

H_∞ DIA 制御を用いた μ -シンセシスによる磁気浮上系のロバスト制御

μ -Synthesis of an Electromagnetic Suspension System Using H_∞ DIA Control

正 滑川 徹 (長岡技術科学大学)

○学 瀬戸 洋紀 (長岡技術科学大学)

Toru NAMERIKAWA, Nagaoka University of Technology, Kamitomiokacho1603-1, Nagaoka, Niigata

Hiroki SETO, Nagaoka University of Technology

This paper deals with μ -synthesis of an electromagnetic suspension system using H_∞ DIA control. H_∞ DIA control is an H_∞ control problem which treats a mixed Disturbance and an Initial-state uncertainty Attenuation(DIA) and supplies H_∞ controls with good transients. D - K iteration is well-known as one of practical approaches for the μ -synthesis problem. It is a heuristic iteration constructed with a calculation of D matrix based on μ -analysis and a calculation of a controller $K(s)$ by the H_∞ synthesis. We propose a modified D - K iteration approach with the H_∞ DIA control for the μ -synthesis problem in order to achieve both the robust performance condition and the H_∞ DIA condition for good transient responses. We apply this proposed approach to an electromagnetic suspension system, and evaluate both robust performance and transient response via several experiments.

Key Words: H_∞ DIA Control, μ -Synthesis, Transient Response, Robust Performance, Magnetic Suspension System

1 はじめに

μ -シンセシス^{(1)~(3)}は、構造的な不確かさを有するシステムに対するロバスト制御系設計法で、特にロバスト制御性能を達成する制御系の構成に有用であることが知られている。しかし、この構成問題は解法が明らかになっておらず、一般的には近似解法である D - K イテレーションが用いられる。 D - K イテレーションはその名の通りスケール行列 D と補償器 K を繰り返し計算し、評価指標であるスケールされた閉ループ系伝達関数を最小化する問題であるが、この計算過程は H_∞ 制御と μ -解析を組み合わせたものとなる。最終的な μ コントローラは構造化特異値に基づくロバスト性能条件を満たす、ある H_∞ コントローラとみなすことができる。

一方で従来の H_∞ 制御問題の枠組みでは、制御対象の初期状態はゼロと仮定して理論展開されてきたが、実システムにおいて初期状態がゼロである保障はない。初期状態がノンゼロである場合には、 H_∞ 制御の過渡応答特性が劣化する場合がある。

この問題に対して著者らはすでに、従来の外乱減衰特性のみを考慮した H_∞ 制御に比べて良好な過渡応答特性を示す外乱と初期状態の不確かさの混合減衰 H_∞ 制御問題 (H_∞ DIA 制御問題) を提案し⁽⁴⁾、その有効性を確認している⁽⁵⁾。そこで、 H_∞ DIA 制御問題と μ -解析を組み合わせた μ -シンセシスを構築することによって良好な過渡応答特性とロバスト制御性能の両方を有する補償器の実現が期待できる。

本研究では、 μ -シンセシスに H_∞ DIA 制御を適用し、上記の2つの特徴を有する制御系の設計を磁気浮上システムに対して行う。磁気浮上システムは、電磁力によって対象物を非接触支持できるが、本来不安定系であるためにフィードバック制御が必要不可欠となる⁽⁶⁾。制御系設計をする際には、磁気浮上システムが持つ強い非線形性やパラメータ変動、浮上体の高次振動モードなどのモデル化されない動特性などに対するロバスト性を考慮することが重要となる。このため、磁気浮上システムに対するロバスト制御応用に関する研究が数多く報告されている^{(2) (3) (7)}。

本稿では提案手法を磁気浮上システムに応用し実際に制御実験によって過渡応答特性とロバスト制御性能の検証を行う。

2 問題設定

時間区間 $[0, \infty)$ で定義される以下の線形時不変システムを考える。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u, & x(0) &= x_0 \\ z &= C_1x + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}w \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $x \in R^n$ は状態で $x_0 = x(0)$ は初期状態; $u \in R^r$ は制御入力; $y \in R^m$ は観測出力; $z \in R^q$ は被制御量; $w \in R^p$ は外乱であり、 $w(t)$ は区間 $[0, \infty)$ において2乗可積分な関数 ($w \in L^2[0, \infty)$) とする。またここでシステムは直交条件を有していないことを確認しておく⁽⁸⁾。

$A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{12}, D_{21}$ は適当な次元を有する定数行列であり、以下の条件を満たすものとする。

- (A, B_1) : 可制御 (A, C_1) : 可観測
- (A, B_2) : 可制御 (A, C_2) : 可観測
- $D_{12}^T D_{12} \in R^{r \times r}$: 正則
- $D_{21} D_{21}^T \in R^{m \times m}$: 正則

システム (1) に対して、すべての許容制御則 $u(t)$ が以下の線形時不変システムで与えられ、(1) と (2) によって構成される閉ループ系が内部安定となるものとする。

$$\begin{aligned} u &= J\zeta + Ky \\ \dot{\zeta} &= G\zeta + Hy, & \zeta(0) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで $\zeta(t)$ はコントローラの状態であり、有限の次元を持つ。また J, K, G, H は適切な次元を持つ定数行列である。

与えられたシステムと上記の許容制御則のクラスに対して、 H_∞ DIA 制御を用いた μ -シンセシスによる制御問題を考える。これにより、過渡応答特性とロバスト制御性能の両方を考慮した制御系設計を行う。

2.1 H_∞ DIA 制御

まず H_∞ DIA 制御によるコントローラの条件を以下に示す。

$N > 0$ が与えられたときに、すべての $w \in L^2[0, \infty)$ とすべ

ての $x_0 \in R^n$ (ただし $(w, x_0) \neq 0$) に対して z が以下を満たすような外乱と初期状態の不確かさを混合減衰させる許容制御則を見つけよ.

$$\|z\|_2^2 < \|w\|_2^2 + x_0^T N^{-1} x_0 \quad (3)$$

上記の条件を満たす許容制御則を H_∞ DIA 制御 (または単に DIA 制御) (**D**isturbance and **I**nitial state uncertainty **A**ttenuation (DIA) control) と呼ぶ.

初期状態 x_0 に対する重み行列 N は初期状態の不確かさの減衰の外乱減衰に対する相対的な重要性を表す. 行列不等式の意味でより大きな N を選ぶことは, 初期状態の不確かさをより減衰させる許容制御則を選ぶことを意味する. この条件により, システムの過渡応答特性の改善が期待される.

2.2 μ -シンセシス

μ -シンセシスは, Fig.1 に示す不確かなシステムに対して, ロバスト性能を達成するコントローラ K を系統的に構成する制御系設計法である. ただし, Fig.1 において, Δ は構造的な不確かさ, P は一般化プラント, K はコントローラを表す.

以下にロバスト制御性能条件を記す.

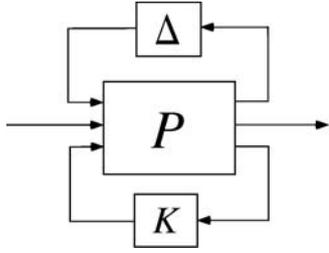


Fig. 1: Feedback System with Uncertainty

まず構造的な不確かさのクラスを記述するために, 次のようなブロック構造を考える.

$$\Delta = \text{diag}[\delta_1 I_{r_1}, \dots, \delta_S I_{r_S}, \Delta_1, \dots, \Delta_F] \quad (4)$$

$$: \delta_i \in \mathcal{R}, \Delta_j \in \mathcal{C}^{m_j \times m_j}$$

ここで, 各ブロックの次元は,

$$\sum_{i=1}^S r_i + \sum_{j=1}^F m_j = n \quad (5)$$

を満足するとする. 以上のようなブロック構造が与えられたとき, 行列 $M \in \mathcal{C}^{n \times n}$ に対して構造化特異値 $\mu_\Delta(M)$ を次のように定義する.

$$\mu_\Delta(M) = \frac{1}{\min\{\bar{\sigma}(\Delta) : \Delta \in \mathbf{\Delta}, \det(I - M\Delta) = 0\}} \quad (6)$$

ロバスト制御性能条件は以下で与えられる.

$$\sup_{\omega \in \mathcal{R}} \mu_\Delta[F_i(P(j\omega), K(j\omega))] < 1 \quad (7)$$

2.3 制御問題

2.1 節, 2.2 節での議論をまとめ, 最終的な制御問題を以下に示す.

制御問題: (3) 式の H_∞ DIA 条件と (7) 式のロバスト制御性能条件の両方を満たすコントローラ K を求めよ.

3 システム構成と数学モデル

実験装置である磁気浮上システムの構成図を Fig.2 に示す. 電磁石が実験装置の上部に設置されており, 制御目的は電磁力を制御することにより浮上体 (鉄球) を空中に安定に非接触支持することである. ここで浮上体の質量 M は 286[g] であり, 定常ギャップ長 X は 3[mm] と設定している.

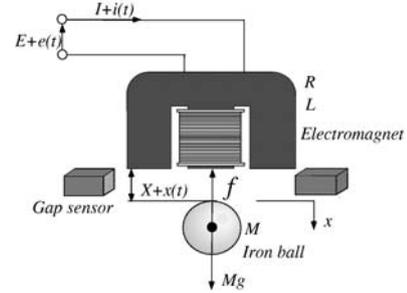


Fig. 2: Magnetic Suspension System

定常状態での妥当な仮定⁽²⁾のもとで, このシステムは以下の 3 つの浮上体の運動方程式 (8), 電磁力方程式 (9), 電気回路方程式 (10) で記述することが出来る.

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = Mg - f + v_m(t) \quad (8)$$

$$f(t) = k \left(\frac{I + i(t)}{X + x(t) + x_0} \right)^2 \quad (9)$$

$$L \frac{di(t)}{dt} + R(I + i(t)) = E + e(t) + v_L(t) \quad (10)$$

ここで M : 浮上体 (鉄球) の質量, X : 電磁石と浮上体との間の定常ギャップ, $x(t)$: 定常ギャップ X の微小変位, I : 定常電流, $i(t)$: 定常電流 I からの微小変位, E : 定常電圧, $e(t)$: 定常電圧 E からの微小変位, $f(t)$: 電磁石力, k, x_0 : 同定実験によって決まる電磁石力 $f(t)$ の係数, L : 電磁石のインダクタンス, R : 電磁石の抵抗, $v_m(t), v_L(t)$: 外乱, ノイズ, である.

制御対象の物理パラメータを Table 1 にまとめる.

つぎに電磁力 $f(t)$ ((9) 式) を定常動作点付近でテイラー展開することによって 1 次項までに近似すると以下が得られる.

$$f(t) = k \left(\frac{I}{X + x_0} \right)^2 - K_x x(t) + K_i i(t) \quad (11)$$

ここで $K_x = 2kI^2/(X + x_0)^3, K_i = 2kI/(X + x_0)^2$.

また, 観測出力 $y_g(t)$ はギャップセンサによって得られる浮上体の位置情報 $x(t)$ とし以下で与えられる.

$$y_g(t) = x(t) + w_0(t) \quad (12)$$

ここで $w_0(t)$ はセンサノイズやモデルの不確かさの影響を表す. 上記を全てまとめると以下の状態方程式が得られる.

$$\begin{aligned} \dot{x}_g &= A_g x_g + B_g u_g + D_g v_0 \\ y_g &= C_g x_g + w_0 \end{aligned} \quad (13)$$

ここで $x_g := [x \ \dot{x} \ i]^T, u_g := e, v_0 := [v_m \ v_L]^T,$

$$A_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2670 & 0 & -23.3 \\ 0 & 0 & -31.6 \end{bmatrix}, \quad B_g = [0 \ 0 \ 3.33]^T$$

$$C_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3.50 & 0 \\ 0 & 3.33 \end{bmatrix}$$

ここで (A_g, B_g) および (A_g, D_g) は可制御, また (A_g, C_g) は可観測である.

Table 1: Physical Model Parameters

Symbol	Parameter Name	Value	Unit
M	Mass of the ball	0.286	kg
X	Steady Gap	3.000×10^{-3}	m
I	Steady Current	0.843	A
E	Steady Voltage	8.47	V
k	coefficient of f	2.14×10^{-4}	Nm^2/A^2
x_0	coefficient of f	4.36×10^{-3}	m
R	Resistance	9.50	Ω
L	Inductance	0.300	H

4 制御系設計

本節では得られた提案法と磁気浮上システムの線形状態空間表現を用い, 磁気浮上システムに対して制御系を設計する.

4.1 一般化プラントの構成と問題設定

まず外乱 $v_0(t)$ と $w_0(t)$ に関して考察する. v_0 は入力外乱で, 低周波帯域で影響を及ぼす. また w_0 は出力外乱, およびモデルの不確かさを表す. そこで重み関数 W_v および W_w を導入し v_0, w_0 を以下のように表す.

$$v_0 = W_v(s) w_2 \quad (14)$$

$$W_v = \Phi C_w (sI - A_w)^{-1} B_w, \quad \Phi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$w_0 = W_w w_1 \quad (15)$$

つぎに被制御変数について考慮する. 制御の基本仕様が浮上体の非接触支持であるため, 被制御量としてギャップ長 $x(t)$ とその微分値 $\dot{x}(t)$ を選ぶ. これらの状態変数に, レギュレーションのために行列 Θ で重み付けし, 被制御量 z_1 を以下のように定義する. 同様に制御入力のレギュレーションのために u_g にスカラー ρ で重み付けした被制御量 z_2 を定義する.

$$z_g = F_g x_g, \quad F_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$z_1 = \rho u_g, \quad \Theta = \text{diag} \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$z_2 = \Theta z_g$$

最終的には制御対象と重み行列を求め, 一般化プラントを (18) 式のように構成する. なお, この一般化プラントには直交条件が課されていないことに注意されたい.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1 w + B_2 u \\ z &= C_1 x + D_{12} u \\ y &= C_2 x + D_{21} w \end{aligned} \quad (18)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_g & D_g C_w \\ 0 & A_w \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & D_g D_w \\ 0 & B_w \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} B_g \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Theta F_g & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} \rho \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} C_g & 0 \end{bmatrix}, \quad D_{21} = \begin{bmatrix} W_w & 0 \end{bmatrix}$$

ここで $x := [x_g^T \ x_w^T]^T$, x_w は $W_w(s)$ の状態である. また w, z を, $w := [w_1^T \ w_2^T]^T$, $z := [z_1^T \ z_2^T]^T$ とする.

さて, μ -シンセシスは, 構造的な不確かさを有するシステムに対する制御系設計法である. そこで, この一般化プラント (18) における不確かさのブロック構造 Δ を以下に定義する.

$$\Delta := \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_w & 0 \\ 0 & \Delta_v \end{bmatrix} : \Delta_w \in \mathcal{C}, \Delta_v^{1 \times 2} \in \mathcal{C}, \forall \omega \right\} \quad (19)$$

ここで, Δ_w は出力外乱, およびモデル化されないダイナミクスや制御装置の実装に起因する不確かさの影響による加法的変動を表す. 一方 Δ_v は, $\Delta_v = [\Delta_{v1} \ \Delta_{v2}]$ と定義される性能のロバスト性を考慮するための仮想的な性能ブロックであり, 低周波帯域で影響を及ぼす外乱やパラメータの誤差という不確かさによる変動を意味し, これを考慮することで低周波帯域での外乱除去や状態変数のレギュレーションを達成することができる. このようにして得られた不確かさを含む一般化プラントは, Fig.3 で表される.

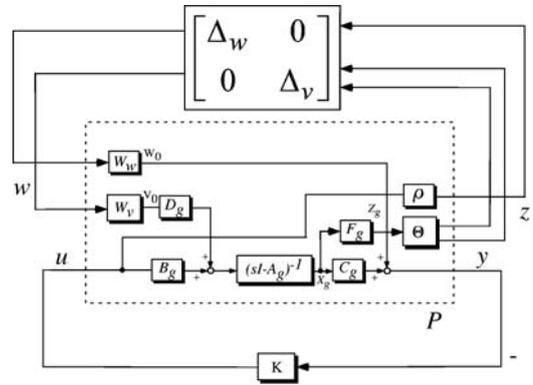


Fig. 3: Generalized Plant with Uncertainty

ただし, ここで未構成のコントローラ $K(s)$ が含まれている. この一般化プラントを用いて制御系設計を行うことによって過渡応答特性とロバスト制御性能を両方を考慮することができる.

得られた一般化プラントに対して, 本制御系設計での制御問題は以下で与えられる.

制御問題: 一般化プラント (18) とブロック構造 (19) で与えられる不確かさを含むフィードバックシステムに対して H_∞ DIA 条件 (3) とロバスト性能条件 (7) の両方を達成する許容コントローラ $K(s)$ を見つけよ.

4.2 設計手順

先ほどの制御問題に対する解を得るため, 4.1 節で導出した不確かさを含む一般化プラントに対して, 制御目的を達成するコントローラを設計する.

具体的には MATLAB 上で制御系設計に関して繰り返し計算を行うことによって設計パラメータ $W_v(s)$, W_w , Θ , ρ を適切に選定し, 直接的に H_∞ DIA コントローラの数値解を求める. そのコントローラを使って D - K イテレーションを行うことでロバスト性能を達成するコントローラを求める. その際の手順を以下に示す.

[Step 1] 周波数重み関数 $W_v(s)$ の選定:

$W_v(s)$ は低い周波数帯域で比較的大きなゲインを持つ関数として選ぶ. コントローラの低周波ゲインと相関がある.

[Step 2] 重み関数 $W_w(s)$ の選定:

W_w は不確かさの大きさと相関があり、これを大きく選ぶことは不確かさを許容することになる。

[Step 3] 重み行列 Θ の選定:

Θ は被制御量 Z_g に対する重み行列で、被制御量のレギュレーションの役割を果たす。

[Step 4] 重み係数 ρ の選定:

ρ は入力 u_g に対する重み行列で入力のレギュレーションの役割を果たす。

[Step 5] 一般化プラントの構成:

[Step 1] ~ [Step 4] で選定した設計パラメータを用いて一般化プラントを構成する。この情報を基に H_∞ DIA 補償器 $K(s)$ が計算される。

[Step 6] μ -解析:

前節のブロック構造 Δ に関して $F_l(P_i, K_i)$ の μ -解析を行う。これにより、各周波数 ω ごとに

$$\bar{\sigma}[\hat{D}_{i+1}(j\omega)F_l(P_i, K_i)(j\omega)\hat{D}_{i+1}^{-1}(j\omega)] \quad (20)$$

を最小化するスケーリング行列 $\hat{D}_{i+1}(j\omega)$ を求める。そして、

$$\sup_{\omega \in \mathcal{R}} \bar{\sigma}[\hat{D}_{i+1}(j\omega)F_l(P_i, K_i)(j\omega)\hat{D}_{i+1}^{-1}(j\omega)] < 1 \quad (21)$$

を検証する。もし (21) 式の条件が満たされているならば終了する。そうでなければ次のステップへ進む。

[Step 7] スケーリング行列 D のフィッティング:

各周波数ごとに求められるスケーリング行列 $\hat{D}_{i+1}(j\omega)D_i(j\omega)$ の (ゲイン) データを、有理関数 $D_{i+1}(s)$ により近似 (カーブフィット) する。

[Step 8] 一般化プラントの再構成:

新しい一般化プラント

$$P_{i+1} = \begin{bmatrix} D_{i+1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} D_{i+1}^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

を設定する。そして、[Step 5] に戻り、条件を満たす適当なコントローラ $K(s)$ を見つけるまで計算を繰り返す。

4.3 μ -DIA コントローラの設計

提案した手法によりコントローラの設計を行う。ここで、提案法によるコントローラを、 μ -シンセシスと H_∞ DIA 制御を統合した設計法によって得られたコントローラという意味で μ -DIA コントローラと呼ぶことにする。

設計パラメータを適切に設定することで所望の性能を有するコントローラを実現する。そこで、MATLAB 上で繰り返し計算を行うことによって、以下に示す設計パラメータを得た。

$$\begin{aligned} W_v(s) &= \frac{5.0 \times 10^4}{s + 0.010}, & W_w &= 0.3 \\ \Theta &= \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 \\ 0 & \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 0.00010 \end{bmatrix} \\ \rho &= 4.0 \times 10^{-7} \end{aligned} \quad (23)$$

このパラメータを使って、上記の D - K イテレーションを 2 回繰り返し、コントローラ $K(s)$ が求められた。ここで $\mu_\Delta[F_l(P, K)]$ のピーク値は、0.743 である。

一般的に D - K イテレーションでは、各周波数 ω ごとに求められる D スケーリング行列の (ゲイン) データを適当な有限次数の有理関数で近似する必要がある。ここで (19) 式のブロック

構造に対して定数スケーリング行列を用いた。得られたコントローラを以下に示す。

$$\begin{aligned} K(s) &= \frac{8.496 \times 10^8 (s + (48.68 + 20.39i))(s + (48.68 - 20.39i))}{(s + (330.59 + 655.7i))(s + (330.59 - 655.7i))} \\ &\quad \times \frac{(s + 7.1955)}{(s + 811.19)(s + 0.007532)} \end{aligned} \quad (24)$$

またこのときの (3) 式を満たす最大の重み行列 N は、 $4.561157 \times 10^{-3} \times I$ である。ここで計算の簡単のために N の自由度を $N = nI$ と限定している。 n は正のスカラで I は一般化プラントと等しい次数を持つ単位行列である。正定行列 N をこのように限定するのは、解析後の評価を容易にするためである。

Fig.4 に (24) 式の $K(s)$ を用いて計算した $\mu_\Delta[F_l(P, K)]$ の上下界、 $\bar{\sigma}(DF_l(P, K)D^{-1})$ をそれぞれ実線、破線で示す。

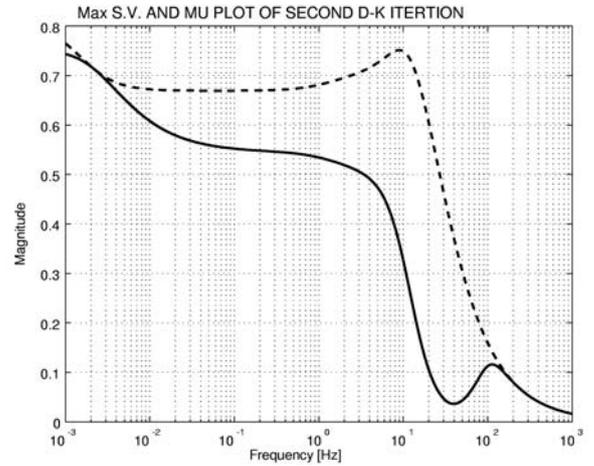


Fig. 4: $\bar{\sigma}$ and μ plots of the second D - K iteration

Fig.4 より、 μ のピーク値が 1 未満であるので (7) 式のロバスト性能条件を満たしていることが分かる。同時に、2.3 節で設定した制御問題も達成していることになる。

続いて、 μ -DIA 制御と H_∞ DIA 制御と従来の μ -シンセシスによって設計したコントローラの周波数応答を Fig.5 に示す。

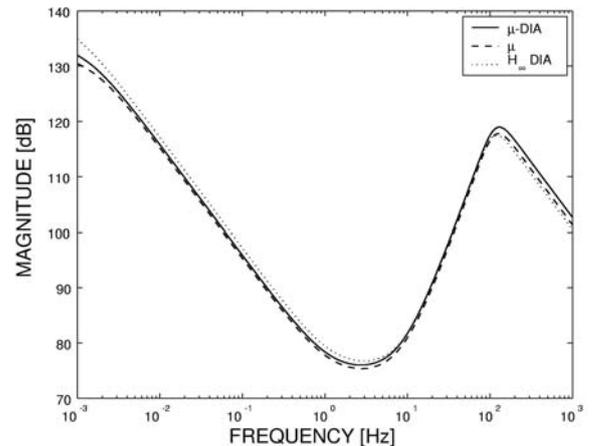


Fig. 5: Frequency Responses of Three Controllers

ここで、これらの 3 つのコントローラは、(23) 式の設計パラメータを用いている。また μ コントローラと μ -DIA コントローラの D - K イテレーションの条件も同じである。

5 制御実験による検証と考察

前節で得られた μ -DIA コントローラ, H_∞ DIA コントローラと従来の μ -シンセシスによるコントローラを磁気浮上システムに適用し, 制御実験による理論検証を行う. これにより μ -DIA コントローラの過渡応答性能とロバスト制御性能を確認する.

5.1 過渡応答性能の評価

まず, 3つのコントローラを用いても制御系は安定性を良好に保持した. ここで過渡応答性能を確認するためにステップ状の目標値信号を与えた時の時間応答を確認した. ここでステップ信号の大きさは1[mm]とした. 実験結果を Fig.6 に示す.

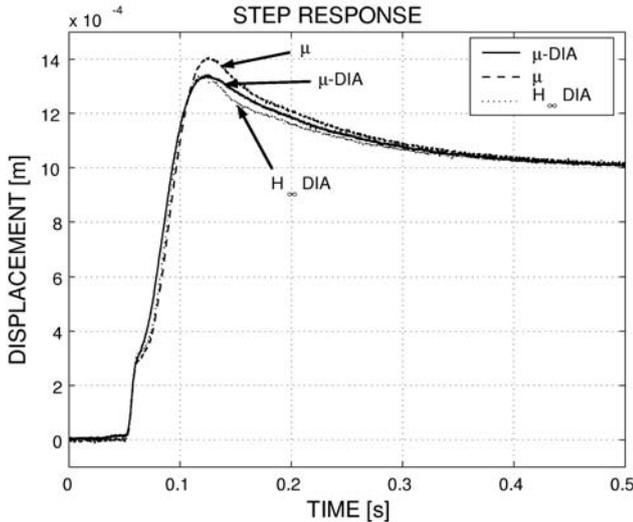


Fig. 6: Step Responses of Three Controllers

従来の μ コントローラと μ -DIA コントローラを比較すると, μ -DIA コントローラのほうがオーバーシュートが小さく抑えられていて, それに定常状態への収束も早いことが分かる. これにより, 従来の μ コントローラよりも過渡応答特性がよくなっていると言える. 過渡応答特性が最も良いのは, H_∞ DIA コントローラである.

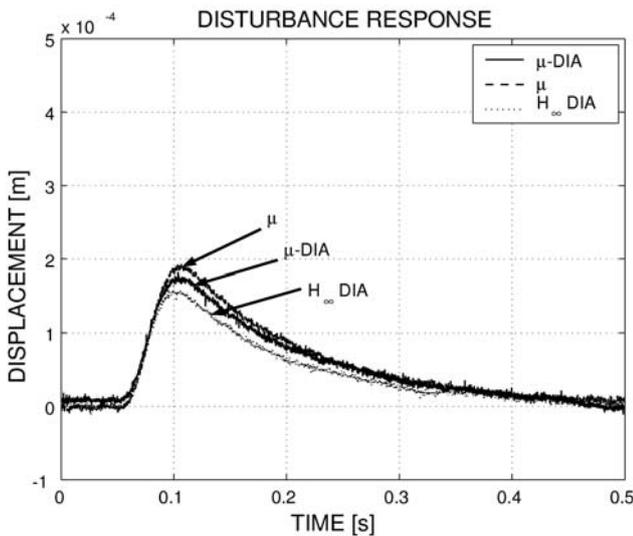


Fig. 7: Disturbance Responses of Three Controllers

さらに, 目標値応答だけでなく, 制御系の総合的な評価のために, 3つのコントローラを用いて外乱応答を計測した. その結果を

Fig.7 に示す. これは定常吸引力の約 25[%] に相当する 0.7[N] 相当の擬似力外乱を鉛直下向きに加えた結果である. 外乱応答においても目標値応答と同じように H_∞ DIA コントローラの過渡応答特性が最も良く, 従来の μ コントローラの性能が最も悪い. その中間に位置しているのが μ -DIA コントローラである. つまり, これらの結果から μ -DIA 制御は, 従来の μ -シンセシスよりも過渡応答特性が良く H_∞ DIA 制御よりは劣るという結果が得られた.

5.2 パラメータ変動に対するロバスト制御性能の評価

ここでは, 3つのコントローラに対するロバスト制御性能を確認する. 本稿で提案した μ -DIA 制御は, 従来の μ -シンセシスと H_∞ DIA 制御を組み合わせた制御手法である. よって, μ -DIA コントローラに期待される性能は, ロバスト制御性能と過渡応答特性の両方を合わせ持つということである. 前節の制御実験において μ -DIA コントローラが従来の μ コントローラよりも過渡応答特性が良好であることが示された. ここでは, μ -DIA コントローラが H_∞ DIA コントローラよりもロバスト制御性能に優れていることが期待される.

浮上体を公称質量である 286[g] の鉄球から Table 2 に示す質量を有する鉄球に変化させて, 浮上実験を行い応答の変化を確認した.

Table 2: Mass Change of the Iron Ball

	Mass of the Ball [g]	Varying Rate
0	286(nominal val.)	0%
1	440	+54%
2	534	+87%

実験結果を Fig.8-10 に示す.

それぞれのコントローラにステップ状の目標値信号を与えた場合の時間応答を確認した. このときのステップ信号の大きさは, Fig.6 と同様に 1[mm] としている. H_∞ DIA コントローラと μ -DIA コントローラを比較したとき, 明らかに H_∞ DIA コントローラの応答のほうが質量が重くなるにしたがってオーバーシュートが大きくなるのが分かる. それに比べて, μ -DIA コントローラでは質量の変動に伴ってオーバーシュートが変動しているが, その変動幅は H_∞ DIA コントローラよりもかなり小さく抑えられていることが分かる.

Table 3 に, 3つのコントローラのオーバーシュートの変動率をまとめる. それぞれの数値は, 公称質量における各コントローラのオーバーシュートの大きさを基準とした増加割合 [%] である. この表から μ コントローラと μ -DIA コントローラは H_∞ DIA コントローラに比べて変動率が小さく, パラメータ変動に対してもロバスト制御性能を保持していることが分かる.

Table 3: Overshoot Comparison in Three Controllers

	Varying Rate[%]	
	440[g]	534[g]
H_∞ DIA	4.48	5.97
μ -DIA	1.49	2.99
μ	2.86	3.57

以上の2種類の実験により、 μ -DIA 制御は H_∞ DIA 制御の良好な過渡応答特性と μ -シンセシスのロバストに制御性能の両方の特性をあわせ持った制御方法であることが確認できた。

6 おわりに

本研究では、 H_∞ DIA 制御問題と μ -解析を組み合わせた μ -シンセシスを構築することによって良好な過渡応答特性とロバスト制御性能の両方をもつ補償器を実現することができた。

具体的には、 μ -シンセシスに H_∞ DIA 制御を適用し、磁気浮上システムに対して過渡応答特性とロバスト制御性能の両方を有する制御系の設計を行い、制御実験により理論検証を行った。

まずは、制御実験による応答を比較することで μ -DIA 制御と従来の μ -シンセシス、 H_∞ DIA 制御の応答の違いを明らかにし、 μ -DIA 制御が従来の μ -シンセシスよりも過渡応答特性に優れていることを示した。続いて、浮上体の質量変化というパラメータ変動を考慮したときに μ -DIA 制御が、 H_∞ DIA 制御よりも良好なロバスト制御性能を示すことを確認した。

以上により、 H_∞ DIA 制御問題と μ -解析を組み合わせた μ -シンセシスを構築することによって良好な過渡応答特性とロバスト制御性能の両方の特性を有する補償器を実現できることを確認した。

参考文献

- (1) A. Packard and J. Doyle, "The Complex Structured Singular Value", *Automatica*, Vol.29, No.1, pp. 71-109, 1993.
- (2) M. Fujita, T. Namerikawa, F. Matsumura, K. Uchida, " μ -Synthesis of an Electromagnetic Suspension System", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.40, pp. 530-536, March 1995.
- (3) 野波健蔵, 井出訓之, 上山拓知, "ディスクリプタ μ 設計に基づく磁気軸受系のロバスト制御", 日本機械学会論文集, C編, 63(606), 457-463, 1997.
- (4) T. Namerikawa, M. Fujita, R. S. Smith and K. Uchida, "A Generalized H_∞ Control System Design Attenuating Initial State Uncertainties", *Proc. of American Control Conf.*, pp. 2204-2209, 2002.
- (5) 滑川徹, 瀬戸洋紀, 篠塚互, "初期状態の不確かさを考慮した磁気浮上システムの H_∞ DIA 制御", 第15回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム講演論文集, pp.91-94, 2003.
- (6) 電気学会 磁気浮上応用技術調査専門委員会編, "磁気浮上と磁気軸受," コロナ社, 1998.
- (7) 楊子江, 宮崎大輔, "電圧制御型磁気浮上系の適応ロバスト非線形制御", 計測自動制御学会論文集, Vol.38, No.1, 2002.
- (8) J. C. Doyle, K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. A. Francis, "State-Space Solutions to Standard H_2 and H_∞ Control Problem", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 34, no. 8, pp. 831-847, 1989.

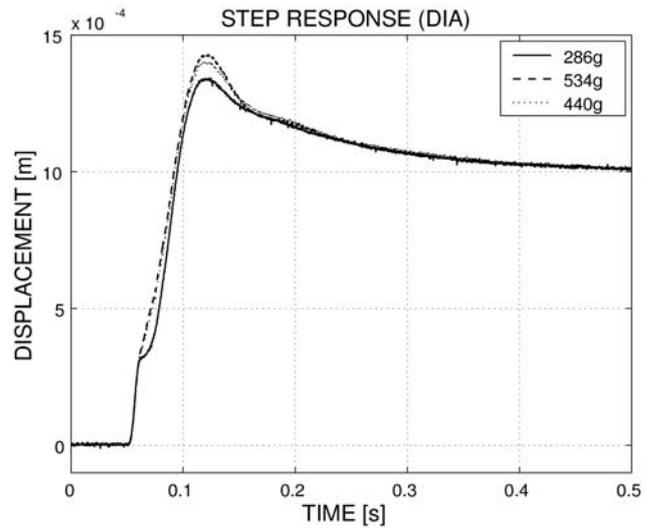


Fig. 8: Step Responses with Mass Change

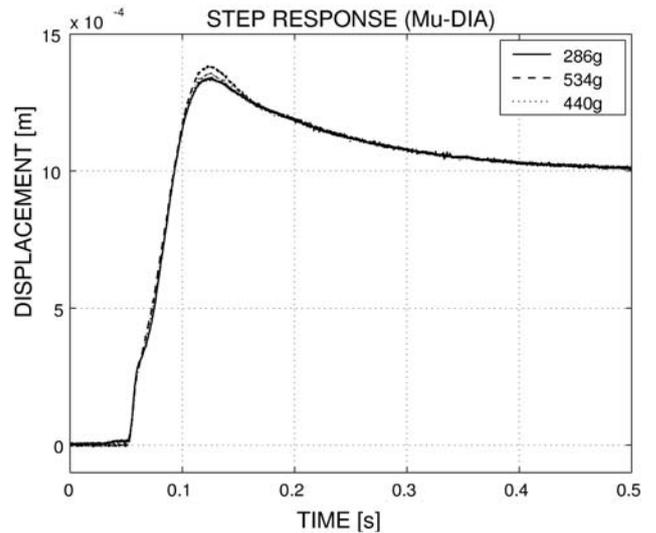


Fig. 9: Step Responses with Mass Change

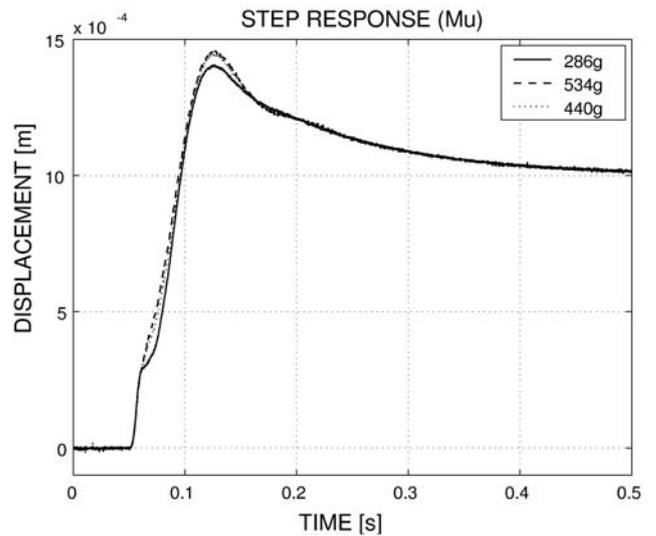


Fig. 10: Step Responses with Mass Change