに

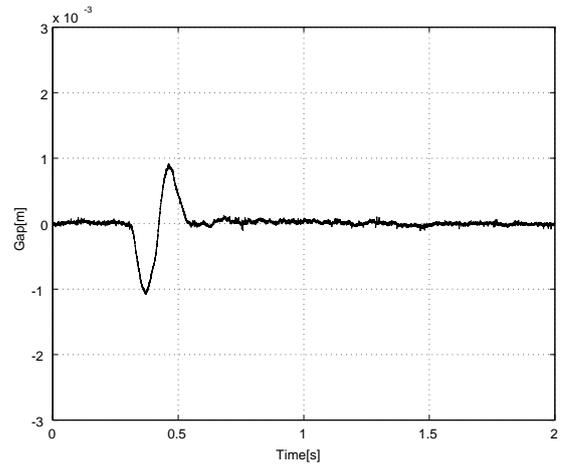
本稿では GIMC 構造が内部信号によって高性能コントローラと高ロバストコントローラを切り替え, 高性能とロバスト性を両立できることを実験により確認した. また磁気浮上システムを用いた制御実験では  $\mu$  設計との比較によって有効性が示された. また制御対象の変動に対する安定性と制御性能に関しては GIMC 構造は変動を検出した時点で内部信号に応じて適切なコントローラに切り替えが行われ, 対象の状況に応じた補償器  $[K_0, K_1, K_2]$  へ適応していることを確認した.

#### 参考文献

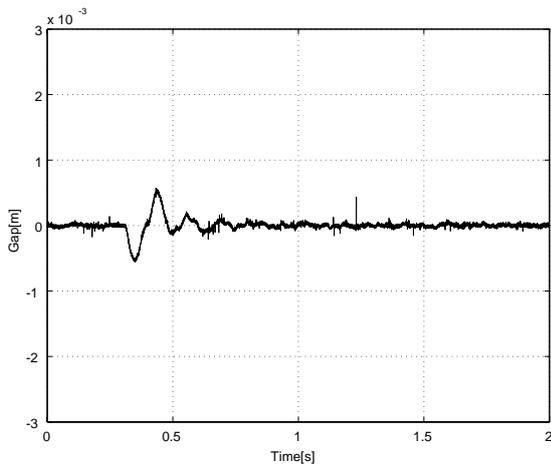
- 1) Gier E.Dullerud and Fernando Paganini, *A Course in Robust Control Theory : A Convex Approach*, Springer, 1999



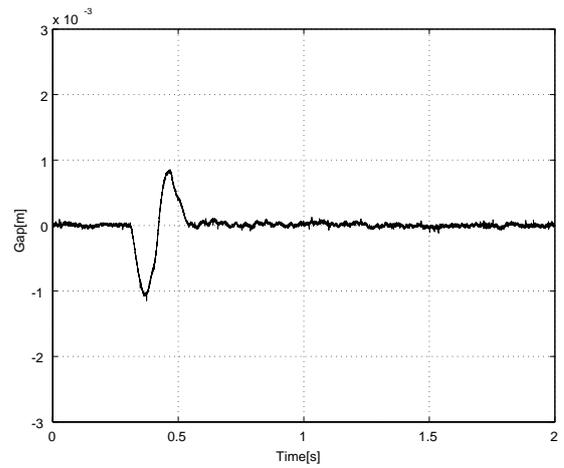
(a)  $P(s)$  with  $K_0$



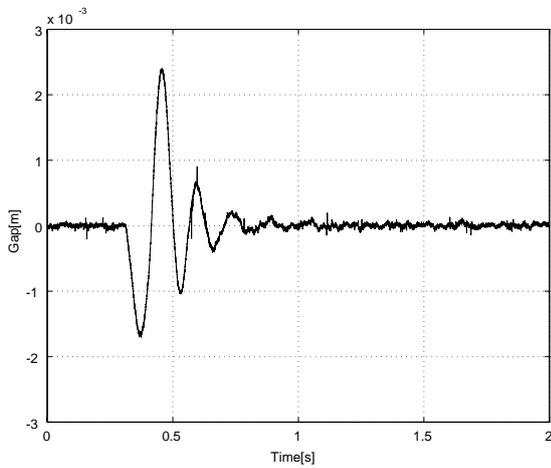
(a)  $P(s)$  with  $K_\mu$



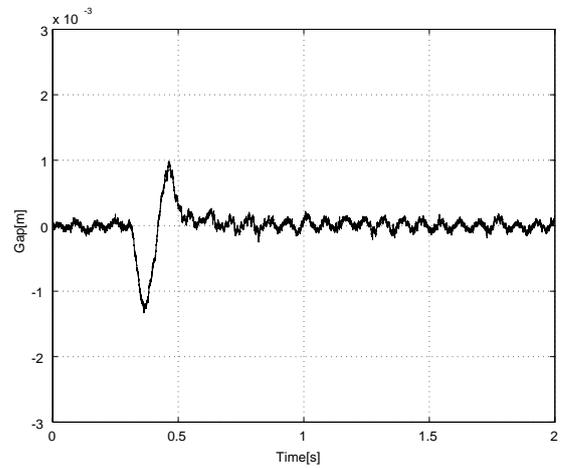
(b)  $\tilde{P}_1(s)$  with  $K_1$



(b)  $\tilde{P}_1(s)$  with  $K_\mu$



(c)  $\tilde{P}_2(s)$  with  $K_2$



(c)  $\tilde{P}_2(s)$  with  $K_\mu$

Fig. 7: Disturbance Response of GIMC

Fig. 8: Disturbance Response of  $K_\mu$

- 2) Kemin Zhou, A Natural Approach to High Performance Robust Control: Another Look at Youla Parameterization, *Proc. of SICE Annual Conference*, pp. 869-874, 2004
- 3) Daniel U. Campos-Delgado and Kemin Zhou, Reconfigurable Fault-Tolerant Control Using GIMC Structure, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.48, No.5, pp. 1613-1618, 2003
- 4) Henrik Niemann and Jakob Stoustrup, Passive fault tolerant control of a double inverted pendulum -

a case study, *Control Engineering Practice*, vol.13, pp.1047-1059, 2005

- 5) Toru Namerikawa and Daisuke Mizutani, Robust  $H_\infty$  DIA Control of Levitated Steel Plates, *Proc. of the Fifth International Symposium on Linear Drives for Industry Applications*, pp. 310-313, 2005