

# ロータの不釣り合いによる周期的外乱を考慮した磁気軸受の $H_\infty$ DIA 制御

## $H_\infty$ DIA Control for Magnetic Bearings Considering Periodic Disturbance via Rotor Unbalance

○正 瀬戸 洋紀 (長岡技術科学大学)

正 滑川 徹 (長岡技術科学大学)

Hiroki SETO, Nagaoka University of Technology, Kamitomiokacho1603-1, Nagaoka, Niigata

Toru NAMERIKAWA, Nagaoka University of Technology

This paper deals with an  $H_\infty$  DIA control for the magnetic bearing considering periodic disturbance via rotor unbalance.  $H_\infty$  control problem which treats a mixed Disturbance and an Initial state uncertainty Attenuation (DIA) control is expected to provide a good transient property and a good rotational performance. In this paper, we propose an  $H_\infty$  DIA control system design in order to attenuate the periodic disturbance of the magnetic bearing caused by the vibration of rotor unbalance. In fact, this  $H_\infty$  DIA control system design can obtain a controller by adding a frequency weighting function in generalized plant. Then, we carry out an experiment in order to validate proposed control system design by switching control. Switching control consists of two proposed controllers and a switching logic, it can be switched at a certain rotational speed. Finally, experimental results show that the proposed robust control approach is effective for improving rotational performance.

*Key Words:*  $H_\infty$  DIA Control, Magnetic Bearing, Rotor Unbalance, Periodic Disturbance, Rotational Performance

### 1 はじめに

磁気軸受は、磁力によってロータを非接触で空間上を自由に移動や支持を行うことができるシステムであり、そのため、このシステムは摩擦や磨耗がなく、低振動で低騒音、高速回転可能で特殊環境下で使用できるなどの利点を持つ。一方で、欠点として、高コスト、故障対策の必要性などが挙げられる。本来、複数の操作量と制御量が互いに干渉し合う多変数制御システムである。また、支持する対象がロータであるため、回転体の力学上生じるジャイロ効果や不釣り合いによる影響などの困難な制御問題が存在する。不釣り合いに関しては、古くから研究が進められており、水野、樋口らによる不釣り合い推定信号を用いて慣性主軸を回転させて振動を軽減する制御<sup>(3)</sup>などがある。

特に、磁気軸受の不釣り合い振動に関する最近の研究としては、複数の周波数の周期性外乱を考慮した適応型不釣り合い振動制御<sup>(4)</sup>や適応フィルタを用いて不釣り合い励振力を推定し励振力の相殺を行なう方法<sup>(5)</sup>などがある。文献<sup>(4)</sup>では、安定浮上用アナログ PID 制御と周期性外乱除去の制御で 2 つのコントローラが必要となる。そのために、制御系が複雑となる上、安定浮上にアナログ PID 制御を用いているため制御性能やロバスト安定性が不十分になると考えられる。文献<sup>(5)</sup>では、適応フィルタによる制振アクチュエータとしてロータ中心部付近にラジアル磁気軸受が設置されている。通常磁気軸受には両端にのみラジアル磁気軸受が配置されているが、それよりもシステムが冗長となる。

ところで、磁気軸受に対する一般的な制御手法である  $H_\infty$  制御は、効果的なロバスト制御系設計手法として知られており、様々な産業製品に応用されている。一方で、最近の機械工作や精密加工分野では制御システムのロバスト安定性だけでなく良好な目標値追従特性も求められている。しかし、従来からの  $H_\infty$  制御の枠組みでは過渡応答特性を確保することが難しい。

この問題に対して、我々が提案した外乱と初期状態の不確かさの混合減衰  $H_\infty$  制御は、従来の  $H_\infty$  制御に比較して良好な過渡応答特性を持つことが期待される<sup>(1)</sup>。近年、積極的な研究がなされているハイブリッド制御や切替え制御分野での有効な実装法と考えられる。そこで、我々は、磁気軸受に  $H_\infty$  DIA 制御

を適用し、良好な過渡応答特性を有することを確認した<sup>(2)</sup>。しかし、この研究では、磁気軸受のロータは回転せず静止状態を扱っていた。

そこで本論文では、磁気軸受のロータ回転時に発生する不釣り合い振動を、回転速度に同期した周波数を持つ周期的外乱とみなし、その周期的外乱を考慮することによって  $H_\infty$  DIA 制御に良好な回転性能を持たせる。これによりシンプルなフィードバック構造で磁気軸受の不釣り合い振動を考慮することができる。また、提案手法による  $H_\infty$  DIA 制御を用いて切替え制御則を構成することによって、複数の回転速度で不釣り合い振動を抑制することを実験的に検証する。

具体的には、周期的外乱を抑制するために一般化プラントに周波数重み関数を導入し、回転速度における周波数でピークゲインを持つような  $H_\infty$  DIA 制御系設計手法を提案する。以上提案した手法により設計されたコントローラは、局所的に磁気軸受の不釣り合い振動を抑制することが期待される。また同様に、提案手法によるコントローラを用いた切替え制御では、提案手法による 2 種類のコントローラを設計し切替えることによって、それぞれの回転数で不釣り合い振動を抑制することが期待される。

本論文の構成は、まず、ロータの動特性や電磁力の非線形性及び不釣り合い振動を考慮した磁気軸受の数学モデルを導出する。次に、不確かさ、制御性能や周期的外乱に対する設計パラメータを含む一般化プラントを構築し、コントローラを設計する。最後に、提案した制御系設計手法が回転性能改善に有効であることを実験的に検証する。また、切替え制御による性能検証では、2 種類のコントローラを設計し、ある回転数で切替えることで不釣り合い振動の抑制に有効であることを実験的に検証する。

### 2 問題設定

時間区間  $[0, \infty)$  で定義される以下の線形時不変システムを考える。

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u, & x(0) &= x_0 \\ z &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} u\end{aligned}\tag{1}$$

ここで  $x \in R^n$  は状態で  $x_0 = x(0)$  は初期状態;  $u \in R^r$  は

制御入力;  $y \in R^m$  は観測出力;  $z \in R^q$  は被制御量;  $w \in R^p$  は外乱であり,  $w(t)$  は区間  $[0, \infty)$  において 2 乗可積分な関数 ( $w \in L^2[0, \infty)$ ) とする. またここでシステムは直交条件を有していないことを確認しておく.  $A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{12}, D_{21}$  は適当な次元を有する定数行列であり, 以下の条件を満たすものとする.

- $(A, B_1)$ : 可安定       $(A, C_1)$ : 可検出
- $(A, B_2)$ : 可制御       $(A, C_2)$ : 可観測
- $D_{12}^T D_{12} \in R^{r \times r}$ : 正則
- $D_{21} D_{21}^T \in R^{m \times m}$ : 正則

システム (1) に対して, すべての許容制御則  $u(t)$  が以下の線形時不変システムで与えられ, (1) と (2) によって構成される閉ループ系が内部安定となるものとする.

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= A_k \zeta + B_k y, \quad \zeta(0) = 0 \\ u &= C_k \zeta + D_k y \end{aligned} \quad (2)$$

ここで  $\zeta(t)$  はコントローラの状態であり, 有限の次元を持つ. また  $A_k, B_k, C_k, D_k$  は適切な次元を持つ定数行列である. 与えられたシステムと上記の許容制御則のクラスに対して, 以下の  $H_\infty$  DIA 制御問題を考える.

### 問題 1 $H_\infty$ DIA 制御問題<sup>(1)</sup>

$N > 0$  が与えられたときに, すべての  $w \in L^2[0, \infty)$  とすべての  $x_0 \in R^n$  (ただし  $(w, x_0) \neq 0$ ) に対して  $z$  が以下を満たすような外乱と初期状態の不確かさを混合減衰させる許容制御則を見つけよ.

$$\|z\|_2^2 < \|w\|_2^2 + x_0^T N^{-1} x_0 \quad (3)$$

上記の条件を満たす許容制御則を  $H_\infty$  DIA 制御 (または単に DIA 制御) (**D**isturbance and **I**nitial state uncertainty **A**ttenuation (DIA) control) と呼ぶ.

初期状態  $x_0$  に対する重み行列  $N$  は初期状態の不確かさの減衰の外乱減衰に対する相対的な重要性を表す. 行列不等式の意味でより大きな  $N$  を選ぶことは, 初期状態の不確かさをより減衰させる許容制御則を選ぶことを意味する.

## 3 システム構成と数学モデル

制御対象である 4 軸制御型磁気軸受の構成図を Fig.1 に示す. 固定子座標系として  $l_1 - l_3, r_1 - r_3$  軸と, 回転子座標系として  $XYZ$  軸を図の様に定義する. ロータの両端の水平, 鉛直方向にそれぞれ電磁石とホール素子型ギャップセンサが設置されている. ロータは非磁性体であるが電磁石に面してロータ表面に鉄の帯がまかれていて局所的に電磁石が働いたためスラスト方向は安定な系である.

制御対象の状態方程式を導出するために以下の仮定を設ける.

- 回転子は剛体である.
- 回転子は回転子軸に対して回転対称である.
- 電磁石に発生する速度起電力は小さく, 無視できる.
- 8 個の電磁石は全て同じ特性を持つ.
- 電磁石の抵抗, インダクタンスは定数とする.

上記の仮定の下で回転周波数に同期したロータの不釣り合いによる周期的外乱を考慮した数学モデルを導出し, 鉛直, 水平方

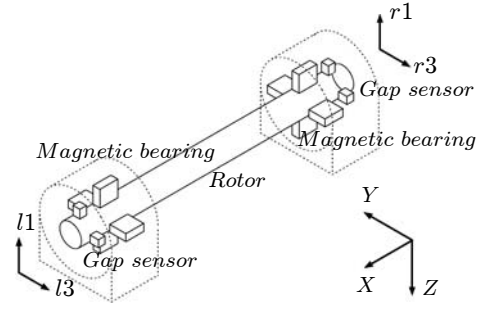


Fig. 1 Magnetic Bearing

向に分けてまとめると磁気軸受の状態方程式は以下の様になる (2) (6).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_v \\ \dot{x}_h \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_v & pA_{vh} \\ -pA_{vh} & A_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v \\ x_h \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} B_v & 0 \\ 0 & B_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_v \\ u_h \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} D_v & 0 \\ 0 & D_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_v \\ v_h \end{bmatrix} + p^2 \begin{bmatrix} E_v \\ E_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{uv} \\ v_{uh} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} y_v \\ y_h \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_v & 0 \\ 0 & C_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_v \\ x_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_v \\ w_h \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

ここで, 鉛直・水平方向で状態変数を分類することで, ジャイロ効果をより効果的に明示している. システム行列において, 非対角項に回転速度  $p$  に比例する項がありロータ回転時には, 非対角項の影響が大きくなりお互いの運動方向に干渉することが分かる.

$$\begin{aligned} x_v &= [g_{l1} \ g_{r1} \ \dot{g}_{l1} \ \dot{g}_{r1} \ i_{l1} \ i_{r1}]^T \\ x_h &= [g_{l3} \ g_{r3} \ \dot{g}_{l3} \ \dot{g}_{r3} \ i_{l3} \ i_{r3}]^T \\ u_v &= [e_{l1} \ e_{r1}]^T, \quad u_h = [e_{l3} \ e_{r3}]^T \\ v_v &= [v_{ml1} \ v_{mr1} \ v_{Ll1} \ v_{Lr1}]^T \\ v_h &= [v_{ml3} \ v_{mr3} \ v_{Ll3} \ v_{Lr3}]^T \\ v_{uv} &:= \begin{bmatrix} \varepsilon \sin(pt + \kappa) \\ \tau \cos(pt + \lambda) \end{bmatrix}, \quad v_{uh} := \begin{bmatrix} \varepsilon \cos(pt + \kappa) \\ \tau \sin(pt + \lambda) \end{bmatrix} \\ y_v &= [y_{l1} \ y_{r1}]^T, \quad y_h = [y_{l3} \ y_{r3}]^T \\ w_v &= [w_{l1} \ w_{r1}]^T, \quad w_h = [w_{l3} \ w_{r3}]^T \\ A_v &:= \begin{bmatrix} 0 & I_2 & 0 \\ K_{x1} A_1 & 0 & K_{i1} A_1 \\ 0 & 0 & -(R/L)I_2 \end{bmatrix} \\ A_h &:= \begin{bmatrix} 0 & I_2 & 0 \\ K_{x3} A_1 & 0 & K_{i3} A_1 \\ 0 & 0 & -(R/L)I_2 \end{bmatrix} \\ A_{vh} &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B_v = B_h &:= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (1/L)I_2 \end{bmatrix} \\ C_v = C_h &:= [I_2 \ 0 \ 0] \\ D_v = D_h &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ A_1 & 0 \\ 0 & (1/L)I_2 \end{bmatrix} \\ E_v &:= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ E_{v1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_h := \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & E_{h1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

$$E_{v1} := \begin{bmatrix} -1 & l_l \left(1 - \frac{J_x}{J_y}\right) \\ -1 & -l_r \left(1 - \frac{J_x}{J_y}\right) \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$E_{h1} := \begin{bmatrix} 1 & l_l \left(1 - \frac{J_x}{J_y}\right) \\ 1 & -l_r \left(1 - \frac{J_x}{J_y}\right) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$A_1 := \begin{bmatrix} 1/m + l_m^2/J_y & 1/m - l_m^2/J_y \\ 1/m - l_m^2/J_y & 1/m + l_m^2/J_y \end{bmatrix}$$

$$A_2 := \begin{bmatrix} J_x/2J_y & -J_x/2J_y \\ -J_x/2J_y & J_x/2J_y \end{bmatrix}$$

$I_2 \in R^{2 \times 2}$  は単位行列であり、添え字  $v$  と  $h$  は磁気軸受の鉛直方向と水平方向の運動を表す。さらに、添え字  $vh$  は、鉛直方向と水平方向の運動の干渉項を表し、 $p$  はロータの回転速度を意味する。 $\epsilon, \tau, \kappa, \lambda$  は不釣合いのパラメータである。 $v_{uv}, v_{uh}$  は周期的外乱を表し、 $E_v, E_h$  が不釣合いの項となっており回転速度  $p$  の2乗に比例して周期的外乱が大きくなるのが分かる。

(4) 式をまとめて、以下の状態方程式を定義する。

$$\begin{aligned} \dot{x}_g &= A_g x_g + B_g u_g + D_g v_0 + p^2 E_g v_u \\ y_g &= C_g x_g + w_0 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで  $x_g := [x_v^T \ x_h^T]^T$ ,  $u_g := [u_v^T \ u_h^T]^T$ ,  $v_0 := [v_v^T \ v_h^T]^T$ ,  $v_u := [v_{uv}^T \ v_{uh}^T]^T$ ,  $w_0 = [w_v^T \ w_h^T]^T$  とし、 $A_g, B_g, C_g, D_g, E_g$  は、適当な次元を持つ定数行列である。

また、制御対象の物理パラメータを Table 1 にまとめる。

Table 1 MODEL PARAMETERS

Parameter	Symbol	Value
Mass of the Rotor	$m$	0.248[kg]
Length of the Rotor	$L_R$	0.269[m]
Distance between Center and Electromagnet	$l_m$	0.1105[m]
Moment of Inertia about $X$	$J_x$	$5.05 \cdot 10^{-6}$ [kgm <sup>2</sup> ]
Moment of Inertia about $Y$	$J_y$	$1.59 \cdot 10^{-3}$ [kgm <sup>2</sup> ]
Steady Gap	$G$	$0.4 \times 10^{-3}$ [m]
Coefficients of $f_j(t)$	$k$	$2.8 \times 10^{-7}$
Steady Current(vertical)	$I_{11}, I_{r1}$	0.1425[A]
Steady Current(horizontal)	$I_{13}, I_{r3}$	0[A]
Resistance	$R$	4[Ω]
Inductance	$L$	$8.8 \times 10^{-4}$ [H]
Steady Voltage(vertical)	$E_{11}, E_{r1}$	0.57[V]
Steady Voltage(horizontal)	$E_{13}, E_{r3}$	0[V]

## 4 制御系設計

この節では、得られた状態方程式を基に磁気軸受制御系の一般化プラントを構築し、 $H_\infty$  DIA コントローラを設計する。

### 4.1 一般化プラントの構成と問題設定

まず、外乱  $w_0$  について考える。外乱  $w_0$  は理想化や簡略化に起因するモデルの不確かさを表す。従って、主に中間周波数帯から高周波帯にかけて外乱  $w_0$  は大きく影響してくると考えられる。以下に示すように  $w_0$  を定義する。

$$\begin{aligned} w_0 &= W_w(s)w_1 \\ W_w(s) &= I_4 W_{w0}(s) \\ W_{w0}(s) &= C_{w0}(sI_4 - A_{w0})^{-1} B_{w0} \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $W_w(s)$  は周波数重み関数である。なお、 $I_4$  は4次の単位行列である。

次に外乱  $v_0$  を考える。 $v_0$  はパラメータ誤差や無視された非線形性による不確かさを表しており主に低周波帯域でシステムに影響を与える。 $v_0$  を以下に示す。

$$\begin{aligned} v_0 &= W_{v1}(s)w_2 \\ W_{v1}(s) &= \begin{bmatrix} I_2 & 0 \\ I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} W_{v0}(s) \\ W_{v0}(s) &= C_{v0}(sI_4 - A_{v0})^{-1} B_{v0} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、 $W_{v1}(s)$  は低周波帯域で大きなゲインを持つような周波数重み関数である。

最後に、周期的外乱  $v_u$  について考える。外乱  $v_u$  は、ロータ質量の不釣合いによる不確かさの影響を表している。この外乱  $v_u$  のために、磁気軸受のロータは、ロータの回転周波数に同期した振動を引き起こす。

$$\begin{aligned} v_u &= W_{v2}(s)w_3 \\ W_{v2}(s) &= I_4 W_{vu}(s) \\ W_{vu}(s) &= C_{vu}(sI_4 - A_{vu})^{-1} B_{vu} \end{aligned} \quad (11)$$

ここで、 $W_{v2}(s)$  は指定された周波数にゲインのピークを持つ周波数重み関数である。重み関数  $W_w, W_{v1}$  と  $W_{v2}$  は、以下の様に状態空間表現できる。

$$\begin{aligned} \dot{x}_w &= A_w x_w + B_w w_1 \\ w_0 &= C_w x_w + D_w w_1 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{v1} &= A_{v1} x_{v1} + B_{v1} w_2 \\ v_0 &= C_{v1} x_{v1} + D_{v1} w_2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{v2} &= A_{v2} x_{v2} + B_{v2} w_3 \\ v_u &= C_{v2} x_{v2} + D_{v2} w_3 \end{aligned} \quad (14)$$

$x_w, x_{v1}$  と  $x_{v2}$  を、 $x_w := [x_{w1}^T \ x_{w2}^T \ x_{w3}^T \ x_{w4}^T]^T$ ,  $x_{v1} := [x_{v12}^T \ x_{v13}^T \ x_{v14}^T]^T$ ,  $x_{v2} := [x_{v21}^T \ x_{v22}^T \ x_{v23}^T \ x_{v24}^T]^T$  と定義する。 $x_w, x_{v1}, x_{v2}$  は、それぞれ重み関数  $W_w, W_{v1}, W_{v2}$  の状態を表す。

次に被制御変数について考慮する。制御の基本仕様が浮上体の非接触支持であるため、被制御量として定常ギャップからの微小変位  $g_j(t)$  とその速度で重み付けし、被制御量  $z_1$  を以下のように定義する。同様に制御入力のレギュレーションのために  $u_g$  に  $\rho$  で重み付けした被制御量  $z_2$  を定義する。同様に制御入力のレギュレーションのために  $u_g$  に  $\rho$  で重み付けした被制御量  $z_2$  を定義する。

$$z_g = F_g x_g, \quad F_g = \begin{bmatrix} I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$z_1 = \Theta z_g, \quad \Theta = \text{diag} [\theta_{v1} \ \theta_{v2} \ \theta_{h1} \ \theta_{h2}] \quad (16)$$

$$z_2 = \rho u_g \quad (17)$$

最終的には制御対象と重み行列をまとめ、一般化プラントを(18)のように構成する。このブロック線図は Fig.2 で表される。なおこの一般化プラントには直交条件が課されていないことに注意されたい。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{12} u \end{aligned}$$

$$y = C_2x + D_{21}w \quad (18)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_g & D_g C_{v1} & E_g C_{v2} & 0 \\ 0 & A_{v1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{v2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_w \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & D_g D_{v1} & E_g D_{v2} \\ 0 & B_{v1} & 0 \\ 0 & 0 & B_{v2} \\ B_w & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} B_g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} \Theta F_g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, C_2 = [C_g \ 0 \ 0 \ C_w]$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ \rho \end{bmatrix}, D_{21} = [D_w \ 0 \ 0]$$

ここで  $x := [x_g^T \ x_{v1}^T \ x_{v2}^T \ x_w^T]^T$  とおく。また  $w, z, y, u$  を,  $w := [w_1^T \ w_2^T \ w_3^T]^T, z := [z_1^T \ z_2^T]^T, y := y_g, u := u_g$  とおく。

本制御系設計での制御問題は以下で与えられる。

**制御問題：**一般化プラント (18) に対して DIA 条件 (3) を達成する許容コントローラ  $K(s)$  を見つけよ。

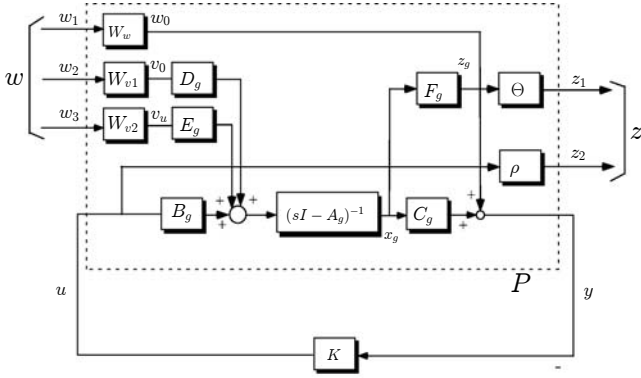


Fig. 2 Generalized Plant

## 4.2 $H_\infty$ DIA コントローラ

上記の制御問題に対する解を得るため、MATLAB 上で繰り返し計算を行なうことによって以下の設計パラメータを選定した。

$$W_{v0}(s) = \frac{40000}{s + 0.1}$$

$$W_{vu}(s) = \frac{1000(s + 7.85 \times 10^1 \pm 1.36 \times 10^2 i)}{(s + 5.0 \times 10^{-1} \pm 1.57 \times 10^2 i)}$$

$$W_{w0}(s) = \frac{1.5(s + 1.07 \times 10^4)(s + 2.51 \times 10^3 \pm 4.35 \times 10^3 i)}{(s + 5.34 \times 10^4)(s + 5.0 \times 10^{-1} \pm 5.03 \times 10^3 i)}$$

$$\Theta = \text{diag} [\theta_{v1} \ \theta_{v2} \ \theta_{h1} \ \theta_{h2}]$$

$$\theta_{v1} = \text{diag} [0.4 \ 0.4]$$

$$\theta_{h1} = \text{diag} [0.5 \ 0.5]$$

$$\theta_{v2} = \theta_{h2} = \text{diag} [0.0005 \ 0.0005]$$

$$\rho = 8.0 \times 10^{-7} I_4$$

$W_{v0}(s)$  は低周波帯域の周波数に重み付けするために一次の伝達関数とした。 $W_{vu}(s)$  は、ロータの不釣り合いによる振動を減衰させるために指定された周波数で高ゲインを持つ伝達関数である。 $W_{vu}(s)$  は 25[Hz] でゲインのピークを持ち、ロータの回転速度として 1500[rpm] 付近で振動の振幅を減衰させることができる。 $W_{w0}(s)$  はモデル化時にロータを剛体と仮定したためにモデルに含まれていないロータの一次振動モードを許容するため

に、共振周波数 800[Hz] をピークとした 3 次の伝達関数で表す。ここで重み関数  $W_{vu}(s)$  の周波数応答を Fig.3 に示す。

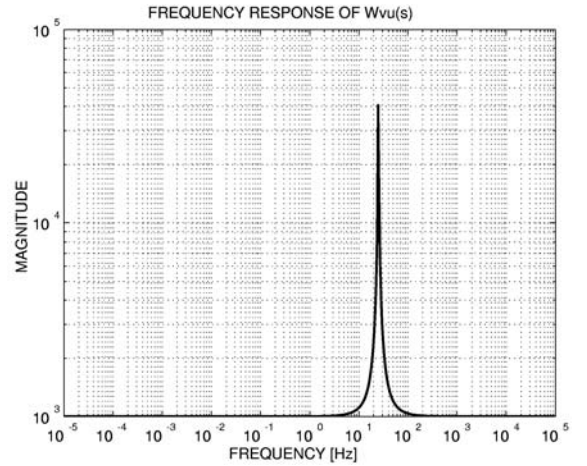


Fig. 3 Frequency Response of  $W_{vu}(s)$

これによって、 $H_\infty$  DIA コントローラ  $K(s)$  が直接的に得られる。ここでコントローラ  $K(s)$  は 4 入力 4 出力で、次数は 36 次である。 $K(s)$  の周波数応答を Fig.4 に示す。

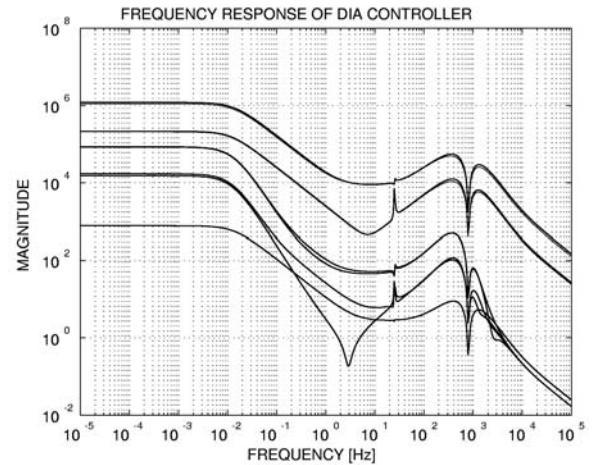


Fig. 4 Frequency Response of  $H_\infty$  DIA Controller

## 5 制御実験による検証

得られた  $H_\infty$  DIA コントローラの制御性能を検証するために制御実験を行なった。

### 5.1 不釣り合い振動による周期的外乱に対する減衰効果の検証

この実験では、主に回転性能の評価を行なう。特に、ロータの回転数減少時に発生する不釣り合い振動を周期的外乱と考えると実験を行なう。また、複数個の  $H_\infty$  DIA コントローラを用いて、切替え制御則を設計し実装した。 $H_\infty$  DIA コントローラを用いた切替え制御の回転性能についても実験的に検証を行なう。

#### 5.1.1 切替え制御系の構成

ここでは、実装した切替え制御系の構造を示す。Fig.5 が、本研究で構成した切替え制御系である。Fig.5 では、コントローラを並列に 2 個配置し、その制御入力を磁気軸受から出力される回転速度を元に Switching Logic 部で適切に判断し切替える構

造になっている。特に、この切替え制御系では、磁気軸受の浮上制御中に未使用のコントローラの状態が増加しないように制御系を構成している。これにより、システムが不安定にならずにスムーズなコントローラの切替えが実現できる。

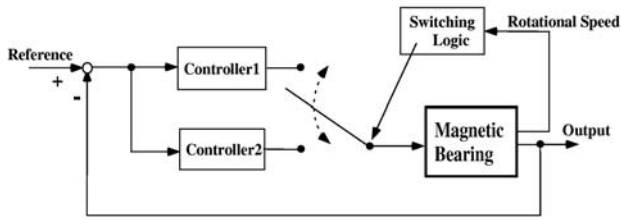


Fig. 5 Switching Control System Configuration

### 5.1.2 単一コントローラによる回転性能評価

実験内容としては、6000[rpm]程度まで回転数を上げてから無負荷状態にして回転数が完全に止まるまでの応答を確認した。本実験では、3000[rpm]以下からデータを取得している。今回は、20.83[Hz](1250[rpm]), 16.67[Hz](1000[rpm])でピークゲインを持つ2種類のコントローラを用いて実験を行なった。実験結果をFig.8,9に示す。また、実験結果の比較のため、不釣合いを考慮していないコントローラによる回転実験の応答をFig.6,7に示す。ここで不釣合いを考慮していないコントローラとは、通常の $H_\infty$  DIA 制御系設計を行い、コントローラ上にピークゲインを持たないものを指す<sup>(2)</sup>。実験結果より、不釣合いを考慮していないコントローラをK1とし、図の表題中の括弧内に示されている回転数はシステム行列に含まれるロータの回転速度 $p$ を意味する。同様に不釣合いを考慮したコントローラをK2とする。Fig.6,7,8,9で、横軸は3000[rpm]から0[rpm]までの回転速度[rpm]と時間[s]を示す。縦軸は磁気軸受左端の鉛直方向の変位を示している。これらの実験結果により、不釣合いを考慮したFig.8,9では、それぞれの指定した回転周波数(回転速度)付近でロータの振動振幅が一度増加してから減衰していることが分かる。コントローラの特長上、最も振動を抑えられるのは設計した回転数と一致する一瞬だけで、すぐに振動振幅が元に戻ってしまう。これは、回転数が時々刻々と変化する自由回転実験を行なっているためである。一定の回転速度で実験を行なえば、継続的に振幅を抑えることは可能であると考えられる。

よって、不釣合いを考慮していないFig.6,7では、回転数が減少するにつれて振動振幅が増加しているのに対してFig.8,9では、そのロータの振動を局所的に抑えられており、制御実験から提案手法により得られた $H_\infty$  DIA コントローラが回転性能を改善させることを確認した。

### 5.1.3 複数コントローラを用いた切替え制御による回転性能評価

ここでは、2個の $H_\infty$  DIA コントローラを用いて切替え制御を行い、ロータの不釣合い振動に対する減衰効果を評価する。実験条件は前節と同じであり、制御実験としては、自由回転運動により回転数の減少中に、2種類のコントローラを切替えて制御を行なうものである。実験結果をFig.10に示す。

Fig.10は、1500[rpm](25[Hz])にピークを持つ不釣合いを考慮した $H_\infty$  DIA コントローラ(K(1500[rpm]))と表記と同様に1000[rpm](16.67[Hz])にピークを持つ $H_\infty$  DIA コントローラ(K(1000[rpm]))と表記の2種類を用いて切替え制御を行なった結果である。ここで、切替え点は1250[rpm]に設定し

た。よって、3000[rpm]から1250[rpm]までがK(1500[rpm])で1250[rpm]から0[rpm]がK(1000[rpm])で制御している。実験結果としては、それぞれの回転数で設定されたコントローラにより、それぞれの回転数付近で振幅が減衰していることが分かる。また、切替え点(1250[rpm])では、瞬間的に上方へ変位しており、インパルス状の応答が見られる。これは、5.1節で説明したように、切替え制御系において未使用のコントローラの出力をゼロとしているので、コントローラが切替わった瞬間に大きな入力が入るためと考えられる。

この実験結果により、不釣合いを考慮したコントローラを用いて切替え制御を行なうことによって、それぞれの回転数で振幅を減衰させることができる。よって、このコントローラを、増やして実装することによって、ある回転数の範囲内で不釣合い振動の振幅を断続的に抑えることができる。このように、設計の容易な不釣合いを考慮したコントローラによる切替え制御は、不釣合い振動を任意の回転数域で減衰させることができる。

## 6 おわりに

本論文では、磁気軸受のロータ回転時に発生する不釣合い振動を、回転速度に同期した周波数を持つ周期的外乱とみなし、その周期的外乱を考慮することによって $H_\infty$  DIA 制御に良好な回転性能を持たせた。また、切替え制御を用いることによって、複数個のコントローラにより不釣合い振動を断続的に抑制することができることを実験的に確認した。

具体的には、周期的外乱を抑制するために一般化プラントに周波数重み関数を導入し、回転速度における周波数でピークゲインを持つような $H_\infty$  DIA 制御系設計手法を提案した。実際に、提案した設計手法によるコントローラが良好な回転性能を有することを実験的に検証した。

制御実験として、ロータの回転速度を6000[rpm]より無負荷状態にして自由回転実験を行い、回転速度減少時の不釣合い振動の抑制効果を検証した。提案手法を用いて設計されたコントローラは、回転速度における周波数を持つ不釣合い振動に対して抑制効果を示すことを確認した。また、提案手法によるコントローラを用いた切替え制御では、提案手法による2種類の $H_\infty$  DIA コントローラを切替えることによって、それぞれの回転数で不釣合い振動を抑制することを確認した。

以上の結果より、提案した $H_\infty$  DIA 制御系設計手法によるコントローラが、局所的に不釣合い振動を抑制し、良好な回転性能を有することを確認した。また、不釣合い振動の抑制に、切替え制御が有効な手段であることを示した。今後の課題としては、 $H_\infty$  DIA 制御の切替え制御に対する有効性を検証し、 $H_\infty$  DIA 制御が切替え制御の有効な実装法であることを確認することが挙げられる。

## 参考文献

- (1) T. Namerikawa and M. Fujita, R.S. Smith and K. Uchida, "On the  $H_\infty$  Control System Design Attenuating Initial State Uncertainties," *Trans. of the Society of Instrument and Control Engineers*, vol.40, no.3. pp.307-314, 2004.
- (2) W. Shinozuka and T. Namerikawa, "Improving the Transient Response of Magnetic Bearings by the  $H_\infty$  DIA Control," *Proc. of CCA*, pp.1130-1135, 2004.
- (3) 水野 毅, 樋口俊郎, "オブザーバによる不釣り合い推定信号を利用した磁気軸受の制御について," *電学論 D*, 110-8, pp.917-924,

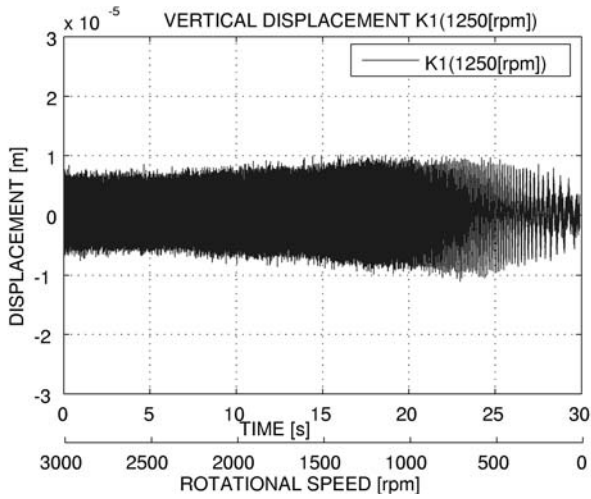


Fig. 6 Controller without Considering Unbalance (**K1**)

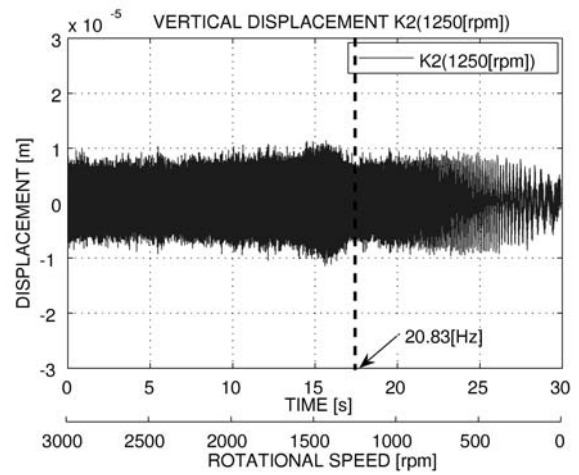


Fig. 8 Controller with Considering Unbalance (**K2**)

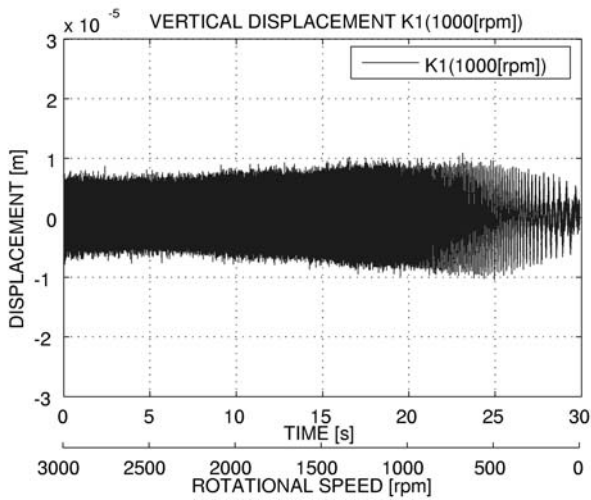


Fig. 7 Controller without Considering Unbalance (**K1**)

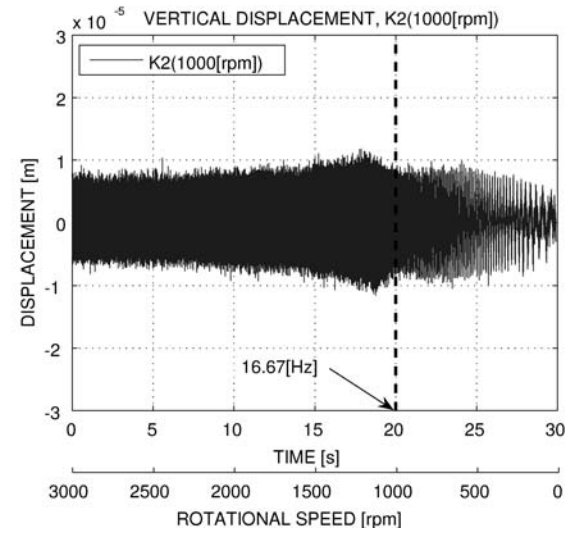


Fig. 9 Controller with Considering Unbalance (**K2**)

1990.

- (4) 劉子河, 野波健蔵, 有我祐一, “回転同期・非同調和外乱を有する磁気軸受系の適応形不釣り合い振動制御,” 日本機械学会論文集 (C編), 66-649, pp. 2966-2973, 2000.
- (5) 久谷益士朗, “適応フィルタによる磁気軸受系の不釣り合い制振,” 日本機械学会論文集 (C編), 62-597, pp.1706-1711, 1996.
- (6) F. Matsumura, M. Fujita, K. Okawa, “Modeling and Control of Magnetic Bearing Systems Achieving a Rotation Around the Axis of Inertia,” *2nd Int. Symposium on Magnetic Bearing*, Japan, July, pp.273-280, 1990.

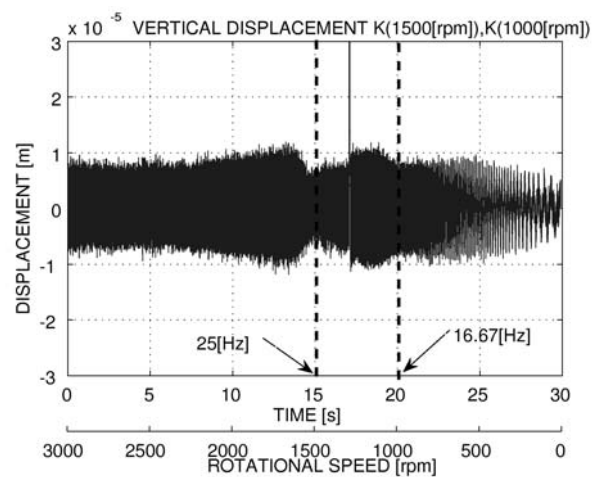


Fig. 10 Switching  $H_{\infty}$  DIA Controller with Unbalance