初期状態の不確かさを考慮したH_∞制御とその磁気浮上システムへの応用

滑川　徹　（長岡技術科学大学）

H_∞ Control Attenuating Initial State Uncertainties and its application to the Magnetic Suspension System

Toru Namerikawa (Nagaoka University of Technology)

Abstract

This paper deals with an H_∞ control attenuating initial-state uncertainties, and its application to a magnetic suspension system. An H_∞ control problem, which treats a mixed attenuation of disturbance and initial-state uncertainty for linear time-invariant systems in the infinite-horizon case, is examined. The mixed attenuation supplies H_∞ controls with good transients or assures H_∞ controls of robustness against initial-state uncertainty. We apply this method to a magnetic suspension system, and evaluate attenuation property of the proposed disturbance and initial-state uncertainty via simulations and experiments.

キーワード:　H_∞ 制御, DIA 制御, 初期状態の不確かさ, 磁気浮上システム

(Keywords:　H_∞ Control, DIA Control, Initial-State Uncertainties, Magnetic Suspension Systems)

1　はじめに

外乱と初期状態の不確かさの混合減衰 H_∞ 制御問題は従来の外乱減衰特性のみを考慮した H_∞ 制御に対して，良好な過渡特性を付加するものと考えられる．制御工学の分野で近年盛んにハイブリッド制御や切替制御に関する研究が行なわれているが，この問題は切替補償着の実装法として有効であることが期待される．有限時間の場合の一般化 H_∞ 制御問題に対する解が得られ［1］［2］, さらにこの問題は無限時間の外乱と初期状態の混合減衰問題へと拡張された［3］. 本稿ではこのアプローチを磁気浮上システム［4］へ適用し，その有効性を実験的に検証することを目的とする［3］.

まず最初に本手法が従来の H_∞ 制御に比べて，相対的に良好な過渡特性を有していることを数値実験によって明示し，次に制御問題において，初期状態の不確かさ x_0（$t=0$ における状態）に対する重み行列 N の役割を示す．最後に外乱と初期状態の不確かさの混合減衰 H_∞ 制御問題におけるフリーパラメーター Ψ の役割とその有効性に関して制御実験により検証を行なう.

2　外乱と初期状態の不確かさの混合減衰 H_∞ 制御問題

時間区間 $[0,\infty)$ において定義される以下の線形時不変システムを考える.

$$
\begin{array}{rcl}
\dot{x} & = & Ax+Bu+Dv, \quad x(0)=x_0 \\
y & = & Cx+w \\
z & = & Fx
\end{array}
\tag{1}
$$

ここで $x \in R^n$ は状態，x_0 は初期状態，$u \in R^r$ は制御入力，$y \in R^m$ は観測出力，$g := (z' \;\; u')' \in R^{q+r}$ は制御出力，$h := (v' \;\; w')' \in R^{p+m}$ は外乱，を表す.

また一般性を失うことなく x_0 は初期状態の不確かさ，そして $x_0=0$ は既知の初期状態を表すことが出来る．外乱 $h(t)$ の各要素は時間区間 $[0,\infty)$ で 2 乗可積分な関数であり，A, B, C, D, F は定数行列で適切な次元を有し，(C,A,B), (F,A,D) はそれぞれ可制御，可観測とする.

(1) のシステムに対して, 全ての許容コントローラ $u(t)$ は以下の形式の線形時不変システムで与えられるとする.

$$
u=Js+Ky, \quad \dot{s}=Gs+Hy, \quad s(0)=0 \tag{2}
$$

ここで (1) と (2) によって構成される閉ループ系は内部安定となるものとし，また $s(t)$ は（有限次元の）コントローラの状態，J, K, G, H は適切な次元を有する定数行列とする.

このとき制御問題は以下で与えられる.

問題 1 (外乱と初期状態の不確かさの混合減衰 H_∞ 制御問題) $N>0$ が与えられたときに, すべての $h=(v',w')' \in L^2[0,\infty)$ とすべての $x_0 \in R^n$（ただし $(v,w,x_0) \neq 0$）に対して $g=(z',u')'$ が以下を満たすような外乱と初期状態の不確かさを減衰させる許容制御則を見つけよ.

$$
\|g\|_2^2 < \|h\|_2^2 + x_0' N^{-1} x_0 \tag{3}
$$

上記の条件を満たす許容制御則を H_∞ DIA 制御 (または単に DIA 制御)（**D**isturbance and **I**nitial state uncertainty **A**ttenuation (DIA) control）と呼ぶ.

また初期状態 x_0 に対する重み行列 N は初期状態の不確かさの減衰の外乱減衰に対する相対的な重要性を表す.

2.1 **H_∞ DIA 制御**　H_∞ DIA 制御問題を解くために所謂以下の Riccati 方程式条件を用いる．

(A1)： 以下の Riccati 方程式が可解で，解 $M>0$ が存在する．

$$MA + A'M + F'F - M\left(BB' - DD'\right)M = 0 \tag{4}$$

ここで $A - BB'M + DD'M$ は安定．

(A2)： 以下の Riccati 方程式が可解で，解 $P>0$ が存在する．

$$PA' + AP + DD' - P\left(C'C - F'F\right)P = 0 \tag{5}$$

ここで $A - PC'C + PF'F$ は安定．

(A3)： $\rho(PM) < 1$,

ここで $\rho(X)$ は行列 X のスペクトル半径を表し，$\rho(X) = \max|\lambda_i(X)|$ である．

上記の条件に加え，以下の条件を導入する．

(A4)： $Q + N^{-1} - P^{-1} > 0$

ここで Q は以下の Riccati 方程式の最大解である．

$$\begin{aligned} &Q\left(A + DD'P^{-1}\right) + \left(A + DD'P^{-1}\right)'Q \\ &\quad -Q\left(DD' + LPC'CPL'\right)Q = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

ただし $L := (I - PM)^{-1}$.

上記の問題に対して以下の結果が得られている．

定理 1 ［3］ 条件 (A1), (A2), (A3) が満たされているとする．以下のセントラルコントローラ (7) が H_∞ DIA 制御則であるための必要十分条件は条件 (A4) が満たされることである．

$$\begin{aligned} u &= -B'S\underline{x} \\ \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + Bu + PC'(y - C\underline{x}) + PF'F\underline{x}, \\ &\quad \underline{x}(0) = 0,\quad S := M(I - PM)^{-1}. \end{aligned} \tag{7}$$

2.2 **すべての H_∞ DIA コントローラのパラメトリゼーション**　条件 (A1)-(A3) が満たされるとする．このとき（初期状態の不確かさの減衰を考えない）すべての H_∞ 制御 $u(t)$ はパラメータ Ψ を用いて以下のように表現される．

$$u(t) = \underline{u}(t) + \left[\Psi\left(y - \underline{y}\right)\right](t) \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \underline{u}(t) &= -B'S\underline{x},\quad \underline{y}(t) = C(I + PS)\underline{x} \\ \dot{\underline{x}}(t) &= \left(A - BB'S - PC'C + PF'F\right)\underline{x} \\ &\quad + B\Psi\left(y - \underline{y}\right) + PC'y,\quad \underline{x}(0) = 0 \end{aligned} \tag{9}$$

ここで Ψ は有理関数で，厳密にプロパー，かつ安定な伝達関数表現 $\Psi(s)$ を有し，$||\Psi w||_2^2 < ||w||_2^2$, $\forall w \neq 0 \in L^2[0,\infty)$ の関係を満たすものとする．

定理 2 ［3］ 条件 (A1)-(A3) が満たされるものとする．フリーパラメータ $\Psi(s)$ を有する H_∞ 制御 (8) が H_∞ DIA 制御であるための必要十分条件は以下を満足することである．

$$Q_{22} + N^{-1} - P^{-1} > 0 \tag{10}$$

ここで Q_{22} は $Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}' & Q_{22} \end{bmatrix}$ の $(2,2)$ ブロック要素であり，Q は以下の Riccati 方程式の最大解である．

$$\begin{aligned} &Q\begin{bmatrix} A_m & 0 \\ -PSBK_m & A + DD'P^{-1} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} A_m & 0 \\ -PSBK_m & A + DD'P^{-1} \end{bmatrix}' Q \\ &-Q\begin{bmatrix} B_mB_m' & -B_mCPL' \\ -LPC'B_m' & DD' + LPC'CPL' \end{bmatrix} Q \\ &-\begin{bmatrix} K_m'K_m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

ここで (A_m, B_m, K_m) は $\Psi(s)$ の最小実現であり，A_m は安定とする．また L は $L = (I - PM)^{-1}$ で与えられる．Q_{22} は $\Psi(s)$ の実現の選択とは独立であり，$Q_{22} \geq 0$ である．

3 システムの記述とモデリング

磁気浮上システムは磁性体を非接触で空中に支持するシステムであり，磁気浮上列車（搬送車），磁気軸受，など様々な産業分野に応用され始めている．

3.1 **システム構成**　実験装置［4］の構成を図 1 に示す．電磁石が実験装置の上部に設置されており，制御目的は電磁力を制御することにより浮上体（鉄球）を空中に非接触支持することである．本システムは本質的に不安定系であり，フィードバック制御による安定化が必要である．ここで浮上体の質量 M は 1.75 kg であり，定常浮上位置（ギャップ長）X は 5 mm である．

3.2 **数学モデル**　物理法則を適用して数学モデルを導出する際に以下の仮定を置く［4］．

- **[a1]** 磁束にはヒステリシスが無く，磁気飽和も無い．
- **[a2]** 磁気回路には漏れ磁束が無い．
- **[a3]** 電磁石の透磁率は無限大である．
- **[a4]** 磁極におけるうず電流は無視できる．
- **[a5]** 電磁石のコイルは定常状態では定数として扱うことが出来，浮上体の運動によって生じる速度起電力は無視できる．

これらは安定浮上を目的とした本システムに対しては定常状態では妥当な仮定であると考えられる．これらの仮定を基に浮上体の運動方程式，電磁力方程式，電気回路方程式を導出すると以下が得られる．

$$M\frac{d^2x(t)}{dt^2} = Mg - f + v_m(t) \tag{12}$$

$$f(t) = k\left(\frac{I + i(t)}{X + x(t) + x_0}\right)^2 \tag{13}$$

$$L\frac{di(t)}{dt} + R(I + i(t)) = E + e(t) + v_L(t) \tag{14}$$

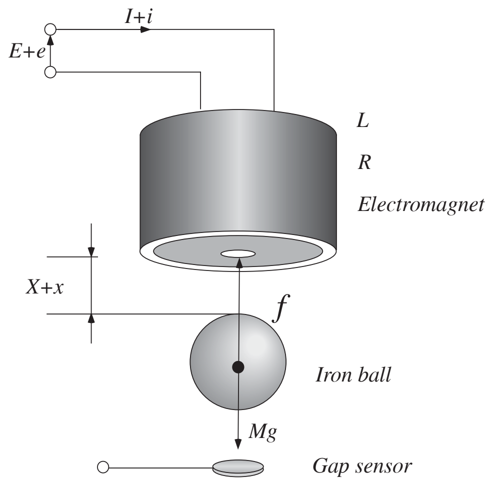

図 1: 磁気浮上システム

Fig. 1: Magnetic Suspension System

ここで M : 浮上体（鉄球）の質量, X : 電磁石と浮上体との間の定常ギャップ, $x(t)$: 定常ギャップ X の微小変位, I : 定常電流, $i(t)$: 定常電流 I からの微小変位, E : 定常電圧, $e(t)$: 定常電圧 E からの微小変位, $f(t)$: 電磁石力, k, x_0 : 同定実験によって決まる電磁石力 $f(t)$ の係数, L : 電磁石のインダクタンス, R : 電磁石の抵抗, $v_m(t)$, $v_L(t)$: 外乱，ノイズ，である．

つぎに電磁力 $f(t)$ ((13) 式) を定常動作点付近でテイラー展開によって1次項までに近似すると以下が得られる．

$$f(t) = k\left(\frac{I}{X+x_0}\right)^2 - K_x x(t) + K_i i(t), \qquad (15)$$

ここで $K_x = 2kI^2/(X+x_0)^3$, $K_i = 2kI/(X+x_0)^2$.

また観測出力 $y(t)$ はギャップセンサによって得られる浮上体の位置情報 $x(t)$ とする．よって

$$y(t) = x(t) + w(t) \qquad (16)$$

ここで $w(t)$ はセンサノイズやモデルの不確かさの影響を表す．上記を全てまとめると以下の状態方程式が得られる．

$$\begin{aligned} \dot{x}_g &= A_g x_g + B_g u_g + D_g v_0 \\ y_g &= C_g x_g + w \end{aligned} \qquad (17)$$

ここで $x_g := [x \quad \dot{x} \quad i]'$, $u_g := e$, $v_0 := [v_m \quad v_L]'$,

$$A_g = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 4481 & 0 & -18.4 \\ 0 & 0 & -45.7 \end{bmatrix}, \quad B_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1.97 \end{bmatrix}'$$

$$C_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.57 & 0 \\ 0 & 1.97 \end{bmatrix}$$

ここで（A_g, B_g）および（A_g, D_g）は可制御，また（A_g, C_g）は可観測である．

4 制御系設計

4.1 問題設定 前節でモデル化された磁気浮上システムに対して問題設定を行なう．言うまでもなく，まず第一の目的はその安定化である．つぎの目的は，モデリングのプロセスにおいて外乱を明示したが，それらの外乱に対してもロバスト安定性を達成することである．具体的な外乱としては，1) モデル化されなかったダイナミクス，2) 無視された非線形性，3) パラメトリックな不確かさ，が挙げられる．さらに本研究の最大の目的は，初期状態の不確かさに対しても良好な過渡応答性能を達成することである．

これらの目的のために H_∞ DIA 制御の枠組みで制御問題を定式化する．

まずシステムへの外乱 v_0 に関して考察を行なう．v_0 が実際のシステムに対して低周波帯域でプラントに影響を及ぼすために，周波数領域での特徴付けを行なう．そこで周波数重み要素を導入して v_0 を以下のように表現する．

$$\begin{aligned} v_0 &= W_1(s)\,v(s) \\ W_1(s) &= \Phi W(s) = \Phi C_{w1}\,(sI - A_{w1})^{-1}\,B_{w1} \\ \Phi &= [1 \quad 1]' \end{aligned} \qquad (18)$$

ここで $W_1(s)$ は周波数重みで低周波で比較的大きなゲインをもつ関数に選ぶ．この $W_1(s)$ とそれを構成するパラメータは制御系設計用パラメータとして扱われる．

つぎに被制御変数について考慮する．本研究では第1目的が浮上体の非接触安定支持であるため，被制御量としてギャップ長 $x(t)$ とその微分値 $\dot{x}(t)$ を選ぶ．

$$z_g = F_g x_g, \quad F_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad (19)$$

レギュレーションのために重み付けした被制御量として，以下を定義する．

$$z = \Theta z_g, \quad \Theta = \mathrm{diag}\begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix} \qquad (20)$$

ここで Θ は被制御量 z_g への重み行列である．この行列 Θ も制御系設計用のパラメータとなる．

最後に一般化した状態変数を $x := [x_g \quad x_{w1}]'$,（ただし x_{w1} は周波数重み関数 $W_1(s)$ の状態）とすると一般化プラントを以下のように構成することが出来る．

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Dv \\ y &= Cx + w \\ z &= Fx \end{aligned} \qquad (21)$$

ここで

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_g & D_g C_{w1} \\ 0 & A_{w1} \end{bmatrix}, \; B = \begin{bmatrix} B_g \\ 0 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} C_g & 0 \end{bmatrix}, \; D = \begin{bmatrix} D_g D_{w1} \\ B_{w1} \end{bmatrix}, \; F = \begin{bmatrix} \Theta F_g & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

この一般化プラントのブロック線図は 図2で表される．ただし，ここで未構成のコントローラ $K(s)$ が含まれている．

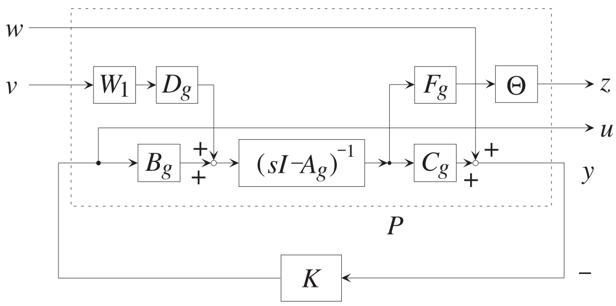

図 2:　一般化プラント
Fig. 2:　The Generalized Plant

外乱 v と w が様々なモデルの不確かさを表現しており，これらの外乱から出力 z への影響が抑制されることが期待される．またさらに本稿での主課題である初期状態 $x(0)$ の不確かさが出力 z へ及ぼす影響を減衰させたい．

そこで本研究の制御目的は以下で与えられる．

制御目的：　H_∞ DIA 条件 (3) を達成するような外乱と初期状態の不確かさの影響を減衰させる，ある許容コントローラ $K(s)$ を見つけよ．

4.2　Design I: **セントラルコントローラ**　前節で導出した一般化プラントに対して，制御目的を達成するコントローラを以下の４ステップの手順に沿って設計する．

[Step 1] 周波数重み関数 $W_1(s)$ を選定する．： $W_1(s)$ は低周波帯域で比較的大きなゲインを持つ関数として選ぶ．

[Step 2] 重み行列 Θ を選定する．： Θ は被制御量 z_g に対する重み行列である．

[Step 3] 一般化プラントの構成: [Step 1] と [Step 2] で選定した設計パラメータを用いて一般化プラントを構成する．この情報を基に H_∞ DIA 制御器 K が計算される．

[Step 4] 最大の行列 N の計算:

条件 (A4) を満たすような最大の行列（行列不等式の意味で）N を計算する．ここで計算の簡単のために N の自由度を $N = nI$（n は正のスカラー）と限定する．

4.2.1　H_∞ DIA **コントローラ** 1　　MATLAB 上で繰り返し計算を行なうことによって以下の設計パラメータを選定した．

$$W_1(s) = \frac{7.5}{s + 1.0e^{-4}},\quad \Theta = \mathrm{diag}\left[\begin{array}{cc} 1.01 & 1.0e^{-5} \end{array}\right] \tag{22}$$

これによって，以下のセントラルコントローラが直接的に得られる．

$$K_{DIA_1} = C_{f1}(sI - A_{f1})^{-1}B_{f1} \tag{23}$$

ここで

$$\begin{aligned}
A_{f1} &= A - BB'S - PC'C + PF'F \\
&= \left[\begin{array}{cccc} -1.38e^{2} & 1.00 & 0 & 0 \\ -4.48e^{3} & -2.98e^{-3} & -1.84e^{1} & 4.28 \\ 1.05e^{11} & 1.98e^{7} & -2.72e^{4} & 6.33e^{3} \\ -4.06e^{-2} & -2.71e^{-8} & 0 & -1e^{-4} \end{array}\right] \\
B_{f1} &= PC' \\
&= \left[\begin{array}{cccc} -2.11e^{9} & -1.41e^{11} & -2.07e^{5} & -6.39e^{5} \end{array}\right]^T \\
C_{f1} &= -B'S \\
&= \left[\begin{array}{cccc} 1.68e^{5} & 3.18e^{1} & -4.36e^{-2} & 1.01e^{-2} \end{array}\right]
\end{aligned}$$

得られた H_∞ DIA コントローラ K_{DIA_1} の周波数応答を図３に実線で示す．またこのときの重み行列 N の最大値は $N = 3.855 \times 10^{-9} \times I$ である．

比較のため従来の H_∞ コントローラを設計した．ここで H_∞ コントローラ [4] は MATLAB コマンド `hinfsyn.m` を用いて設計した．得られた H_∞ コントローラの伝達関数表現を $K_\infty(s)$ とする．コントローラ $K_\infty(s)$ の周波数応答を図３に点線で示す．

２つのコントローラ K_∞ と K_{DIA_1} を比較するために，ある初期状態 $x_{02} = [x, \dot{x}, i]' = [0,\ 0,\ 0.1]'$ からの２つのコントローラを用いた場合の初期値応答を数値シミュレーションによって検証した．その結果を図４に示す．ここで実線はコントローラ K_{DIA_1} の応答を示し，破線はコントローラ K_∞ の応答を示す．この結果より，コントローラ K_{DIA_1} が K_∞ に比較して初期状態の不確かさに対してより良好な性能を示していることが確認できた．

4.2.2　**重み行列 N の役割に関する検討**　　不確かな初期状態 x_0 に対する重み行列 N は初期状態の不確かさの抑制と外乱の抑制の相対的な重要性の指標と成り得る．N を大きく選ぶことは行列不等式の意味で初期状態の不確かさの影響をより抑制する許容コントローラを選ぶという意味を持つ．

重み行列 N に対するフィードバック性能の検証のため，上述の設計パラメータと別の以下の設計パラメータを選ぶことによって，別の H_∞ DIA コントローラ K_{DIA_2} を設計した．

$$W_1(s) = \frac{6.75}{s + 1.0e^{-4}},\quad \Theta = \mathrm{diag}\left[\begin{array}{cc} 1.025 & 1.0e^{-4} \end{array}\right] \tag{24}$$

これらの設計パラメータを選ぶことにより，以下のコントローラ K_{DIA_2} が直接的に算出される．このコントローラ K_{DIA_2} の周波数応答を図３に一点鎖線で示す．

コントローラ K_{DIA_1} とコントローラ K_{DIA_2} の N の最大値を表１に示す．

この表により K_{DIA_1} の N の値が K_{DIA_2} のそれの値よりも大きく，これはコントローラ K_{DIA_1} がコントローラ K_{DIA_2} よりも初期状態の不確かさをより抑制し得ることを示す．この特性を検証するためにある初期状態 $x_{02} = [x, \dot{x}, i]' = [0,\ 0,\ 0.1]'$ からの初期値応答を比較した．その結果を図５に示す．ただしここで図４と図５において縦軸のスケールが異なることに注意されたい．

図５において実線が K_{DIA_1} の応答を示し，破線が K_{DIA_2} の応答を示す．この結果より，コントローラ K_{DIA_1}(実線)

が K_{DIA_2}(破線) より良好な応答を示し，これは重み行列 N の大きさとの相関を示す．

つまりより大きな重み行列 N を有するコントローラが初期状態の不確かさに対してより大きな抑制性能を示しており，これは重み行列 N が初期状態の不確かさ抑制に対して重要な指標と成り得ることを示していると考えられる．

表 1: H_∞ DIA コントローラと N の値
Table 1: H_∞ DIA controllers and Ns

H_∞ DIA controller	N
K_{DIA_1}	3.855×10^{-9}
K_{DIA_2}	2.677×10^{-9}

4.3 Design 2: **フリーパラメータ Ψ の自由度を用いたコントローラ** 本節ではフリーパラメータ Ψ を有する H_∞ DIA コントローラを設計し，制御実験によってその有効性を検証する．設計の際に，4.2 節の設計手順に以下の項目を追加する．

[Step 5] **フリーパラメータ Ψ の選択**

制御対象を用いた制御実験による試行錯誤の結果以下の設計パラメータを選定した．ここでフリーパラメータ Ψ としては，まず条件 (8) を満たし，かつコントローラに積分特性を持たせるように選んだ．

$$\begin{aligned} W_1(s) &= \frac{25.0}{s+10^{-2}}, \quad \Theta = \mathrm{diag}\left[\begin{array}{cc} 1.40 & 1.0e^{-3} \end{array}\right] \\ \Psi(s) &= \frac{-9.9\times 10^{-2}}{s+0.1}. \end{aligned} \tag{25}$$

上記のパラメータより，直接的に以下のコントローラが得られる．

$$K_{DIA_3} = C_{f3}(sI - A_{f3})^{-1}B_{f3} \tag{26}$$

(8) および (9) を用いた簡単な代数計算により，以下のフリーパラメータ Ψ を含む H_∞ DIA コントローラが得られる．

$$\begin{aligned} K_{DIA_3\Psi} &= C_{f3\Psi}(sI - A_{f3\Psi})^{-1}B_{f3\Psi} \qquad (27) \\ A_{f3\Psi} &= \left[\begin{array}{cc} A - BB'S - PC'C + PF'F & BK_m \\ -B_mC(I+PS) & A_m \end{array}\right] \\ B_{f3\Psi} &= \left[\begin{array}{cc} PC' & B_m \end{array}\right], \quad C_{f3\Psi} = \left[\begin{array}{c} -B'S \\ K_m \end{array}\right] \end{aligned}$$

コントローラ K_{DIA_3} および $K_{DIA_3\Psi}$ の周波数応答を図６に示す．ここで破線がコントローラ K_{DIA_3} の応答を，実線が $K_{DIA_3\Psi}$ の応答を示す．２つの応答を比較することにより，狙い通りコントローラ $K_{DIA_3\Psi}$ の低周波帯域でのゲインがフリーパラメータを用いることにより K_{DIA_3} より増加し，積分特性が付加されたことが確認できる．

4.3.1 **制御実験による検証** コントローラ K_{DIA_3} と $K_{DIA_3\Psi}$ の特性を検証するために磁気浮上システムを用いて制御実験を行なった．まずどちらのコントローラを用いても浮上体は安定に空中に非接触支持された．つぎに本稿での目的である過渡応答性能（初期状態の不確かさに対する応答）を確認するためにステップ状の目標値信号を加え，応答を確認する．コントローラ $K_{DIA_3\Psi}$ が良好な（改善された）応答を示すことが期待される．浮上し，整定してから約１秒後にステップ状の目標値信号をシステムに加えた．ここでステップ信号の大きさは 0.5[mm] であり，ちなみに浮上体と電磁石との定常ギャップは 5.0[mm] である. その実験結果を図７と図８に示す．これらの応答結果は振動的で必ずしも十分な結果ではないが，しかし双方のコントローラは最低条件の安定浮上を維持している．またこの実験での目的はコントローラ K_{DIA_3} と $K_{DIA_3\Psi}$ の応答を比較し，フリーパラメータ Ψ(s) の有用性を検証することにある．図７においては定常偏差が残っているが，図８においてはコントローラ $K_{DIA_3\Psi}$ がその積分特性のために偏差を零にしている．このことによりフリーパラメータ Ψ の有用性が示されたと言えよう．

5 おわりに

本稿では外乱と初期状態の不確かさの混合減衰 H_∞ 制御問題とその過渡応答特性に対する考察をおこない，提案法を磁気浮上システムに応用しその有効性を検証した．まず H_∞ DIA コントローラが通常の H_∞ コントローラより，相対的に良い過渡応答特性を持ち得ることを示した．つぎに初期状態の不確かさ x_0 に対する重み行列 N の役割を数値シミュレーションにより示した．重み N は初期状態の不確かさの減衰と外乱の減衰の相対的な重要性を決める指標となり，N を行列不等式の意味で大きくすることは，初期状態の不確かさの影響を抑える許容コントローラを見つけることを意味する．最後に外乱と初期状態の不確かさの混合減衰 H_∞ 制御問題におけるフリーパラメータ Ψ の有用性を制御実験により検証した．

文 献

[1] K. Uchida and M. Fujita, "Controllers Attenuating Disturbance and Initial-Uncertainties for Time-Varying Systems," *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, vol. 156, Springer-Verlag, pp. 187 - 196, 1991.

[2] P. P. Khargonekar, K. M. Nagpal and K. R. Poolla, "H_∞ Control with Transient," *SIAM J. Control and Optimization*, vol. 29, pp. 1373 - 1393, 1991.

[3] K. Uchida and A. Kojima and M. Fujita, "H_∞ control attenuating initial-state uncertainties," *Int. J. of Control*, vol. 66, no. 2, pp. 245 - 252, 1997.

[4] M. Fujita, T. Namerikawa, F. Matsumura, and K. Uchida, "μ-Synthesis of an Electromagnetic Suspension System," *IEEE Trans. Automatic Control,* vol. 40, no. 3, pp. 530-536, 1995.

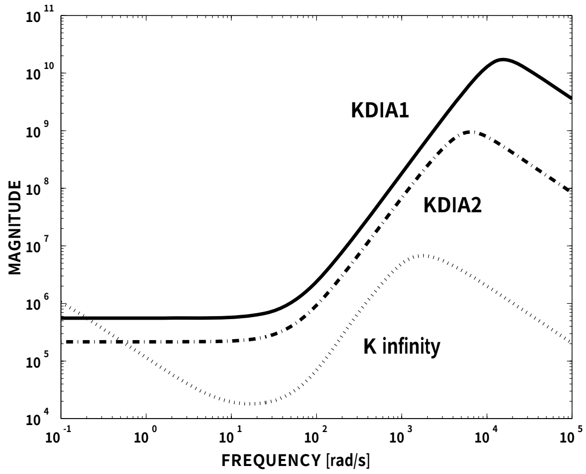

図 3: $K_{DIA_1}, K_{DIA_2}, K_\infty$ の周波数応答

Fig.3: Frequency Responses of K_{DIA_1}, K_{DIA_2} and K_∞

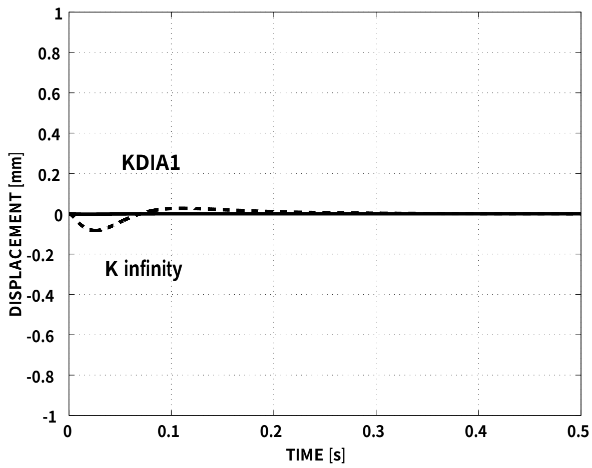

図 4: K_{DIA_1} と K_∞ の初期値応答

Fig.4: Initial Responses with K_{DIA_1}(solid line) and K_∞ (dashed line)

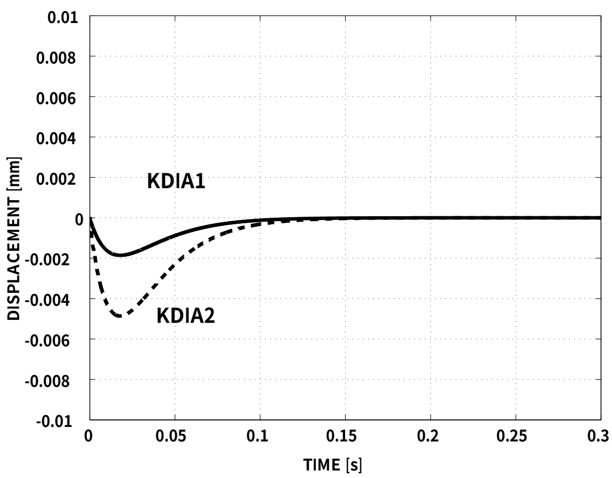

図 5: K_{DIA_1} と K_{DIA_2} の初期値応答

Fig.5: Initial Responses with K_{DIA_1}(solid line) and K_{DIA_2}(dashed line)

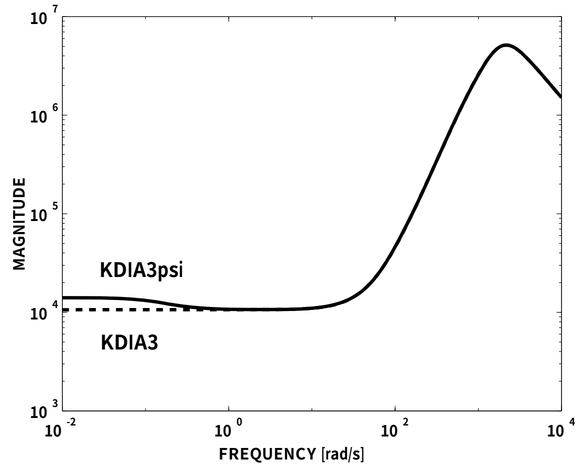

図 6: K_{DIA_3} と $K_{DIA_3\Psi}$ の周波数応答

Fig.6: Frequency Responses of K_{DIA_3}(dashed line) and $K_{DIA_3\Psi}$(solid line)

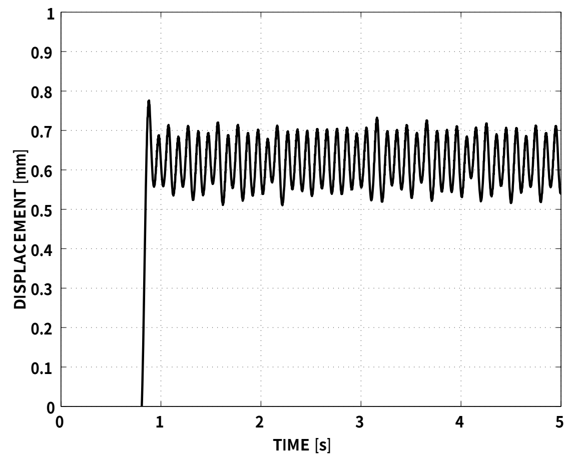

図 7: K_{DIA_3} の実験結果

Fig.7: Experimental Results with $K_{DIA_3}(s)$ for Step Reference Signal(0.5[mm])

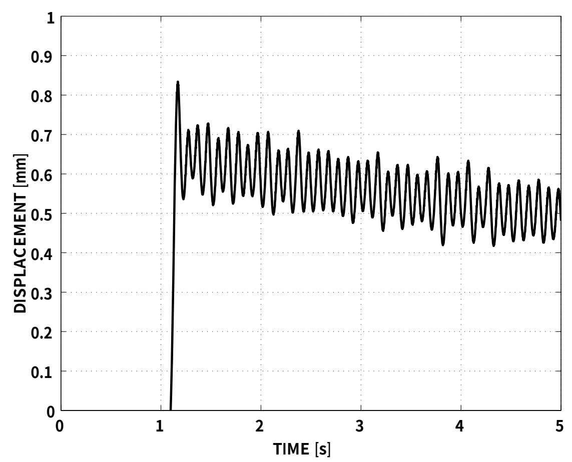

図 8: $K_{DIA_3\Psi}$ の実験結果

Fig.8: Experimental Results with $K_{DIA_3\Psi}(s)$ for Step Reference Signal(0.5[mm])